Теорема 1. *Система (1)-(2) H-t_1-управляема в точках $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_\gamma$ тогда и только тогда, когда*

$$rank\left\{ \left[\begin{array}{c} H\left[\begin{array}{c} X_k(s-\beta_i) \\ Y_k(s-\beta_i) \end{array}\right] \\ i=\overline{1,\gamma} \end{array} \right] k=0,1,...,n; s\in\{\ jh+\beta_i|i=\overline{1,\gamma}, j=\overline{0, min\{T_{t_1}-1, m\}}\ \}\ ,\right.$$
$$\left. \left[\begin{array}{c} H\left[\begin{array}{c} X_k(s-\beta_i) \\ Y_k(s-\beta_i) \end{array}\right]\eta_{\beta_i} \\ i=\overline{1,\gamma} \end{array} \right] k=0,1,...,n; s\in\{min\{T_{t_1}, m\}h+\beta_i|i=\overline{1,\gamma}\} \right\}$$
$$=rank\left\{ \left[\begin{array}{c} H\left[\begin{array}{c} X_k(s-\beta_i) \\ Y_k(s-\beta_i) \end{array}\right] \\ i=\overline{1,\gamma} \end{array} \right] k=0,1,...,n; s\in\{\ jh+\beta_i|i=\overline{1,\gamma}, j=\overline{0, min\{T_{t_1}-1, m\}}\ \}\ ,\right.$$
$$\left. \left[\begin{array}{c} H\left[\begin{array}{c} X_k(s-\beta_i) \\ Y_k(s-\beta_i) \end{array}\right]\eta_{\beta_i} \\ i=\overline{1,\gamma} \end{array} \right] k=0,1,...,n; s\in\{min\{T_{t_1}, m\}h+\beta_i|i=\overline{1,\gamma}\}\ , diag[H]_{i=1}^{\gamma} \right\},$$

где η_{β_i}-характеристическая функция вида $\eta_{\beta_i} = \begin{cases} 0, & \text{если } \{\frac{t_1}{h}\} < \{\frac{\beta_i}{h}\}, \\ 1, & \text{если } \{\frac{t_1}{h}\} \geq \{\frac{\beta_i}{h}\}. \end{cases}$

Доказательство теоремы 1 основано на построении множества поточечтой H-t_1-достижимости и изучении его свойств. Множество поточечтой H-t_1-достижимости строится с использованием представления решения в виде ряда по решениям определяющих уравнений: $\begin{bmatrix} x(t,0,0,u) \\ y(t,0,0,u) \end{bmatrix} = \sum\limits_{k=0}^{T_t} \begin{bmatrix} 0 \\ Y_0(kh) \end{bmatrix} u(t-kh) + \int\limits_0^t \sum\limits_{k=0}^{+\infty} \sum\limits_{\substack{i=0 \\ (t-\tau-ih>0)}}^{+\infty} \begin{bmatrix} X_{k+1}(ih) \\ Y_{k+1}(ih) \end{bmatrix} \frac{(t-\tau-ih)^k}{k!} u(\tau) d\tau,$

полученного в работе [3] и использовании леммы 1.

Список литературы

1. *Минюк С.А.* Две задачи управляемости для линейной системы с последействием// Вестник БГУ. 1972. Сер. 1. № 1. С. 8-11.
2. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Качественная теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1971-508с.
3. *Марченко В.М., Поддубная О.Н.* Линейные стационарные ГДР системы: I. Представление решений// Известия РАН. Теория и системы управления. 2006. № 5. С. 24-38.

К ПРОБЛЕМЕ СИНТЕЗА ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Е.И. Поясок

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

poyasok@bsu.by

Управление осуществляется, как правило, в условиях неопределенности, которая возникает из-за неточности математического моделирования объекта управления, неточности реализации расчетных значений управляющих воздействий, из-за внешних возмущений, неизбежно сопровождающих процесс управления, из-за ошибок измерения входных и выходных сигналов, на которых основано формирование управляющих воздействий. В подобных условиях используется позиционное управление, соответствующее принципу управления по замкнутому контуру. Тогда текущие управляющие воздействия создаются по текущей информации о поведении объекта и действующих на него возмущениях, что позволяет в определенной степени парировать вредное воздействие неопределенности на качество процесса управления. Канал, по которому в управляющий орган поступает и преобразуется информация о возмущениях (входные сигналы), называется прямой связью. Обратной связью называют канал, обрабатывающий текущую информацию о поведении объекта управления (выходные сигналы). Гибрид из каналов обоих типов - комбинированная связь. В [1] описаны методы реализации оптимальных обратных связей в режиме реального времени для линейной задачи оптимального управления. Цель данного сообщения - перенести конструкции [2] на общий случай (оптимальные комбинированные связи).

