2. Пример. Пусть имеются три обслуживающих агента 1, 2 и 3, три возможных пути R_1, R_2, R_3 обхода маршрута. Функции издержек $H_1^{R_1} = 20$, $H_1^{R_2} = 22$, $H_1^{R_3} = 19$, $H_2^{R_1} = 26$, $H_2^{R_2} = 23$, $H_2^{R_3} = 27$, $H_3^{R_1} = 21$, $H_3^{R_2} = 28$, $H_3^{R_3} = 25$. Плановая сумма пусть будет одинаковой для всех агентов на все возможные пути и равняется 30. Тогда матрица доходов выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} 10 & 4 & 9 \\ 8 & 7 & 2 \\ 11 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

1) Идеальный вектор $M = (11, 7, 9)$

2) Найдем для каждого пути j отклонение от максимума M_i остальных значений дохода:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

3) Из найденных отклонений для каждого агента выбираем максимальное отклонение: $\max\limits_j (M_i - (A_i^j - H_i^j)) = (3, 4, 7)$

4) Выбираем минимальное из этих максимальных отклонений: $\min\limits_i \max\limits_j (M_i - (A_i^j - H_i^j)) = (3)$

Следовательно, компромиссным решением игры является маршрут R_2.

Список литературы

1. *Малафеев О.А., Муравьев А.И.* Математические модели конфликтных ситуаций и их разрешение. СПб.: Изд-во СПбГУЭФ, 2000. I том 283 с., II том 294 с.
2. *Малафеев О.А.* Управляемые конфликтные системы. СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2000. 280 с.
3. *Конвей Р.В., Максвелл В.Л., Миллер Л.В.* Теория расписаний. М., 1975. 360 с.
4. *Малафеев О.А., Зубова А.Ф.* Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических систем на уровне многоагентного взаимодействия (введение в проблемы равновесия, устойчивости и надежности). СПб.: СПбГУ, 2006. 1006 с.

ПОВТОРЯЮЩИЕСЯ МНОГОАГЕНТНЫЕ СЕТЕВЫЕ ИГРЫ

О.А. Малафеев, В.В. Соснина

Санкт-Петербургский государственный университет, факультет Прикладной Математики - Процессов Управления

Университетская набережная д.7.9, 199034 Санкт-Петербург, Россия

{malafeyevoa, lavazze}@mail.ru

Введение. В работе формализована модель повторяющейся сетевой игры с запрещенными ситуациями. Построен алгоритм нахождения компромиссного множества. Для случая числа агентов в игре равного 5 решен пример.

1. Постановка задачи. Строится динамическая модель G многоагентного взаимодействия в конкурентной сети $\{N\}$. В первом периоде $t = t_1$ каждый агент выбирает множество партнеров, с которыми он хотел бы организовать взаимодействие, кроме того, он также выбирает множество агентов, против взаимодействия с которыми он не возражает. Обозначим через $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \{x\}$ множество узлов сети $\{N\}$, каждому из которых соответствует агент. Множество агентов, с которыми агент $x \in X$ желает взаимодействовать, обозначим через $\Gamma^+(x)$, а против взаимодействия с которыми он не возражает - $\Gamma^-(x)$. Таким образом стратегией агента x в модели G является пара $\Gamma^+(x) \cup \Gamma^-(x) = \phi(x)$. Ситуацией в модели G называется упорядоченный набор $\phi_G = (\phi_G(x_1), \phi_G(x_2), \ldots, \phi_G(x_n))$. Каждая ситуация характеризуется наличием связей между агентами, числом коалиций из 3-х агентов, образующихся в результате взаимодействия и функциями дохода каждого агента, зависящими от числа коалиций, в которых участвует данный агент. При этом мы полагаем, что образуется некоторая коалиция $S = (x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}) \subset X$, если каждый из агентов коалиции S желает сотрудничать с партнерами из этого множества и не возражает против их сотрудничества с ним. Процесс взаимодействия между агентами повторяется в течение $t = \overline{t_1, t_n}$ периодов.

