Неизвестные x_j, числовые параметры x_j^* и ограничения (3) связаны с узлами сети (n — количество узлов сети). Ограничение вида (2) соответствует ориентированной дуге сети с началом в узле k_i и концом в узле l_i (m — количество дуг). На практике задачи вида (1)–(3) возникают в строительстве при планировке местности.

Для решения задачи (1)–(3) предложен двухфазный алгоритм. Первая фаза предназначена для построения начального опорного плана и представляет модификацию метода искусственного базиса. На этом этапе строится точка, удовлетворяющая ограничениям (2),(3), вместе с опорой — набором активных линейно-независимых ограничений.

На второй фазе алгоритма происходит решение экстремальной задачи (1)–(3), для чего разработана специальная модификация прямого опорного метода [1],[2].

При разработке алгоритма учитены следующие особенности задачи (1)–(3):

1) матрица системы основных ограничений такова, что в каждой строке только два отличных от нуля элемента (+1 и −1). Это означает, что матрица опоры ограничений будет иметь в каждой строке тоже не более двух отличных от нуля элементов. Системы уравнений с подобными матрицами легко решаются без использования обратной матрицы. Поэтому в разработанном алгоритме не используется обратная опорная матрица. Для хранения информации о матрице системы и ее опорной матрице ограничений используются специальные структуры, позволяющие чрезвычайно экономно использовать память компьютера.

2) доказано, что матрица опоры целевой функции является диагональной. Это обстоятельство означает, что оценки переменных, вошедших в опору целевой функции, автоматически будут сохранять нулевые значения. Специальных вычислений, связанных с их удержанием в “нуле”, не требуется.

Отмеченные выше особенности делают разработанный алгоритм

а) устойчивым к погрешностям вычислений;

б) экономным по использованию памяти компьютера;

в) малозатратным с вычислительной точки зрения.

Список литературы

1. *Ракецкий В.М.* Прямой опорный метод квадратичного программирования // Проблемы оптимального управления. Минск: Наука и техника, 1981. С. 318–335.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Ракецкий В.М.* К методам решения общей задачи выпуклого квадратичного программирования // Докл. АН СССР. 1981. Т. 258. №6. С. 1289–1293.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ РЕКОНСТРУКЦИИ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В.Л. Розенберг

Институт математики и механики УрО РАН, С.Ковалевской 16, 620219 Екатеринбург, Россия
rozen@imm.uran.ru

Необходимость решения задач реконструкции неизвестных характеристик динамических систем в режиме “реального” времени по неточной и неполной информации о фазовом состоянии возникает во многих научных и прикладных разработках (в механике управляемого полета, при создании технологических и производственных процессов, при исследовании финансовых рынков, в экологии, медицине). Такие задачи, вкладывающиеся в проблематику теории динамического обращения управляемых систем, как правило, являются некорректными и требуют применения регуляризирующих процедур. Один из подходов к их решению, предложенный в [1], основан на сочетании принципов теории позиционного управления и теории некорректных задач. Задача восстановления фактически сводится к задаче управления по принципу обратной связи подходящей вспомогательной динамической системой, часто называемой моделью. Регуляризация исходной задачи осуществляется локально на этапе выбора в дискретные моменты времени позиционного управления в модели. Данный метод активно применяется для систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями, дифференциально-функциональными уравнениями, а также уравнениями и вариационными неравенствами с распределенными параметрами (см., например, [2, 3]). При этом восстановлению подлежат различные переменные характеристики систем, именно: неизвестные точечные и распределенные возмущения, начальные и граничные данные, коэффициенты эллиптического оператора и т.д.

В настоящем докладе с позиций подхода [1] исследуется задача динамического восстановления неизвестного детерминированного возмущения в стохастическом дифференциальном уравнении Ито с диффузией, решением которого является марковский процесс с непрерывными траекториями [4]. Восстановление проводится на основе неточных измерений текущего фазового состояния.

Конкретизируем общую постановку задачи. Рассматривается стохастическое дифференциальное уравнение следующего вида:

$$dX(t) = F_1(t, X(t), u(t))dt + F_2(t, X(t), v(t))d\xi(t), \tag{1}$$

$$t \in T = [0, \theta],\ X(0) = X_0,\ X \in R^n,\ \xi \in R^m.$$

Здесь X_0 — вектор начальных условий; $\xi(t, \omega)$ — стандартный винеровский процесс ($M\xi(t) = 0$, $D\xi(t) = It$, I — единичная матрица, $\xi(0) = 0$); F_1, F_2 — функции, удовлетворяющие ограничениям, обеспечивающим существование и единственность решения уравнения (1) (см. [4]); $u(\cdot)$, $v(\cdot)$ — детерминированные возмущения, принадлежащие некоторым функциональным пространствам. Полагаем, что в уравнении (1) может присутствовать либо $u(\cdot)$, либо $v(\cdot)$.

