$$M_f(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda E_{n_1} - A_1 - A_2 exp(-\lambda p) & 0 \\ -A_3 - A_4 exp(-\lambda p) & \lambda E_{n_2} - C_3 - C_4 exp(-\lambda p) \\ D_1 & D_2 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Теорема 1. *Для любого $k, k = 0, 1, 2, \ldots$ RSk полностью наблюдаема тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:*
1) $rankL_s(\lambda) = (n_1 + n_2)^2$, для некоторого $\lambda \in \mathbb{C}$;
2) $rankM_s(\lambda_i) = n_1 + n_2$ для любого $\lambda_i : rankL_s(\lambda_i) < (n_1 + n_2)^2$.

Теорема 2. *Для любого $k, k = 0, 1, 2, \ldots$ SPk полностью наблюдаема тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:*
3) $rankL_f(\lambda) = (n_1 + n_2)^2$, для некоторого $\lambda \in \mathbb{C}$;
4) $rankM_f(\lambda_i) = n_1 + n_2$ для любого $\lambda_i : rankL_f(\lambda_i) < (n_1 + n_2)^2$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Доказательство теорем 1,2 проводится по схеме доказательства теоремы 1 из [1].

3. Условия наблюдаемости СВСЗ.

Теорема 3. *Если выполнены условия 1),2),3),4) теорем 1, 2, то система (1) асимптотически полностью $\{x, y\}-$ наблюдаема по выходу (3) на интервале T при достаточно малых μ.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Доказательство теоремы следует из связи [3] решений исходной системы (1) и эквивалентной СВСОДУ с решениями RSk и SPk и определения асимптотически полной {x,y}-управляемости системы (1).

Список литературы

1. *Stepan Minyuk, Olga Tsekhan.* On observability of linear stationary system with time delay // XIV International Conference on System Science, Wroclaw September 11-14, 2001. V I, P 197-202
2. *Копейкина Т.Б., Манцевич О.Б.* Об одном подходе к решению задачи управляемости линейных нестационарных сингулярно возмущенных систем // Препринт АН БССР. Ин-т математики № 42(442) Минск, 1990. - 58 с.
3. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно-возмущенных уравнений. - М. : Наука, 1973. - 272 с.

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕПЕНЕЙ НЕПОДВИЖНОСТИ ИНДЕКСОВ И НЕЯВНЫЙ КРИТЕРИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧ ВЫПУКЛОГО ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Т.В. Чемисова[1], С.А. Ермолинская[2]

[1] Университет Авейро, 3810-193 Авейро, Португалия
tatiana@mat.ua.pt

[2] Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники// Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь
lanalex@tut.by

Рассмотрим задачу выпуклого полубесконечного программирования (ПБП):

$$c(x) \to \min_x, \; x \in R^n, \; f(x,t) \leq 0, \; \forall t \in T = [t_*, t^*] \subset R, \tag{1}$$

где T – континуальное множество индексов, функции $c: R^n \to R$ и $f: R^n \times T \to R$ достаточно гладкие в своих областях определения и выпуклы по x для любого $t \in T$.

Целью работы является доказательство критерия оптимальности для задач вида (1), в которых условие Слейтера может нарушаться.

Обозначим через $X = \{x \in R^n : \ f(x,t) \le 0 \ \forall t \in T\}$ множество допустимых планов задачи (1). Пусть $f^{(0)}(x,t) = f(x,t), \ f^{(s)}(x,t) = \partial^s f(x,t)/\partial t^s, \ s \in N; \ N(q) = \{0, 1, \dots, q\}, \ q \ge 0, \ N(q) = \emptyset, \ q < 0, \ q \in Z$.

Определение 1. *Число $q(t) \in \{-1, 0, 1, ...\}$ будем называть степенью неподвижности индекса $t \in T$ в задаче ПБП (1), если для любого вектора $x \in X$ выполняются равенства $f^{(s)}(x,t) = 0, \ s \in N(q(t))$, и существует такой вектор $x(t) \in X$, что $f^{(q(t)+1)}(x(t), t) \neq 0$.*

Определение 2. *Индекс $t \in T$ назовем неподвижным индексом, если $q(t) > -1$.*

Предполагается, что в задаче ПБП (1) существует конечное число неподвижных индексов $t_i^0, \ i = 1, ..., p$, и степени их неподвижности $q_i = q(t_i^0), \ i = 1, ..., p$, меньше бесконечности. Приводится конечный алгоритм определения степеней неподвижности индексов задачи ПБП (1).

Положим $\beta_i = 1$ при $t_i^0 \in [t_*, t^*)$ и $\beta_i = (-1)^{q_i+1}$ при $t_i^0 = t^*, \ i = 1, ..., p$. Рассмотрим вектор $x^0 \in X$ и соответсвующее ему множество индексов активных ограничений $T_a(x^0) = \{t \in T : \ f(x^0, t) = 0\}$. Сформируем вспомогательную задачу нелинейного программирования

$$\begin{gathered} c(x) \to \min, \\ f^{(s)}(x, t_i^0) = 0, \ s = 1, ..., q_i, \ \beta_i f^{(q_i+1)}(x, t_i^0) \le 0, \ i = 1, ..., p, \\ f(x, t_j) \le 0, \ j \in I(x^0), \end{gathered} \tag{2}$$

где $\{t_j, \ j \in I(x^0)\} \subset T_a(x^0) \backslash \{t_1^0, ..., t_p^0\}$.

Доказывается, что справедлив следующий критерий оптимальности.

Теорема 1. *Вектор $x^0 \in X$ оптимален в задаче (1) тогда и только тогда, когда существует такое множество $I(x^0), \ |I(x^0)| \le n$, что x^0 оптимален в задаче (2).*

Данный критерий оптимальности не требует выполнение условия Слейтера, позволяет свести проверку оптимальности плана x^0 в задаче ПБП (1) с континуумом ограничений к проверке оптимальности этого плана в задаче нелинейного программирования (2) с конечным числом ограничений и применять к задаче (1) те же критерии оптимальности, что и для задач (2).

ОБ УПРАВЛЯЕМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

А.А. Щеглова

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Лермонтова 134, 664033 Иркутск, Россия
shchegl@icc.ru

Рассматривается управляемая система нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$F(t, x(t), x'(t), u(t)) = 0, \ \ t \in I = (a_0 - \varepsilon, a_0 + \varepsilon), \tag{1}$$

где n-мерная вектор-функция $F(t, x, y, u)$ определена в некоторой окрестности $\mathcal{D}$ точки $(a_0, 0, 0, 0)$; $x(t)$ – искомая вектор-функция размерности n; $u(t)$ — l-мерная функция управления; $\varepsilon = \text{const} > 0$.

Предполагается, что $F(t, 0, 0, 0) = 0 \ \ \forall t \in I$, $F(t, x, y, u)$ имеет достаточное число непрерывных частных производных по каждому из своих аргументов и $\det \dfrac{\partial F(t, x, y, u)}{\partial y} \equiv 0$