Список литературы

1. *Буков В.Н.* Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. - Калуга: Издательство научной литературы Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
2. *Сельвесюк Н.И.* Синтез ковариационных регуляторов на основе технологии вложения систем // Автоматика и телемеханика. 2005. № 6. С. 126–137.
3. *Сельвесюк Н.И.* Геометрический подход к решению задачи ковариационного управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2006. № 1. С. 1–14.

ОПТИМИЗАЦИЯ ФУНКЦИОНАЛОВ, ОЦЕНИВАЮЩИХ НИЖНЮЮ ГРАНЬ В ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ

Г.В. Сидоренко

Байкальский государственный университет экономики и права, Ленина 11,664000 Иркутск, Россия
dykhta@isea.ru

На основе достаточных условий оптимальности Кротова можно провести оценку снизу точкой нижней грани функционала в задаче оптимального управления

$$\dot{x} = f(t,x,u), t \in [t_0,t_1] = T, x(t) \in R^n, u(t) \in R^r,$$

$$x(t_0) \in X_0, u(t) \in U(t),$$
$$F(x(t_1)) \to \inf .$$

Эта оценка определяется при помощи непрерывно дифференцируемой функции $\varphi : T \times R^n \to R^1$ и функционала $l(\varphi)$:

$$l(\varphi) = m(\varphi) - \int_T \mu(t,\varphi)dt,$$

где

$$m(\varphi) = \inf_{\substack{x_0 \in X_0 \\ x_1 \in X_*(t_1)}} (\varphi(t_1,x_1) - \varphi(t_0,x_0) + F(x_1)),$$

$$\mu(t,\varphi) = \sup_{\substack{u \in U(t) \\ x \in X_*(t)}} (\varphi_x^{'}(t,x)f(t,x,u) + \varphi_t(t,x)).$$

Здесь φ_x, φ_t – соответствующие частные производные, $X_*(t)$ – некоторая априорная внешняя оценка множества достижимости $X_D(t)$ исходной управляемой системы. Эта оценка имеет вид: $l(\varphi) \leq \inf F(x(t_1))$ по траекториям управляемой системы. Заметим, что это неравенство справедливо для любых указанных выше функций φ. Но тогда, естественно, встает задача об уточнении оценки нижней грани: $l(\varphi) \to \sup\limits_{\varphi}$.

В работе [1] проводится подробное исследование этой задачи. Получены необходимые и достаточные условия оптимальности, предложены схемы последовательного уточнения. Однако, вообще говоря, требуется наличие некоторой внешней оценки множества достижимости $X_*(t)$. Если $X_*(t) = R^n$, то для некоторых функций φ функционал $l(\varphi)$ может быть неограничен. Поэтому задача конструктивного определения таких оценок актуальна. Тем более, что это можно сделать, оставаясь в рамках конструкций Кротова.

Пусть $\{F_i(t,x)\}_{i=1}^s$ – набор непрерывно дифференцируемых по своим аргументам функций $F_i : T \times R^n \to R^1$. Тогда каждое из множеств

$$X_i(t,\varphi_i) = \{x \in R_n : F_i(t,x) \geq m_i(t,\varphi_i) + \int_{t_0}^t \mu_i(\tau,\varphi_i)d\tau\},$$

а также и их пересечение $\bigcap\limits_{i=1}^{s} X_i(t,\varphi_i)$ есть внешняя оценка множества достижимости. Функционалы $m_i(t,\varphi_i)$ и $\mu_i(t,\varphi_i)$ определяются так:

$$m_i(t,\varphi_i) = \inf_{\substack{x_0\in X_0 \\ x_1\in X(t,\varphi_i)}} (\varphi_i(t,x_1) - \varphi_i(t_0,x_0)F_i(t,x_1)),$$

$$\mu_i(t,\varphi_i) = \sup_{\substack{u\in U_t \\ x\in X(t,\varphi_i)}} (\varphi_{ix}^{'}(t,x)f(t,x,u) + \varphi_{it}(t,x)).$$

Хотелось бы обратить внимание на то, как в общем случае определяются эти функционалы. Отсюда, же вытекают и более простые способы определения множеств $X_i(t,\varphi_i)$. Таким образом, заменяя в определении функционалов $m(\varphi)$ и $\mu(t,\varphi)$ множества $X_*(t)$ на $X_i(t,\varphi_i)$ или их пересечение, получаем внутренне замкнутую задачу об уточнении оценки точкой нижней грани функционала $F(x(t_1))$ в задаче оптимального управления для которой справедливы результаты [1]. При этом появляется дополнительная возможность уточнять и сами оценки множеств достижимости $X_i(t,\varphi_i)$. Тем более, что алгоритмы этого уточнения, по сути, идентичны алгоритму решения задачи $l(\varphi) \to \sup\limits_{\varphi}$.

В докладе приводится пример уточнения оценки точной нижней грани функционала в задаче оптимального управления с некомпактным множеством достижимости. Улучшающая последовательность $\{\varphi^k\}$ позволяет достичь $\sup\limits_{\varphi} l(\varphi) = \inf\limits_{x(\cdot)} F(x(t_1))$, хотя в самой задаче оптимального управления в качестве оптимального управления выступает скользящий режим и отвечающие ему траектории.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 07-01-00741.

Список литературы

1. *Сидоренко Г.В.* Уточнение оценки нижней грани функционала в задаче оптимального управления // Компьютерная алгебра и интеллектуальное управление. Проблемы анализа стратегической стабильности. Иркутск, ВУ СО РАН, 1995. С. 98–117.

К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЛОКАЛЬНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ

В.А. Срочко

Иркутский госуниверситет, ИМЭИ, К. Маркса, 1, 664003 Иркутск, Россия
srochko@math.isu.ru

Рассматривается обыкновенная динамическая задача оптимизации, линейная по управлению с ограничением в форме включения относительно выпуклого компактного множества. В известных методах фазовой аппроксимации первого и второго порядков [1] традиционно используется процедура разовой (однократной) минимизации соответствующей вариации целевого функционала (для обеспечения неотрицательности) с последующим поиском параметра варьирования для улучшения рассматриваемого управления в рамках исходной задачи. В докладе предлагается более логичный и перспективный вариант конструирования методов на основе решения (по крайней мере, локального) вспомогательной задачи на минимум аппроксимации. Решение этой задачи следует проводить в некоторой окрестности исходного управления. Существенной является проблема формирования таких окрестностей. В этой части выбор сделан в пользу традиционной схемы варьирования в форме обобщенной выпуклой комбинации управлений. При этом охватываются, по крайней мере, два типа окрестностей – слабая (в норме L_∞) и игольчатая (по мере несовпадения управлений). Важно подчеркнуть, что при такой формализации ограничения на управление в