ОЦЕНКИ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА

Д.Я. Хусаинов[1], Й. Диблик[2], И.В. Грицай[1]

[1] Киевский национальный университет, факультет кибернетики
ул. Владимирская, 64, 01033 Киев, Украина
dkh@unicyb.kiev.ua, grytsay@univ.kiev.ua

[2] Department of Mathematics, Faculty of Electrical Engineering and Communication
Technical University of Brno Technicka 8, 61600 Brno, Czekh Republik
diblik@feec.vutbr.cz

Рассматривается система линейных дифференциально-разностных уравнений нейтрального типа

$$\frac{d}{dt}\left(x(t) - Dx(t-\tau)\right) = A(t)x(t) + Bx(t-\tau), \quad x(t) \in R^n, \ t \geq 0. \tag{1}$$

Предполагается, что начальные условия имеют вид $x(t) \equiv \varphi(t), \ -\tau \leq t \leq 0$. Системы могут быть как устойчивыми, так и неустойчивыми.

Для получения оценок возмущений устойчивых систем используется метод функционалов Ляпунова – Красовского.

$$V\left(x(t), t\right) = x^T(t)Hx(t) + \int_{t-\tau}^{t} e^{-\beta(t-s)}\left(x^T(s)G_1x(s) + \dot{x}^T(s)G_2\dot{x}(s)\right)ds.$$

Получены оценки сходимости решений системы уравнений (1) без предположения об устойчивости. Для получения этих оценок сходимости используется неавтономный функционал Ляпунова – Красовского вида

$$V\left(x(t), t\right) = e^{\chi}\left(x^T(t)Hx(t) + \int_{t-\tau}^{t} e^{-\beta(t-s)}\left(x^T(s)G_1x(s) + \dot{x}^T(s)G_2x(s)\right)ds\right).$$

С использованием оценок для устойчивых и неустойчивых подсистем получена общая оценка возмущений гибридной системы для произвольного конечного момента времени.

This research was supported by Slovak Ukrainian project No. SK-UA-0028-07 and by Grant No. 1/3238/06 of the Grant Agency of Slovak Republik (VEGA) and by Slovak Ukrainian project No. SK-UA-0028-07.

УСЛОВИЯ ПОЛНОЙ НАБЛЮДАЕМОСТИ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

О.Б. Цехан

УО Гродненский государственный университет им.Я.Купалы, ул.Ожешко,22, 230023 Гродно, Беларусь
tsekhan@grsu.by

Введение. Постановка задачи Рассмотрим линейную стационарную сингулярно возмущенную систему с запаздыванием

$$\begin{array}{c} \dot{x}(t){=}A_1x(t){+}A_2x(t{-}h) + C_1y(t){+}C_2y(t{-}h), x{\in}R^{n_1}, y{\in}R^{n_2}, \\ \mu\dot{y}(t){=}A_3x(t){+}A_4x(t{-}h){+}C_3y(t){+}C_4y(t{-}h), t{\in}T = [0, t_1] \end{array} \tag{1}$$

$$x(\theta) = \varphi(\theta), y(\theta) = \psi(\theta), \theta \in [-h, 0], \tag{2}$$

$$w(t, \mu) = D_1x(t, \mu) + D_2y(t, \mu), w \in R^m, t{\in}T. \tag{3}$$

Здесь μ - параметр, $\mu{\in}(0, \mu^*], \mu^* \ll 1, h$ – число, характеризующее запаздывание, $h{>}0$, $A_i, C_i, i{=}\overline{1,4}, D_j, j{=}1,2,$ – заданные постоянные матрицы соответствующих размерностей, $m < n = n_1 + n_2, t_1 = nh$, $\varphi(\theta)$, $\psi(\theta)$, $\theta \in [-h, 0]$ неизвестные непрерывные n_1- и n_2-вектор-функции, соответственно.

