где $c = c_0 + ic_1$ — произвольное обобщенное комплексное число, здесь $i^2 = \alpha + \beta i$.

Собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} a & \alpha b \\ b & a + \beta b \end{pmatrix} \tag{4}$$

равны $\lambda_{1,2} = a + \beta b/2 \pm |b|\sqrt{\alpha + \frac{\beta^2}{4}}$. Более того, любая матрица второго порядка с действительными элементами приводится невырожденным преобразованием к матрице вида (4). Поэтому справедлива следующая классификация.

Теорема 1. *Пусть $a \neq 0$, $b \neq 0$.*

Если система (2) равносильна дифференциальному уравнению (3) для функции со значениями в эллиптических числах, то тип точки покоя $(0,0)$ — фокус или центр.

Если система (2) равносильна дифференциальному уравнению (3) для функции со значениями в гиперболических числах, то тип точки покоя $(0,0)$ — седло или бикритический узел.

Если система (2) равносильна дифференциальному уравнению (3) для функции со значениями в параболических числах, то тип точки покоя $(0,0)$ — монокритический узел.

Если же $a \neq 0$, $b = 0$, то система (2) равносильна дифференциальному уравнению (3) для функции со значениями в действительных числах. В этом случае, тип точки покоя $(0,0)$ — дикритический узел.

Список литературы

1. *Кантор И.В., Солодовников А.С.* Гиперкомплексные числа. М.: Наука, 1973.
2. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1973.
3. *Немыцкий В.В., Степанов В.В.* Качественная теория дифференциальных уравнений. М.,Л.: ОГИЗ, 1947.
4. *Пуанкаре А.* О кривых определяемых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.,Л.: ОГИЗ, 1947.
5. *Радыно Н.Я.* О функциях гиперкомплексного переменного и их применении к интегрированию систем дифференциальных уравнений в замкнутом виде // Вестник БГУ. Сер. 1. 2008. № 1. С. 83–88.

ПРЯМОЙ ОПОРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ СЕТЕВОЙ ЗАДАЧИ КВАДРАТИЧНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В.М. Ракецкий

Брестский государственный технический университет, Московская 267, 224017 Брест, Беларусь
rvm@bstu.by

Рассматривается задача выпуклого квадратичного программирования в сетевой постановке

$$\tfrac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}(x_j - x_j^*)^2 \to \min, \tag{1}$$

$$b_{*i} \leq x_{k_i} - x_{l_i} \leq b_i^*, i = \overline{1,m}; \tag{2}$$

$$d_{*j} \leq x_j \leq d_j^*, j = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Здесь x_j, $j = \overline{1,n}$, — искомые переменные; x_j^*, d_{*j}, d_j^*, $j = \overline{1,n}$, b_{*i}, b_i^*, $i = \overline{1,m}$, - известные числовые параметры.

Неизвестные x_j, числовые параметры x_j^* и ограничения (3) связаны с узлами сети (n — количество узлов сети). Ограничение вида (2) соответствует ориентированной дуге сети с началом в узле k_i и концом в узле l_i (m — количество дуг). На практике задачи вида (1)–(3) возникают в строительстве при планировке местности.

Для решения задачи (1)–(3) предложен двухфазный алгоритм. Первая фаза предназначена для построения начального опорного плана и представляет модификацию метода искусственного базиса. На этом этапе строится точка, удовлетворяющая ограничениям (2),(3), вместе с опорой — набором активных линейно-независимых ограничений.

На второй фазе алгоритма происходит решение экстремальной задачи (1)–(3), для чего разработана специальная модификация прямого опорного метода [1],[2].

При разработке алгоритма учитены следующие особенности задачи (1)–(3):

1) матрица системы основных ограничений такова, что в каждой строке только два отличных от нуля элемента ($+1$ и -1). Это означает, что матрица опоры ограничений будет иметь в каждой строке тоже не более двух отличных от нуля элементов. Системы уравнений с подобными матрицами легко решаются без использования обратной матрицы. Поэтому в разработанном алгоритме не используется обратная опорная матрица. Для хранения информации о матрице системы и ее опорной матрице ограничений используются специальные структуры, позволяющие чрезвычайно экономно использовать память компьютера.

2) доказано, что матрица опоры целевой функции является диагональной. Это обстоятельство означает, что оценки переменных, вошедших в опору целевой функции, автоматически будут сохранять нулевые значения. Специальных вычислений, связанных с их удержанием в "нуле", не требуется.

Отмеченные выше особенности делают разработанный алгоритм

а) устойчивым к погрешностям вычислений;

б) экономным по использованию памяти компьютера;

в) малозатратным с вычислительной точки зрения.

Список литературы

1. *Ракецкий В.М.* Прямой опорный метод квадратичного программирования // Проблемы оптимального управления. Минск: Наука и техника, 1981. С. 318–335.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Ракецкий В.М.* К методам решения общей задачи выпуклого квадратичного программирования // Докл. АН СССР. 1981. Т. 258. №6. С. 1289–1293.

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ РЕКОНСТРУКЦИИ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

В.Л. Розенберг

Институт математики и механики УрО РАН, С.Ковалевской 16, 620219 Екатеринбург, Россия
rozen@imm.uran.ru

Необходимость решения задач реконструкции неизвестных характеристик динамических систем в режиме "реального" времени по неточной и неполной информации о фазовом состоянии возникает во многих научных и прикладных разработках (в механике управляемого полета, при создании технологических и производственных процессов, при исследовании финансовых рынков, в экологии, медицине). Такие задачи, вкладывающиеся в проблематику теории динамического обращения управляемых систем, как правило, являются некорректными и требуют применения регуляризирующих процедур. Один из подходов к их решению, предложенный в [1], основан на сочетании принципов теории позиционного управления и теории некорректных задач. Задача восстановления фактически сводится к