задачу (4) при $\tau = (s-1)\nu$. На очередном шаге регулятору необходимо построить решение задачи (4) при $\tau = s\nu$. Для этого (аналогично описанному выше) строится оптимальная программа задачи (5) при $k = s$ и значении $N$, которое было найдено в результате решения задачи (4) при $\tau = (s-1)\nu$, с последующим варьированием $N$. В результате будут найдены момент $t^*$ (значение $N$) и оптимальная программа $u^0_{s\nu}(t) = u^0(t\,|\,s\nu, x^*(s\nu))$, $t \in T_{s\nu}(t^*)$ задачи (5), при которых критерий качества задачи (4) достигает минимального значения. Это управление используется регулятором на промежутке времени $[s\nu, (s+1)\nu[$: $u^*(t) = u^0_{s\nu}(t)$, $t \in [s\nu, (s+1)\nu[$.

Работа описанного регулятора программно реализована на языке C++, просчитан ряд тестовых примеров.

### Список литературы


1. *Габасов Р., Кириллова Ф.М., Костюкова О.И., Ракецкий В.М.* Конструктивные методы оптимизации. Ч.4. Выпуклые задачи. Мн.: Университетское, 1987.
2. *Лубочкин А.В.* Дискретная реализация позиционного решения в линейно-квадратичной задаче с ограничениями // Изв. ГГУ им. Ф.Скорины. Гомель. 2003. № 3(18). С. 32–37.
3. *Ракецкий В.М.* Решение общей задачи выпуклого квадратичного программирования двойственным методом // Програм. обеспеч. ЭВМ. Вып. 55. Мн.: Ин-т матем. АН БССР. 1985. С. 124–129.


## ОБ ИССЛЕДОВАНИИ НЕКОТОРЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ


**В.И. Максимов**

Институт математики и механики УрО РАН, С. Ковалевской 16, 620219 Екатеринбург, Россия
{maksimov}@uran.ru


В данном сообщении мы хотим обратить внимание на тот факт, что для исследования трех довольно разных по своей природе задач — задачи отслеживания эталонного движения, задачи игрового управления и задачи динамического восстановления входа - может быть использован единый подход, основанный на методе вспомогательных моделей [1–3]. Содержательно суть рассматриваемых задач состоит в следующем. На промежутке времени $T$ фиксирована равномерная сетка $\Delta = \{\tau_i\}_{i=0}^m$, $\tau_i = \tau_{i-1} + \delta$, $\tau_0 = t_0$, $\tau_m = \vartheta$. Имеется некоторая система $\Sigma$. Ее решение $x(\cdot) = x(\cdot; t_0, x_0, u(\cdot), v(\cdot))$ $(x(t) \in H)$ зависит от изменяющегося во времени управления $u(\cdot)$ и неизвестного возмущения $v(\cdot)$. Функция $x(\cdot)$ также неизвестна. В моменты $\tau_i \in \Delta$ фазовое состояние $x(\tau_i)$ измеряется с ошибкой. Результаты измерений — элементы $\xi_i^h$, $i \in [0 : m-1]$ — удовлетворяют неравенствам

$$|\xi_i^h - x(\tau_i)|_H \le h.$$

Здесь $h \in (0,1)$ — величина информационной погрешности, $H$ — гильбертово пространство.

**Задача отслеживания эталонного движения.** Предполагается, что $v = v(t) \equiv 0$, $t \in T$. Задано число $\varepsilon > 0$. Имеется эталонное движение $g(\cdot)$, описываемое тем же соотношением, что и $\Sigma$, в котором, однако, $v \equiv 0$, а $u = u^*(t)$. При этом как функция $u^*(\cdot)$, так и $g(\cdot)$ неизвестны. Известно лишь, что $u^*(t) \in D_*$ при п.в. $t \in T$, где $D_*$ заданное множество. В моменты $\tau_i \in \Delta$ наряду с $x(\tau_i)$ измеряется (с ошибкой) состояние $g(\tau_i)$. Результаты измерений неточны. Требуется указать алгоритм формирования по принципу обратной связи управления $u = u(t) \in P$, $t \in T$, такой, что траектория $\Sigma$ останется при всех $t \in T$ в равномерной $\varepsilon$-окрестности эталонного движения.

