ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОГО РАСХОЖДЕНИЯ КУЛЬБАКА-ЛЕЙБЛЕРА ПРИ ПОСТРОЕНИИ АДАПТИВНЫХ ФИЛЬТРОВ

Е.Л. Первухина

Севастопольский национальный технический университет,
ул. Университетская 33, 99053, Севастополь, Украина
elena@pervuh.sebastopol.ua

Существующие методы решения задачи адаптивной фильтрации делятся на прямые и косвенные. В косвенных методах эмпирические данные применяются для восстановления описания наблюдений и только потом для оптимального синтеза фильтра. В прямых методах фильтр формируется по наблюдениям без восстановления их описания. Прямые методы проще с точки зрения вычислений и позволяют решать задачу в темпе поступления информации. Так, в [1] предложены алгоритмы адаптивной фильтрации, в основе которых лежат понятия информационной теории: энтропии и взаимной информации. Алгоритмы просты в вычислительном отношении, робастны, но не могут быть реализованы для нелинейных систем.

В настоящей работе адаптивный дискретный фильтр строится на основе информационного расхождения Кульбака-Лейблера между параметрами вероятностных распределений вектора состояния динамической системы и его оценки. Предложенный в [2] алгоритм адаптивной фильтрации распространяется на случай нелинейной системы. Рассматриваются примеры.

Список литературы

1. Unsupervised Adaptive Filtering / S. Haykin, ed. — Vol.II. Blind Source Separation. — John Wiley& Sons, Inc., 2000.
2. *Первухина Е.Л.* Использование информационной меры в процедурах оценки дискретных стохастических систем при неизвестных ковариациях шумов // Известия РАЕН. Серия МММИУ. 1999, Т. 3. №3. С. 100–106.

О СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЙ НЕАВТОНОМНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕКОНСЕРВАТИВНЫМИ СИЛАМИ

О.А. Перегудова

Ульяновский госуниверситет, Л. Толстого 42, 432000 Ульяновск, Россия
peregudovaoa@sv.ulsu.ru

Введение. В докладе рассматривается задача о стабилизации движений неавтономных механических систем, находящихся под действием потенциальных, неконсервативных сил, за счет присоединения диссипативных и гироскопических сил. Задачи устойчивости и стабилизации движений механических систем при наличии неконсервативных сил рассматривались, в частности, в работах [1]-[4]. На основе полученных ранее результатов [5, 6] выведены новые условия стабилизации движений таких систем.

1. Основной результат. Пусть уравнения возмущенного движения механической системы имеют вид

$$\ddot{\mathbf{q}} + (\mathrm{diag}\{c_1(t), \dots, c_n(t)\} + \mathbf{P}(t))\mathbf{q} = \mathbf{Q}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \tag{1}$$

где $\mathbf{q} \in R^n$ — вектор обобщенных координат, $\mathrm{diag}\{c_i(t)\} \in R^{n\times n}$ — матрица потенциальных сил, $c_i(t) \geq c_0 = const > 0$, кососимметричная матрица $\mathbf{P}(t) \in R^{n\times n}$ с непрерывными ограниченными элементами описывает неконсервативные силы, действующие на систему, $\mathbf{Q}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ — функция, содержащая $\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}$ в степени выше первой, $\mathbf{Q}(t,\mathbf{0},\mathbf{0})=\mathbf{0}$.

Решена задача о стабилизации до равномерной асимптотической устойчивости невозмущенного движения $\mathbf{q}=\dot{\mathbf{q}}=\mathbf{0}$ системы (1) за счет присоединения диссипативных и гироскопических сил.

Теорема 1. *Пусть выполняется условие*

$$\det(\mathrm{diag}\{c_1(t),\ldots,c_n(t)\}+\mathbf{P}(t))\geq\varepsilon=const>0.$$

Тогда невозмущенное движение $\mathbf{q}=\dot{\mathbf{q}}=\mathbf{0}$ системы (1) будет стабилизировано до равномерной асимптотической устойчивости, если к системе присоединить диссипативные силы с диагональной матрицей $\mathrm{diag}\{b_i(t)\}$ и гироскопические силы с матрицей $\mathbf{G}(t)=\mu(t)\mathbf{P}(t)$, такие, что положительные функции $b_i(t)$, $\mu(t)$ удовлетворяют условию

$$-\frac{2}{\mu(t)}-2b_i(t)+\frac{2\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\leq-\mu(t)c_i(t),\quad\forall i=1,\ldots,n$$

Доказательство. После добавления диссипативных и гироскопических сил система (1) примет вид

$$\ddot{\mathbf{q}}+(b(t)\mathbf{E}+\mathbf{G}(t))\dot{\mathbf{q}}+(\mathrm{diag}\{c_1(t),\ldots,c_n(t)\}+\mathbf{P}(t))\mathbf{q}=\mathbf{Q}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}).\tag{2}$$

