Сравнивая условия (7), (8), получаем, что для системы (6) управляемы те и только те начальные состояния (2), которые удовлетворяют граничному условию

$$\varphi_2(0) - \varphi_1(-h) = 0. \tag{9}$$

Используя тождество $\varphi_2(0) = \varphi_2(-h) + \int\limits_{-h}^{0} \dot{\varphi}_2(s)ds$ перепишем условие (9) так

$$\varphi_2(-h) - \varphi_1(-h) + \int_{-h}^{0} \dot{\varphi}_2(s)ds = 0. \tag{10}$$

Очевидно, что функции $\varphi(\cdot)$, удовлетворяющие условию (10), не образуют всюду плотное множество в D^2.

Список литературы

1. *Карпук В.В., Метельский А.В., Минюк С.А.* Задачи идентифицируемости и управляемости для линейных автономных систем нейтрального типа второго порядка . // Дифференц. уравнения. 2005. Т. 41, № 4. С. 455–464.

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МЕТОДОМ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ

А.И. Мехталиев

Академия Государственного Управления при Президенте Азербайджанской Республики
aga_mehdi@mail.ru

В последнее время в научной литературе, а также в Интернете все чаще встречаются различные применения “Метода анализа иерархий” (МАИ) Американского математика Томаса Саати (*Saaty Thomas L.*) [1]. Интересно, что среди различных применений этого метода можно сталкиваться с самыми разнообразными задачами. Т. Саати сам применил этот метод при решений различных задач в разных странах: при планировании транспортной системы в Судане; в пивоваренной промышленности Мексики; в области ядерной энергетики (Канада); в области авиапромышленности (Израиль); для прогнозирования развития высшего образования в США и т. д. В чем же причина такого успешного применения “Метода анализа иерархий”?. Автор доклада, анализировав все ему известные статьи и исследования по этому методу, пришел к следующим выводам.

1. Суть измерения физических величин заключается в сравнении этих величин друг с другом. А сравнение двух величин в свою очередь должно отвечать на следующий вопрос: сколько раз одна из них может разместиться в другой. Например, в геометрии. Пусть заданы два отрезка прямых. Берем из них короткий и, поместив его на втором отрезке несколько раз, можем определить сколько раз второй отрезок длиннее первого. В этом случае размер короткого отрезка фактически вступает в роли единицы измерения длины. Если в качестве единицы измерения длины взять миллиметр, сантиметр, и т. д., то измерение этих отрезок прямых и есть сравнение этих отрезок с единицами измерения длины. Как известно, для измерения физических величин существуют различные шкалы измерения. В качестве примера можно указать шкалы измерения длины, веса, времени, денег, температуры и т. д. Для измерения различных физических величин изобретены специальные приборы измерения и с помощью этих приборов их размеры определяются с определенной точностью. А как сравнить друг с другом факторы социального, политического, эмоционального и т. д. характера, физическое измерение которых вообще невозможно. Допустим, что не существуют

шкалы измерения для сравнения некоторых предметов по какому-нибудь параметру. Например, допустим, что нужно сравнить два камня различных форм по весу, но прибора для определения весов этих камней не существует. В этом случае, взяв эти камня в левую и правую руку, можем определить их относительные весы приблизительно. Даже учитывая того, что одна рука человека может быть сильнее другой, подымав по очереди обе камни одной и той же рукой. Ясно, что подведя такие "эксперименты" мы не можем сказать, что камень A на 2 кг тяжелее камня B. Но мы можем утверждать, что камень A "слегка " тяжелее, или же, " намного" тяжелее камня B. Аналогично, можно проводить относительные сравнения многих неосязаемых или физически не измеряемых факторов. Такая ситуация возникает также при исследовании слабо структурированных задач социально-экономических процессов. Таким образом, для сравнения трудно осязаемых или физически не измеряемых факторов достаточно проводить субъективные попарные сравнения. Именно, для этой цели в МАИ была предложена специальная шкала оценивания относительной важности объектов [1].

2. Второе преимущество МАИ заключается в том, что он дает возможность сравнить факторы, критерии и т.д. разных уровней системы. МАИ является систематической процедурой для иерархического представления элементов, определяющих суть любой проблемы. Метод состоит в декомпозиции проблемы на все более простые составляющие части и дальнейшей обработке последовательности суждений лица принимающего решения по парным сравнениям. Представление проблемы в виде иерархии очень важно в случаях, когда ранжирование множество альтернатив (объектов, стратегий) по главной цели системы невозможно или очень трудно, тогда можно разбивать ее на подцели, облегчающие задачи лица принимающего задачи.