Определение 1. *Система (1) называется асимптотически полностью $\{x, y\}-$ наблюдаемой при $\mu \in (0, \mu^*]$ по выходу (3) на интервале T если по любой известной выходной функции (3) можно построить асимптотическое приближение состояния $\{x(t), y(t), t \in [0, h]\}$ системы (2), генерирующего данный выход, с точностью порядка μ^n для сколь угодно большого n при $\mu \in (0, \mu^*]$.*

1. Преобразование системы. Следуя схеме получения условий наблюдаемости для систем с запаздыванием, реализованной в [1], введем новые переменные

$$z^i(t,\mu) = z(t-(i-1)h,\mu),\ i = \overline{1,n},\ z \in \{x, y\},\ t \in T^h \triangleq [(n-1)h, nh].$$

Для простоты изложения рассмотрим случай $n_1 = n_2 = 1, n = 2$. Без принципиальных изменений все последующие рассуждения переносятся на более общий случай. Обозначим $S_1 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$, $S_2 \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$, $S_3 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$, $S_4 \in \mathbb{R}^{n_2 \times n_2}$ аннуляторы матриц A_2, S_1C_2, A_4, S_3C_4, соответственно. Тогда аналогично [1] сингулярно возмущенную $n_1 + n_2$-систему с запаздыванием (1) можно записать в виде эквивалентной ей системы сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (СВСОДУ) без запаздывания относительно $n(n_1 + n_2)$ переменных на интервале T^h с определенными граничными условиями и выходом. При этом понятие асимптотически полной $\{x, y\}-$ наблюдаемости исходной системы с запаздыванием (1) становится эквивалентным некоторому понятию асимптотически полной наблюдаемости построенной эквивалентной СВСОДУ.

2. Условия наблюдаемости подсистем. Обозначим s_i, $i = \overline{1, n_2}$ - обственные значения матрицы C_3. Предположим, что $Re\, s_i < 0$, $\forall i = \overline{1,n}$.

Для нахождения условий асимптотически полной наблюдаемости системы эквивалентной СВСОДУ используем схему, реализованную в [2] для иследования управляемости сингулярно созмущенных систем. Для этого согласно методу погранфункций [3] представим формальное решение эквивалентной СВСОДУ в виде асимптотического разложения в ряд по μ:

$$z^i(t,\mu) = z^i_s(t,\mu) + z^i_f(\tau,\mu) = \textstyle\sum_{k=0}^{\infty} \mu^k z^i_{ks}(t) + \sum_{k=0}^{\infty} \mu^k z^i_{kf}(\tau),$$
$$z \in \{x, y\}, i = \overline{1,n},\ t \in T^h,\ \tau \in T^p = [(n-1)p, np],\ p \triangleq \tfrac{h}{\mu}.$$

Далее, подставляя этот ряд в эквивалентную СВСОДУ, приравнивая коэффициенты ряда при одинаковых степенях μ (отдельно зависящие от t, отдельно - зависящие от τ) для $k = 0, 1, ...$, получим граничные задачи RSk для коэффициентов $x^i_{ks}(t), y^i_{ks}(t), i = 1, 2$ асимптотического разложения медленных переменных $x^i_s(t,\mu), y^i_s(t,\mu)$ и граничные задачи SPk для коэффициентов $x^i_{kf}(\tau,\mu), y^i_{kf}(\tau,\mu), i = 1, 2,$ асимптотического разложения быстрых переменных $x^i_f(\tau), y^i_f(\tau)$, а также выходы этих систем. Построенные системы представляют собой системы обыкновенных дифференциальных и алгебраических уравнений с граничными условиями, для которых вводятся понятия полной наблюдаемости.