**Задача робастного граничного управления.** Пусть фиксированы $P$ и $Q$ — фиксированные множества. Заданы непустое множество $N$ и число $\varepsilon > 0$. Требуется указать алгоритм формирования по принципу обратной связи управления $u = u(t) \in P$, $t \in T$, системы $\Sigma$, обладающий следующими свойствами. Каково бы ни было возмущение $v(\cdot)$, $v = v(t) \in Q$, $t \in T$, расстояние от фазового состояния $x(t) = x(t; t_0, x_0, u(\cdot), v(\cdot))$ в момент $t = \vartheta$ до множества $N$ не должно превышать значения $\varepsilon$.

**Задача динамического обращения.** Пусть $u = u(t) = 0$, $t \in T$. Требуется построить динамический алгоритм, который позволяет восстановить неизвестный вход (возмущение) $v = v(\cdot)$ в "реальном времени".

### Список литературы


1. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
2. *Osipov Yu.S., Kryazhimskii A.V.* Inverse Problems for Ordinary Differential Equations: Dynamical Solutions. Basel: Gordon and Breach, 1995.
3. *Maksimov V.I.* Dynamical inverse problems of distributed systems. VSP, Utrecpt, 2000.


# ОДНОПЕРИОДНАЯ ЗАДАЧА ПОЧТАЛЬОНА С КОНЕЧНЫМ ЧИСЛОМ АГЕНТОВ


**О.А. Малафеев, А.Ю. Радченко**

ф-т Прикладной Математики - Процессов Управления,
Санкт-Петербургский Государственный Университет

7-9 Университетская наб., 199034 Санкт-Петербург, Россия
malafeyevoa@mail.ru, alsturm@nm.ru


**1. Постановка задачи.** В данной работе рассматривается следующее обобщение задачи почтальона. Предполагается, что в обеспечении движения почтальона по маршруту участвует конечное число агентов (ведомств) и каждый из них стремится минимизировать свои затраты. Данная модель появляется при анализе работы фирмы, продающей товары длительного потребления.

Торговому представителю фирмы необходимо посетить всех потенциальных покупателей, располагающихся вдоль маршрута его следования, и вернуться обратно на фирму. Движение представителя по маршруту обеспечивают различные отделы фирмы (агенты). Необходимо выбрать оптимальный путь обхода маршрута, учитывая различные интересы всех отделов фирмы (агентов). В качестве критерия оптимальности принимается компромиссное решение.

Данная задача формализуется следующим образом.

Рассматривается бескоалиционная игра $n$ лиц

$$\Gamma = \{I = \{1, \ldots, n\}, \{R_j\}_{j=1}^{n}, \{H_i^j\}_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{m}, \{A_i^j\}_{i=1}^{n}{}_{j=1}^{m}\}, \text{где}$$

$I$ — множество агентов, $R_j$— множество путей обхода маршрута, таких что каждый из них включает каждое ребро по крайней мере один раз и заканчивается в вершине движения. $H_i^j$ — вещественная функция издержек агента $i$ на $j$–ом пути, $A_i^j$ — сумма, которой располагает агент $i$ для обеспечения движения техники по $j$–ому пути.

Перед каждым агентом стоит задача минимизации функционала $G = A_i^j - H_i^j$ .

Построим матрицу доходов агентов, в которой строки соответствуют выбранным путям, столбцы — обслуживающим агентам.

$$\begin{pmatrix} A_1^1 - H_1^1 & \ldots & A_n^1 - H_n^1 \\ \vdots & & \vdots \\ A_1^m - H_1^m & \ldots & A_n^m - H_n^m \end{pmatrix}$$

Компромиссное решение для матрицы доходов является искомым оптимальным путем.