Для агента $x \in X$ в каждом периоде $t = \overline{t_1, t_n}$ задается множество стратегий ϕ_G^s. Наборы этих стратегий составляют множество ситуаций $\Phi_G = \{\phi_G^s\}_{s=1}^{2^{n(n-1)}}$, где n-количество агентов, а s- трехагентные коалиции.

Доходы, получаемые агентом $x \in X$ в различных коалициях, различны в общем случае. Перенумеруем образовавшиеся в ситуации ϕ_G трехагентные коалиции следующим образом: $S_\phi^1, S_\phi^2 \ldots S_\phi^{n_x}$. Множество всех таких коалиций обозначим S_3. В каждой коалиции $S_\phi^j \in S_3$ агенты, ее составляющие, получают доходы $H_{x^1}(S_\phi^j) \ldots H_{x^3}(S_\phi^j)$. Общий доход $H_{x_k}(\phi_G)$ каждого агента x_k в ситуации ϕ_G складывается из доходов, полученных им во всех коалициях, в которые он входит в этой ситуации. Таким образом, в периоде $t = t_1$ агенты выбирают стратегии, которые определяют множество ситуаций $\Phi_G = \{\phi_G^s\}_{s=1}^{2^{n(n-1)}}$, где n-количество агентов, а s- трехагентные коалиции. Итак,начальную сетевую игру в первом периоде можно обозначить

$$G_1 = \{X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}, \Phi_G = \{\phi_G^s\}_{s=1}^{2^{n(n-1)}}, \{S_\phi^{k_l}\}_{k_l=1}^{n_x}, \{H_{x_k}(\phi_G^s)\}_{x_k=1}^{n}\}.$$

Доходы агентов $x_i, i = 1, \ldots, n$ во всех трехагентных коалициях множества $S_\varphi(x_i)$ определяются следующим образом

$$H_{x_k}(\phi_G^s) = \sum_{i_l=1}^{n_x} \alpha_x(S_\phi^{i_l}(x)) \cdot D(S_\phi^{i_l}(x)),$$

где доход коалиции $S_\phi^{i_l}(x)$ равен $D(S_\phi^{i_l}(x))$, а вес агента x_i в этой коалиции есть $\alpha_x(S_\phi^{i_l}(x))$.

В период $t = t_2$ в зависимости от ситуации, выбранной на предыдущем шаге происходит изменение предпочтений агентов, множеств допустимых стратегий, функций доходов агентов. Таким образом вся система переходит в новое состояние - игру G_2, в которой агенты снова решают задачу выбора стратегий,то есть возникает повторяющаяся игра с переменными параметрами.

Необходимо определить компромиссное решение в повторяющейся игре $G = (G_1, G_2, G_3)$.

Рассмотрен пример для случая игры с трехагентными коалициями и пятью игроками. Найдено компромиссное решение.

Работа поддержана грантом РФФИ 06-06-80509.

Список литературы

1. *Малафеев О.А.* Управляемые конфликтные системы. СПб: Издательство СПбГУ, 2000.
2. *Малафеев О.А., Зубова А.Ф.* Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических систем на уровне многоагентного взаимодействия (Введение в проблемы равновесия, устойчивости и надежности).СПб: Издательство СПбГУ, 2006.
3. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Методы оптимизации.– Минск: Издательство БГУ, 1981.-350 с.
4. *D. Gale, L.Shapley* College admissions and the stability of marriage. // Amer.Math.Monthly 1962 P. 9–15.
5. *Jackson M.O., Wolinsky A.* A Strategic Model of Social and Economics Networks.//J. Econom. Theory. 1996. 71 P.44–74.
6. *Gabasova O.R.* Synthesis of Optimal Policy of the Firm Using Two Production Activities.// 11th IFAC Workshop "Control Applications of Optimization": Book of Abstracts — Saint Petersburg, 2000. — P.79-80.