3. После построения иерархической структуры проблемы на основе вышесказанной шкалы относительной важности составляются матрицы попарного сравнения. Для того чтобы полученные с помощью МАИ результаты были адекватны ситуации, в которой принимается решение, необходимо, чтобы в матрицах попарных сравнений достигались требуемые уровни согласованности данных. Под согласованностью матрицы попарных сравнений понимается численная (кардинальная) согласованность и транзитивная (порядковая) согласованность. Пусть объект A лучше объекта B в 2 раза, а объект B лучше объекта C в 3 раза, таким образом, объект A лучше объекта C в 2x3=6 раз. Нарушение этого равенства в рамках выбранной шкалы считается кардинальной несогласованностью. А транзитивная несогласованность означает нарушение свойства транзитивности, т. е. если объект A предпочтительнее объекта B, а объект B предпочтительнее объекта C, но объект A не предпочтительнее объекта C. В практике очень трудно достичь совершенного уровня согласованности, даже используя самые точные приборы. Поэтому в МАИ в качестве меры отклонения от согласованности введено понятие индекса согласованности (ИС), который определяется по формуле:

$$\text{ИС} = (\lambda_{max} - n)/(n-1),$$

где λ_{max} показывает максимальное собственное значение матрицы попарного сравнения, а n размер этой матрицы. Далее, определяется случайный индекс (СИ), на основе случайно сгенерированных обратно-симметричных матриц из значений 1\9, 1\8, 1\7,....1,2,3,...,9 для различных значений n. Средние СИ для матриц порядка от 1 до 15, получение на базе 100 случайных выборок, представлены в виде следующей стандартной таблицы.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ИС	0,00	0,00	0,58	0,90	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Разделив, ИС на СИ получают отношение согласованности (ОС). Принято считать, что для согласованных данных ОС не должно превышать 0.1 (10%), в некоторых случаях

0.2 (20%). Если ОС превышает допустимый практикой предел, то проведенные сравнения нужно пересмотреть. Отметим, что для обратно-симметричных матриц всегда выполняется условие $\lambda_{max} \geq$ n, а знак равенства достигается только в случаях согласованных матриц.

4. Возможность использование экспертных оценок, как при построении иерархической структуры рассматриваемой проблемы, так и при проведении попарных сравнений элементов различных уровней построенной иерархической структуры задачи, следует отнести к преимуществам метода. Метод позволяет также определить парето-оптимальность системы. Отметим, что при использовании МАИ итеративно еще глубже раскрывается суть рассматриваемой проблемы. При повторении процесса с целью уточнения суждений накапливаются дополнительные знания, которые позволяют провести эксперименты. Кроме этого допускается наличие в определенной степени уровень несогласованности экспертных мнений. Если эксперты не смогли достичь консенсуса при решении задачи, в качестве экспертной оценки можно взять геометрическое среднее отдельных альтернативных оценок.

Проведенный анализ показывает, что МАИ можно успешно использовать при решении задач управления и прогнозирования. В частности, автором доклада МАИ был применен при решении следующих задач: построение сценарий развития высшего образования в Азербайджане; становление и развитие института муниципального управления в республике; научное обоснование проведения основного нефтепровода Баку-Тбилиси-Джейхан; построение математической модели для обеспечения прозрачности в распределении нефтяных доходов.

Список литературы

1. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993, 316 с.

К УСЛОВИЯМ РЕГУЛЯРНОСТИ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л.И. Минченко, С.М. Стаховский

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

П.Бровки 6, 220013 Минск, Беларусь

inform@bsuir.by

Условия регулярности (constraint qualifications) играют важную роль в задачах математического программирования, поскольку позволяют гарантировать выполнение принципа Лагранжа в невырожденной форме. В то же время условия регулярности различаются между собой общностью, сравнительной простотой проверки и условиями применения. Целью данной заметки является обобщение известного в литературе условия регулярности постоянного ранга, а также сравнительный анализ некоторых типов условий регулярности в задачах математического программирования.

Пусть $h_i(y)$ $i = 1, :, p$ - непрерывно дифференцируемые функции из в R^m в R. Введем непустое множество допустимых точек

$$C = \{y \in R^m | h_i(y) \leq 0 \quad i \in I, \quad h_i(y) = 0 \quad i \in I_0\},$$

где $y \in R^m$, $I = \{1, :, s\}$, $I_0 = \{s+1, :, p\}$ или $I_0 = \emptyset$, и рассмотрим задачу (P) математического программирования

$$f(y) \to min, y \in C$$

с непрерывно дифференцируемой целевой функцией f. Для задачи (P) введем функцию Лагранжа $L(y, \lambda) = f(y) + \langle \lambda, h(y) \rangle$, где $\lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_p)$, $h = (h_1, ..., h_p)$ и множество множителей Лагранжа в точке y

$$\Lambda(y) = \{\lambda \in R^p | \nabla_x L(y, \lambda) = 0, \quad \lambda_i \geq 0 \text{ и } \lambda_i h_i(y) = 0, \quad i \in I\}.$$