где $\Phi(\cdot)$ — функциональная матрица $(m \times m)$, S — вектор параметров, оптимальный выбор которого получен в докладе.

Во второй части доклада рассматривается задача синтеза управления в области $\mathbf{X}$ для семейства систем

$$X_{n+1} = F(X_n, L_n) + BU, \tag{6}$$

где $U \in \mathbf{R}^m$ — вектор управления, B - матрица $(m \times m)$.

Используя соотношение (5), уравнение (1) записываем в квазилинейной форме

$$X_{n+1} = \Phi(X_n, L_n, S)X_n + BU_n. \tag{7}$$

Целью управления является обеспечение робастной устойчивости семейства систем в области $\mathbf{X}$.

АНАЛОГ ТЕОРЕМЫ БАРБАШИНА - КРАСОВСКОГО ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.А. Леваков, Т.А. Новик

Белгосуниверситет, Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

Теорема Барбашина - Красовского является одним из наиболее используемых при исследовании асимптотической устойчивости дифференциальных систем, результатом. Утверждение, являющееся аналогом теоремы Барбашина - Красовского для стохастических дифференциальных включений, было получено авторами ранее, но при предположениях , некоторые из которых могут быть опущены, что и делается в настоящей работе.

Рассмотрим стохастическое дифференциальное уравнение

$$dx(t) = f(t, x(t))\,dt + g(t, x(t))\,dW(t), \quad x \in R^d, \tag{1}$$

с измеримыми по Борелю функциями $f:\ R_+ \times R^d \to R^d$, $g:\ R_+ \times R^d \to R^{d\times d}$.

Выберем строки матрицы g с номерами $\beta_1, \dots, \beta_l$, $\beta_1 < \dots < \beta_l$, и пусть $\beta_{l+1} < \dots < \beta_d$ — номера оставшихся строк. Построим матрицу

$$\sigma_{\beta_1,\dots,\beta_l}(t, x_1, \dots, x_d) = \begin{pmatrix} g_{\beta_1} g_{\beta_1}^\top & \dots & g_{\beta_1} g_{\beta_l}^\top \\ \dots & \dots & \dots \\ g_{\beta_l} g_{\beta_1}^\top & \dots & g_{\beta_l} g_{\beta_l}^\top \end{pmatrix},$$

где g_{β_j} – строка с номером β_j матрицы g, а также построим множество $H(\beta_1, \dots, \beta_l) = \{(t, x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_l})|$ для любой открытой окрестности $U(t, x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_l})$ точки $(t, x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_l})$ существует $a > 0$ такое, что интеграл

$$\int\limits_{U(t,x_{\beta_1},\dots,x_{\beta_l})} \sup_{(x_{\beta_{l+1}},\dots,x_{\beta_d}) \in D_2(0,a)} (\det \sigma_{\beta_1,\dots,\beta_l}(t, x_1, \dots, x_d))^{-1}\, dt\, dx_{\beta_1} \,\dots\, dx_{\beta_l}$$

либо не определен, либо равен $\infty\}$, где $D_2(0, a) = \{(x_{\beta_{l+1}}, \dots, x_{\beta_d})|\ (x^2_{\beta_{l+1}} + \dots + x^2_{\beta_d})^{1/2} \le a\}$ (под открытой окрестностью понимаем окрестность, открытую в пространстве переменных $(t, x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_l})$.

Будем говорить, что вещественная функция $h(t, x) = h(t, x_1, \dots, x_d)$ удовлетворяет **условию C),** если существуют строки $g_{\beta_1}, \dots, g_{\beta_l}$ матрицы g такие, что функция h при каждых фиксированных $(t, x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_l})$ непрерывна по оставшимся компонентам $(x_{\beta_{l+1}}, \dots, x_{\beta_d})$ вектора x и множество $\{(t, x_1, \dots, x_d)|\ (t, x_{\beta_1}, \dots, x_{\beta_l}) \in H(\beta_1, \dots, \beta_l)\}$ содержится во множестве точек непрерывности отображения h.

Далее предполагается, что отображения $f : R^d \to R^d$, $g : R^d \to R^{d\times d}$, измеримы по Борелю, локально ограниченны, компоненты функций $f(t,x)$, $\sigma(t,x) = g(t,x)g^\top(t,x)$ удовлетворяют условию C), для стохастического дифференциального уравнения (1) выполнено

Условие L). Существует дважды непрерывно дифференцируемая функция $V : R^d \to R_+$ такая, что $\forall x \in R^d$

$$BV(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} g(x)g^\top(x)\right) \le 0.$$

Положим $M_V = \{x \in R^d |\ BV(x) = 0\}$. Скажем, что слабое решение $(x(t), W(t), \Omega, \mathcal{F}, P, \mathcal{F}_t)$ принадлежит множеству M_V, если

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x} f(x(t)) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\frac{\partial^2 V(x(t))}{\partial x^2} g(x(t))g^\top(x(t))) = 0$$

для $(\mu \times P)$-почти всех $(t,\omega) \in R_+ \times \Omega$.

Теорема 1. *(о глобальной асимптотической устойчивости по вероятности). Пусть функция $V(x)$ положительно определенная. Тогда нулевое решение уравнения (1) устойчиво по вероятности. Если, кроме того, $V(x) \to \infty$ при $\|x\| \to \infty$, множество M_V не содержит ненулевых слабых решений, то нулевое решение глобально асимптотически устойчиво по вероятности.*

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМОЙ ПО СМЕШАННОМУ КРИТЕРИЮ КАЧЕСТВА

А.В. Лубочкин

Гомельский госуниверситет им. Ф.Скорины, математический факультет

Советская 104, 246699 Гомель, Беларусь

lubochkin@gsu.by

Предлагается конструктивный метод решения задачи оптимального управления со смешанным критерием качества, составленным из двух критериев (быстродействие и минимум энергии). Задача рассматривается в классе дискретных управлений. Тогда построение ее программного решения можно свести к решению задачи квадратичного программирования, которой эквивалентна исходная задача при фиксированной продолжительности процесса управления, если его дополнить оптимизацией по этой продолжительности. Последнюю можно осуществить направленным перебором (с выбранным тактом). На основе этого решения строится метод реализации оптимальной обратной связи в режиме реального времени. Задачи подобного типа можно использовать для стабилизации динамических систем.

Рассмотрим задачу оптимального управления со смешанным критерием качества

$$J(t^*, u) = \alpha t^* + (1-\alpha)\int_0^{t^*} u^2(t)\,dt \to \min_{t^*,\,u(\cdot)}, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \tag{1}$$

$$Hx(t^*) = g, \quad |u(t)| \le L, \quad t \in T(t^*) = [0, t^*],$$

где $x = x(t) \in R^n$ — состояние объекта управления в момент времени t; $u = u(t) \in R$ — значение управляющего воздействия в этот же момент; $x_0 \in R^n$ — начальное состояние; $b \in R^n$, $g \in R^m$, $A \in R^{n\times n}$, $H \in R^{m\times n}$ — постоянные векторы и матрицы, $\mathrm{rank}\, H = m \le n$; $\alpha \in]0,1[$ — заданный параметр; L — заданное число.