В классе дискретных управляющих воздействий рассматривается задача:

$$c'x(t^*) \to \max; \dot{x} = A(t)x + B(t)u + M(t)w(t); x(t_*) = x_0, x(t^*) \in X^*; u(t) \in U, t \in T; \quad (1)$$

$$y_z(\theta) = C_z(\theta)z(\theta) + \xi_z(\theta), \xi_z(\theta) \in \Xi_z, \theta \in T_z; \dot{z} = A_z(t)z + M_z(t)w(t); z(t_*) = z_0, t \in T; \quad (2)$$

$$y_x(\theta_i) = \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} C_x(\nu)x(\nu)d\nu + \xi_x(\theta_i), \xi_x(\theta_i) \in \Xi_x, i = \overline{1, N_y}. \quad (3)$$

Здесь $T = [t_*, t^*]$ - промежуток времени, $T_u = \{t_*, t_* + h, \ldots, t^* - h\}$, $h = (t^* - t_*)/N$, (N- натуральное число); $T_z \subset T_u \backslash t_*$, $T_x = \{\theta_i \in T_u, i = \overline{1, N_y}\}, t_* = \theta_0 < \theta_1 < \ldots < \theta_{N_y} < t^*$; $A(t) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$, $A_z(t) \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z}$, $B(t) \in \mathbb{R}^{n_x \times r}$, $C_z(t) \in \mathbb{R}^{q_z \times n_z}$, $C_x(t) \in \mathbb{R}^{q_x \times n_x}$, $M(t) \in \mathbb{R}^{n_x \times n_w}$, $M_z(t) \in \mathbb{R}^{n_z \times n_w}, t \in T$, - кусочно-непрерывные функции; $h_i \in \mathbb{R}^{n_x}, h_i'h_i = 1, i = \overline{1, m}; m > n_x$; $H \in \mathbb{R}^{m \times n_x}$ - матрица со строками $h_i, i = \overline{1, m}$; $c \in \mathbb{R}^{n_x}$; $g_*, g^* \in \mathbb{R}^m$; $u_*, u^* \in \mathbb{R}^r$; $x_0 \in \mathbb{R}^{n_x}$; $z_0 \in \mathbb{R}^{n_z}$; $U = \{u \in \mathbb{R}^r : u_* \le u \le u^*\}$; $\Xi_z = \{\xi \in \mathbb{R}^{q_z} : \xi_{z*} \le \xi \le \xi_z^*\}$; $\Xi_x = \{\xi \in \mathbb{R}^{q_x} : \xi_{x*} \le \xi \le \xi_x^*\}$ - ограниченные множества; $X^* = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} : g_{*i} \le h_i'x \le g_i^*, i = \overline{1, m}\}$ - ограниченное тело; $x = x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ - состояние математической модели (1) объекта управления в момент времени t, $u = u(t) \in \mathbb{R}^r$ - значение управляющего воздействия; $y_z(\theta), \theta \in T_z$; $y_x(\theta), \theta \in T_x$ - сигналы измерительных устройств (2) и (3) соответственно, содержащие всю доступную информацию о поведении объекта в процессе управления; $\xi_z(\theta), \theta \in T_z$; $\xi_x(\theta), \theta \in T_x$ - неизвестные ошибки измерений устройств (2) и (3); $w(t), t \in T$ - неизвестное возмущение.

Возмущение $w(\cdot) = (w(t) = w_1(t) + w_2(t) \in \mathbb{R}^{n_w}, t \in T)$ состоит из регулярной (конечно-параметрической) $w_1(\cdot)$ и нерегулярной (кусочно-непрерывной) $w_2(\cdot)$ компонент:

$$w_1(t) = L(t)w, w \in W_1;\ w_2(t) \in W_2, t \in T,$$

где $L(t) \in \mathbb{R}^{n_w \times l}, t \in T$, - кусочно-непрерывная функция; $w \in \mathbb{R}^l$ - неизвестный вектор возмущения с ограниченным множеством возможных значений $W_1 = \{w \in \mathbb{R}^l : l_{*w} \le L_w w \le l_w^*, w_{1*} \le w \le w_1^*\}$, $L_w \in \mathbb{R}^{m_w \times l}$; $w_2(t), t \in T$, - неизвестная кусочно-непрерывная функция со значениями из ограниченного множества $W_2 = \{w \in \mathbb{R}^{n_w} : \|w\| \le \epsilon_w\}$, ($\|x\| = \max\limits_{1 \le i \le n} |x_i|, x \in \mathbb{R}^n$).

Функция $u(\cdot) = (u(t), t \in T)$ называется дискретной (с периодом квантования h), если $u(t) \equiv u(s), t \in [s, s + h[, s \in T_u$.

В докладе вводится понятие квазиреализации оптимальной связи, строящейся оптимальным регулятором в режиме реального времени. Описывается алгоритм работы оптимального регулятора, в основу которого положен принцип разделимости оптимального управления в условиях неопределенности. Приведен двухфазный метод. Работа завершается примером.

Список литературы

1. *Балашевич Н.В., Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Построение оптимальных обратных связей по математическим моделям с неопределенностью // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2004. Т. 44. № 2. С. 265-286.
2. *Габасов Р., Дмитрук Н.М., Кириллова Ф.М.* Оптимальное управление многомерными системами по неточным измерениям их выходных сигналов // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2004. Т. 10. № 2. С. 35-57.