Сделаем в уравнении (2) замену переменных

$$\mathbf{x}_1=\mathbf{x},\quad\mathbf{x}_2=\mathbf{x}+\mu(t)\dot{\mathbf{x}}.$$

Тогда получим следующую систему

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{x}}_1=-\dfrac{1}{\mu(t)}\mathbf{x}_1+\dfrac{1}{\mu(t)}\mathbf{x}_2,\\ \dot{\mathbf{x}}_2=\left(-\dfrac{1}{\mu(t)}\mathbf{E}+b(t)\mathbf{E}+\mathbf{G}(t)-\mu(t)\,\mathrm{diag}\{c_1(t),\ldots,c_n(t)\}-\right.\\ \left.-\mu(t)\mathbf{P}(t)-\dfrac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\mathbf{E}\right)\mathbf{x}_1+\left(\dfrac{1}{\mu(t)}\mathbf{E}-b(t)\mathbf{E}-\mathbf{G}(t)+\dfrac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\mathbf{E}\right)\mathbf{x}_2.\end{cases}\tag{3}$$

Возьмем для системы (3) вектор-функцию Ляпунова $\mathbf{V}=\mathbf{V}(\mathbf{x}_1,\mathbf{x}_2)$ в виде

$$\mathbf{V}=(V_1,V_2)^T,\quad V_1=|\mathbf{x}_1|,\quad V_2=|\mathbf{x}_2|,$$

где символ $|\cdot|$ означает евклидову норму в пространстве R^n. Тогда получим систему сравнения

$$\begin{cases}\dot{u}_1=-\dfrac{1}{\mu(t)}u_1+\dfrac{1}{\mu(t)}u_2,\\ \dot{u}_2=\max\limits_{i=1,\ldots,n}\left|\dfrac{1}{\mu(t)}-b(t)+\mu(t)c_i(t)+\dfrac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right|u_1+\left(\dfrac{1}{\mu(t)}-b(t)+\dfrac{\dot{\mu}(t)}{\mu(t)}\right)u_2,\end{cases}\tag{4}$$

которая является равномерно устойчивой. При этом множество

$$\{\max\{V_1,V_2\}=const>0\}\tag{5}$$

не содержит решений системы, предельной к (3), что обеспечивает равномерное притяжение решений к нулю [5]. Действительно, на множестве (5) решения системы, предельной к (3), удовлетворяют соотношению

$$(\mathrm{diag}\{c_1(t),\ldots,c_n(t)\}+\mathbf{P}(t))\mathbf{x}_1^*(t)\equiv0,\quad\forall t\geq0,\tag{6}$$

откуда, в силу условий теоремы, следует равенство $\mathbf{x}_1^*(t) \equiv 0$, а значит, решения системы, предельной к (3), не принадлежат множеству (5).

Таким образом нулевое решение ($\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$) системы (3) равномерно асимптотически устойчиво. И значит, невозмущенное движение $\mathbf{q} = \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0}$ системы (1) будет стабилизировано до равномерной асимптотической устойчивости.

На основе этой теоремы получены условия стабилизации квазистационарного вращения спутника на эллиптической орбите.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (08-01-00741).

Список литературы

1. *Агафонов С.А.* Устойчивость движения неконсервативных систем и оценка области притяжения // ПММ. 2003. Т. 67. Вып. 2. С. 239–243.
2. *Иванов А.П.* Об устойчивости механических систем с позиционными неконсервативными силами // ПММ. 2003. Т. 67. Вып. 5. С. 707–712.
3. *Кошляков В.Н.* К проблеме качественного исследования гироскопических систем неконсервативной структуры // Известия РАН. Механика твердого тела. 2006. № 4. С. 10–18.
4. *Косов А.А.* Об экспоненциальной устойчивости и стабилизации неавтономных механических систем с неконсервативными силами // ПММ. 2007. Т. 71. Вып. 3. С. 411–426.
5. *Андреев А.С., Перегудова О.А.* К методу сравнения в задачах об асимптотической устойчивости // ПММ. — 2006. — Т. 70. — Вып. 6. — С. 965–976.
6. *Перегудова О.А.* Логарифмические матричные нормы в задачах устойчивости движения // ПММ. 2008. Т. 72. Вып. 3. С. 410–420.

ПОТОЧЕЧНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ

О.Н. Поддубная

Белорусский государственный экономический университет, Партизанский пр. 26, 220070 Минск, Беларусь
poddubnaya.o@tut.by

Введение. Многие реальные экономические процессы описываются с помощью гибридных динамических систем управления с запаздывающим аргументом. Наличие в таких системах взаимосвязанных дифференциальных и алгебраических уравнеий позволяет достаточно точно формализовать многие реальные процессы, что объясняет актуальность изучения гибридных систем. В докладе рассматривается проблема относительной управляемости в заданных точках для гибридных динамических систем.

1. Постановка задачи. Рассмотрим гибридную систему

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{11}x(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t), \\ y(t) &= A_{21}x(t) + A_{22}y(t-h) + B_2u(t). \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $x(t) \in \mathbb{R}^n, y(t) \in \mathbb{R}^m; u(t)$ при $t \geq 0$ является кусочно-непрерывной r-векторной функцией (допустимым управлением).

Начальные условия для системы (1) зададим в виде:

$$x(+0) = x(0) = x_0,\ y(\tau) = \psi(\tau), \tau \in [-h, 0), \tag{2}$$

где h=*const*, $h > 0, x_0 \in \mathbb{R}^n$, $\psi(\cdot)$–кусочно-непрерывная на отрезке $[-h, 0]$ m-векторная функция.

Пусть $H \in \mathbb{R}^{p\times(n+m)}$ –произвольная матрица.