В дискретные, достаточно частые, моменты времени $\tau_i \in T$ поступает информация X_i о случайном процессе $X(t)$, обеспечивающая выполнение соотношения:

$$\|X_i - X(\tau_i)\|_{L_2(P)} \le h. \tag{2}$$

Требуется указать алгоритм динамического восстановления неизвестного возмущения (соответственно, $u(\cdot)$ или $v(\cdot)$) по данным вида (2), причем отклонение приближения от реальной функции должно быть сколь угодно мало в соответствующей метрике при достаточно малой точности измерений h.

В докладе обсуждаются два случая:

1) неизвестное возмущение $u(\cdot)$ входит только в детерминированный член правой части уравнения (1);

2) неизвестное возмущение $v(\cdot)$ входит только в стохастический член правой части уравнения (1).

В первом случае для нелинейного по фазовой переменной и аффинного по возмущению уравнения показано, что процедура построения конечно-шагового алгоритма, предложенная в [1], может быть модифицирована с учетом специфики стохастического уравнения. В частности, как и в [1], для нахождения модельного управления в дискретные моменты времени решается задача конечномерной оптимизации. Доказана сходимость алгоритма, выписаны условия согласования его параметров.

Второй случай требует дополнительного анализа. В [5] для линейного стохастического уравнения рассматриваемая задача сведена к обратной задаче для обыкновенного дифференциального уравнения, которому удовлетворяет ковариационная матрица исходного случайного процесса. Предложен конечно-шаговый устойчивый алгоритм решения, получена оценка его точности относительно количества доступных измерению реализаций процесса.

Приведен иллюстративный пример, соответствующий простейшей модели динамики рыночных цен [6]. Кроме того, обсуждаются возможности расширения класса систем, для которых применима используемая методика.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 06-01-00359) и Программы поддержки ведущих научных школ России.

Список литературы

1. *Кряжимский А.В., Осипов Ю.С.* О моделировании управления в динамической системе // Известия АН СССР, Техническая кибернетика. 1983. № 2. С. 51–60.
2. *Максимов В.И.* Задачи динамического восстановления входов бесконечномерных систем. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2000.
3. *Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V.* Inverse problems for ordinary differential equations: dynamical solutions. London: Gordon and Breach, 1995.
4. *Оксендаль Б.* Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. М.: Мир, 2003.
5. *Розенберг В.Л.* Задача динамического восстановления неизвестной функции в линейном стохастическом дифференциальном уравнении // Автоматика и телемеханика. 2007. № 11. С. 76–87.
6. *Litzenberger R.H., Rabinowitz N.* Backwardation in oil future markets: theory and empirical evidence // J. of Finance. 1995. Vol. L, No. 5. P. 166–184.

СИНТЕЗ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ В ЗАДАЧЕ СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ЗАДАННЫХ ДВИЖЕНИЙ

Е.А. Ружицкая

Гомельский государственный университет им.Ф.Скорины, Советская 104, 246019 Гомель, Беларусь
{ruzhitskaya}@gsu.by

Введение. Исследуется задача осуществления заданных движений динамическими системами. Методами оптимального управления строится алгоритм работы регулятора, который в режиме реального времени вычисляет текущие значения ограниченных обратных связей, с помощью которых замкнутая система устойчиво осуществляет заданное движение. Результаты иллюстрируются на задаче слежения.

1. Постановка задачи. Пусть на промежутке времени $t \geq 0$ динамическая система с управлением описывается уравнением

$$\dot{x} = Ax + bu, \tag{1}$$

где $x = x(t)$ — n-вектор состояния системы в момент t, $u = u(t)$ — значение скалярного управляющего воздействия, $rank(b, Ab, ..., A^{n-1}b) = n$.

Будем считать, что доступные управления ограничены: $|u(t)| \leq L,\ t \geq 0$.

Наряду с уравнением (1) рассмотрим движение на фазовой плоскости

$$x = x_f(t),\ t \geq 0, \tag{2}$$

заданное кусочно-гладкой функцией $x_f(t),\ t \geq 0$.

Будем говорить, что движение (2) допустимо (осуществимо), если существует такое доступное управление $u_f(t),\ |u_f(t)| \leq L,\ t \geq 0$, что

$$\dot{x}_f(t) = Ax_f(t) + bu_f(t),\ t \geq 0. \tag{3}$$

Пусть $G \subset R^n$ — область фазового пространства системы (1), внутренность которой содержит движение (2): $x_f(t) \in intG,\ t \geq 0$.