По параметрам исходной системы построим матрицы:

$$L_s(\lambda) = \begin{pmatrix} (\lambda E_{n_1} - A_1) & -C_1 & -A_2 & -C_2 \\ -A_3 & -C_3 & -A_4 & -C_4 \\ 0 & 0 & S_2S_1(\lambda E_{n_1} - A_1) & -S_2S_1C_1 \\ 0 & 0 & S_4S_3A_3 & -S_4S_3C_3 \\ D_1 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_1 & D_2 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

$$M_s(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda E_{n_1} - A_1 - A_2 exp(-\lambda h) & -C_1 - C_2 exp(-\lambda h) \\ -A_3 - A_4 exp(-\lambda h) & -C_3 - C_4 exp(-\lambda h) \\ D_1 & D_2 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

$$L_f(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda E_{n_1} & 0 & 0 & 0 \\ -A_3 & \lambda E_{n_2} - C_3 & -A_4 & -C_4 \\ 0 & 0 & S_2S_1\lambda E_{n_1} & 0 \\ 0 & 0 & S_4S_3A_3 & \lambda S_4S_3E_{n_2} - S_4S_3C_3 \\ D_1 & D_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D_1 & D_2 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$M_f(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda E_{n_1} - A_1 - A_2 exp(-\lambda p) & 0 \\ -A_3 - A_4 exp(-\lambda p) & \lambda E_{n_2} - C_3 - C_4 exp(-\lambda p) \\ D_1 & D_2 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Теорема 1. *Для любого $k, k = 0, 1, 2, \ldots$ RSk полностью наблюдаема тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:*
1) $rank L_s(\lambda) = (n_1 + n_2)^2$, для некоторого $\lambda \in \mathbb{C}$;
2) $rank M_s(\lambda_i) = n_1 + n_2$ для любого $\lambda_i : rank L_s(\lambda_i) < (n_1 + n_2)^2$.

Теорема 2. *Для любого $k, k = 0, 1, 2, \ldots$ SPk полностью наблюдаема тогда и только тогда, когда выполняются следующие условия:*
3) $rank L_f(\lambda) = (n_1 + n_2)^2$, для некоторого $\lambda \in \mathbb{C}$;
4) $rank M_f(\lambda_i) = n_1 + n_2$ для любого $\lambda_i : rank L_f(\lambda_i) < (n_1 + n_2)^2$.

Доказательство. Доказательство теорем 1,2 проводится по схеме доказательства теоремы 1 из [1].

3. Условия наблюдаемости СВСЗ.

Теорема 3. *Если выполнены условия 1),2),3),4) теорем 1, 2, то система (1) асимптотически полностью $\{x, y\}-$ наблюдаема по выходу (3) на интервале T при достаточно малых μ.*

Доказательство. Доказательство теоремы следует из связи [3] решений исходной системы (1) и эквивалентной СВСОДУ с решениями RSk и SPk и определения асимптотически полной {x,y}-управляемости системы (1).

Список литературы

1. *Stepan Minyuk, Olga Tsekhan.* On observability of linear stationary system with time delay // XIV International Conference on System Science, Wroclaw September 11-14, 2001. V I, P 197-202
2. *Копейкина Т.Б., Манцевич О.Б.* Об одном подходе к решению задачи управляемости линейных нестационарных сингулярно возмущенных систем // Препринт АН БССР. Ин-т математики № 42(442) Минск, 1990. - 58 с.
3. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно-возмущенных уравнений. - М. : Наука, 1973. - 272 с.

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТЕПЕНЕЙ НЕПОДВИЖНОСТИ ИНДЕКСОВ И НЕЯВНЫЙ КРИТЕРИЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧ ВЫПУКЛОГО ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Т.В. Чемисова[1], С.А. Ермолинская[2]

[1] Университет Авейро, 3810-193 Авейро, Португалия
tatiana@mat.ua.pt

[2] Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники// Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь
lanalex@tut.by

Рассмотрим задачу выпуклого полубесконечного программирования (ПБП):

$$c(x) \to \min_x, \; x \in R^n, \; f(x,t) \le 0, \; \forall t \in T = [t_*, t^*] \subset R, \tag{1}$$

где T – континуальное множество индексов, функции $c\colon R^n \to R$ и $f\colon R^n \times T \to R$ достаточно гладкие в своих областях определения и выпуклы по x для любого $t \in T$.