0.2 (20%). Если ОС превышает допустимый практикой предел, то проведенные сравнения нужно пересмотреть. Отметим, что для обратно-симметричных матриц всегда выполняется условие $\lambda_{max} \geq$ n, а знак равенства достигается только в случаях согласованных матриц.

4. Возможность использование экспертных оценок, как при построении иерархической структуры рассматриваемой проблемы, так и при проведении попарных сравнений элементов различных уровней построенной иерархической структуры задачи, следует отнести к преимуществам метода. Метод позволяет также определить парето-оптимальность системы. Отметим, что при использовании МАИ итеративно еще глубже раскрывается суть рассматриваемой проблемы. При повторении процесса с целью уточнения суждений накапливаются дополнительные знания, которые позволяют провести эксперименты. Кроме этого допускается наличие в определенной степени уровень несогласованности экспертных мнений. Если эксперты не смогли достичь консенсуса при решении задачи, в качестве экспертной оценки можно взять геометрическое среднее отдельных альтернативных оценок.

Проведенный анализ показывает, что МАИ можно успешно использовать при решении задач управления и прогнозирования. В частности, автором доклада МАИ был применен при решении следующих задач: построение сценарий развития высшего образования в Азербайджане; становление и развитие института муниципального управления в республике; научное обоснование проведения основного нефтепровода Баку-Тбилиси-Джейхан; построение математической модели для обеспечения прозрачности в распределении нефтяных доходов.

Список литературы

1. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993, 316 с.

К УСЛОВИЯМ РЕГУЛЯРНОСТИ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л.И. Минченко, С.М. Стаховский

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

П.Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь

inform@bsuir.by

Условия регулярности (constraint qualifications) играют важную роль в задачах математического программирования, поскольку позволяют гарантировать выполнение принципа Лагранжа в невырожденной форме. В то же время условия регулярности различаются между собой общностью, сравнительной простотой проверки и условиями применения. Целью данной заметки является обобщение известного в литературе условия регулярности постоянного ранга, а также сравнительный анализ некоторых типов условий регулярности в задачах математического программирования.

Пусть $h_i(y)$ $i = 1, :, p$ - непрерывно дифференцируемые функции из в R^m в R. Введем непустое множество допустимых точек

$$C = \{y \in R^m | h_i(y) \leq 0 \quad i \in I, \quad h_i(y) = 0 \quad i \in I_0\},$$

где $y \in R^m$, $I = \{1, :, s\}$, $I_0 = \{s+1, :, p\}$ или $I_0 = \emptyset$, и рассмотрим задачу (P) математического программирования

$$f(y) \to min, y \in C$$

с непрерывно дифференцируемой целевой функцией f. Для задачи (P) введем функцию Лагранжа $L(y, \lambda) = f(y) + \langle \lambda, h(y) \rangle$, где $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_p)$, $h = (h_1, ..., h_p)$ и множество множителей Лагранжа в точке y

$$\Lambda(y) = \{\lambda \in R^p | \nabla_x L(y, \lambda) = 0, \quad \lambda_i \geq 0 \text{ и } \lambda_i h_i(y) = 0, \quad i \in I\}.$$

Одним из наиболее известных условий регулярности является условие (RMF) регулярности Мангасаряна-Фромовица [1, 2], требующее чтобы система векторов $\nabla h_i(y)$ $i \in I_0$, была линейно независимой и существовал вектор $\bar{y}_0$ такой, что

$$\langle \nabla h_i(y), \bar{y}_0 \rangle = 0 \quad i \in I_0 \langle \nabla h_i(y), \bar{y}_0 \rangle < 0 \quad i \in I(y).$$

(Здесь $I(y) = \{i \in I | h_i(y) = 0\}$).

Пусть $\rho(x, C) = \inf\limits_{y \in C} |x - y|$, где $|y|$ — евклидова норма вектора y, B — открытый единичный шар с центром в 0 в пространстве R^m.

Будем говорить, что множество C R-регулярно в точке y_0 , если найдутся числа $\alpha > 0$, $\delta > 0$ такие, что

$$\rho(y, C) \leq \alpha \max\{0,\ h_i(y) \quad i \in I,\ |h_i(y)| \quad i \in I_0\}$$

для всех $y \in y_0 + \delta B$.

Известно [1, 2], что выполнение условия регулярности Мангасаряна-Фромовица в точке y_0 гарантирует R-регулярность множества C в этой точке.

Множество C удовлетворяет в точке y_0 условию постоянного ранга или CR-регулярно в этой точке [4], если для любого подмножества $J \subset I(y_0) \bigcup I_0$ система векторов $\nabla h_i(y)$, $i \in J$ имеет постоянный ранг в некоторой окрестности точки y_0. Известно, что условия регулярности (RMF) и (CR) независимы друг от друга [4].

Ниже предлагается более простая модификация этого условия.

Определение 1. *Будем говорить, что множество C удовлетворяет в точке $y_0 \in C$ модифицированному условию постоянного ранга или MCR-регулярно в этой точке, если для любого подмножества индексов $J = K \bigcup I_0$, где $K \subset I(y_0)$, система векторов $\nabla h_i(y)$, $i \in J$ имеет постоянный ранг в некоторой окрестности точки y_0.*

Пусть $y_0 \in C$. Рассмотрим касательный конус (нижний касательный конус) к множеству C в точке $y_0 \in C$:

$T_C(y_0) = \{\overline{y} \in R^m | \exists$ функция $o(t)$ такая, что $y + t\overline{y} + o(t) \in C\ \forall t \geq 0\}$ и введем множество

$\Gamma_C(y_0) = \{\overline{y} \in R^m | \langle \nabla h_i(y_0),\ \bar{y}\rangle\rangle \leq 0\ i \in I(y_0)\ \langle \nabla h_i(y_0), \bar{y} \rangle = 0 \quad i \in I_0\}$, которое будем называть линеаризованным касательным конусом к C в точке $y_0 \in C$.

Лемма 1. *Пусть множество C MCR-регулярно в точке $y_0 \in C$. Тогда $\Gamma_C(y_0) = T_C(y_0)$.*

Теорема 1. *Пусть множество C MCR-регулярно в точке $y_0 \in C$. Тогда для любой непрерывно дифференцируемой функции f, имеющей в точке $y_0 \in C$ локальный минимум на множестве C, справедливо условие $\Lambda(y_0) \neq \emptyset$.*

Установим связь MCR-регулярности с R-регулярностью.

Теорема 2. *Пусть условие MCR-регулярности выполнено в точке $y_0 \in frC$. Тогда множество C R-регулярно в данной точке.*

Список литературы

1. *Bonnans F.,Shapiro A.* Perturbations analysis of optimization problems. Springer-Verlag, New York, 2000.
2. *Luderer B.,. Minchenko L, Satsura T.* Multivalued analysis and nonlinear programming problems with perturbations. Kluwer Acad Publishers. 2002.
3. *Березнев В.А., Завриев С.Н., Третьяков А.А.* Докл. АН СССР. Т.300, №6, 1988. С.1289-1291.
4. *Janin R.* Mathematical Programming Study. V.21, 1984. P.110-126.
5. *Pang J.-S., Ralph D.* Mathematics of Operations Research. 1993.
6. *Ralph D., Dempe S.* Mathematical Programming. V. 70, 1995. P. 159-172.
7. *Минченко Л.И., Гвоздь Е.И.* //Докл. НАНБ Т.52, №1, 2008. С. 7-12.