($\sigma^i = \emptyset$), i=1,2. Когда посредник A узнает истину, он может или сообщить об этом или скрыть информацию. Отчет, который посредник A отправляет заказчику C, обозначается r.

Функция выигрыша заказчика (на каждом периоде) определена в виде:

$$H_C = M\left(Q_1 - (T_1 + S_1) + M(Q_2 - (T_2 + S_2)\right),$$

где выпуск Q_1, Q_2 — это количество произведенного на каждом периоде продукта, T_1, T_2 — средства, переданные исполнителям F^1, F^2, S_1, S_2 — средства, переданные посреднику A. Заказчик стремится максимизировать суммарное благосостояние. Математическое ожидание берется относительно состояния среды.

3. Игра Г. Описанная в пункте 2 модель может быть представлена в виде игры Г в нормальной форме [2]:

$$\Gamma = \{I, \Phi, H\}.$$

Здесь $I = \{C, A, F^1, F^2\}$, где C — заказчик, A — посредник, F^1, F^2 — исполнители; $\Phi = \{\Phi_C, \Phi_A, \Phi_{F^1}, \Phi_{F^2}\}$ — множества стратегий игроков. Стратегии исполнителей, посредника и заказчика описаны выше. $H = \{H_{F^1}, H_{F^2}, H_A, H_C\}$ — множество функций выигрыша игроков.

Нами был рассмотрен пример для случая $\beta_f^1 = 20$, $\beta_f^2 = 24$, $\beta_d^1 = 10$, $\beta_d^2 = 8$,(для второго периода: $\beta_f^1 = 18$, $\beta_f^2 = 26$, $\beta_d^1 = 8$, $\beta_d^2 = 6$) $\pi^1 = 0,6$, $\pi^2 = 0,7$, $\mu = 0,4$, $\varphi^1(e) = e^2$, $\varphi^1(e) = (e^2 - e)$ и найдена оптимальная стратегия заказчика, при которой коррупция минимальна.

Работа поддержана грантом РФФИ № 006-06-80509.

Список литературы

1. *Ariane Lambert-Mogiliansky* Essays on Corruption. Stockholms Universitet. 1996. 138 p.
2. *Малафеев О.А., Зубова А.Ф.* Математическое и компьютерное моделирование социально-экономических систем на уровне многоагентного взаимодействия (введение в проблемы равновесия, устойчивости и надежности) в 2-х частях. СПб: Издательство СПбГУ, 2006.
3. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Конструктивные методы оптимизации. Ч. 5. Минск: Университетское, 1998. 390 с.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ РЕШЕНИЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ИНДЕКСОМ

О.И. Костюкова, М.А. Курдина

Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
kostyukova@im.bas-net.by

Рассмотрим семейство параметрических линейно-квадратичных задач оптимального управления $OУ(\varepsilon)$, $\varepsilon \in \mathcal{E}$, вида:

$$\begin{aligned}
&c'(\varepsilon)x(t_*) + \frac{1}{2}\int_0^{t_*} x'(t)D(\varepsilon)x(t)dt + \varepsilon^2 \frac{1}{2}\int_0^{t_*} u^2(t)dt \to \min,\\
&\dot{x}(t) = A(\varepsilon)x(t) + b(\varepsilon)u(t), \quad x(0) = x_0(\varepsilon),\\
&H(\varepsilon)x(t_*) = g(\varepsilon), \ \ |u(t)| \le 1, \quad t \in T = [0, t_*],
\end{aligned}$$

где ε – параметр семейства, $\mathcal{E} = [0, \delta]$, $\delta > 0$ – достаточно малое число, $x(t)$ – n-вектор состояния, $u(t)$ – скалярное управление, $D(\varepsilon) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $D(\varepsilon) = D'(\varepsilon)\dot{\geq}0$, $A(\varepsilon) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $H(\varepsilon) \in$

$\mathbb{R}^{m\times n}$, $b(\varepsilon), x_0(\varepsilon), c(\varepsilon) \in \mathbb{R}^n$, $g(\varepsilon) \in \mathbb{R}^m$ – заданные достаточно гладкие функции параметра ε; $b'(0)D(0)b(0) \neq 0$.

Нерегулярность рассматриваемого семейства задач связана с тем, что при сколь угодно малом изменении параметра ε происходит смена класса оптимальных управлений. Это приводит к тому, что в возмущенных задачах поведение соответствующей траектории на участках некритичности оптимального управления описывается сингулярно возмущенной системой. Хорошо известны сложности, возникающие как при теоретическом исследовании решений таких жестких систем, так и при их численном интегрировании [1, 2]. Эти сложности преодолеваются путем сведения исходной системы определяющих уравнений к эквивалентной системе уравнений, сформированных по решениям специальных краевых задач. Изучены свойства решений этих краевых задач, получена формула асимптотического разложения решений по степеням малого параметра ε. Это разложение начинается с членов порядка ε^{-1} и содержит два пограничных слоя.

На основе предложенного асимптотического разложения решения сингулярно возмущенной краевой задачи обоснована формула асимптотического разложения функции оптимального управления возмущенной задачи. Это позволило получить представление о характере зависимости решения от параметра, что важно при исследовании параметрических задач оптимального управления.

Приведены соотношения для нахождения производной вектор-функции определяющих элементов, использующие только исходные данные невозмущенной задачи и не требующие решения краевых задач.

На основе полученных результатов предлагается алгоритм построения приближенных решений, который не требует интегрирования сингулярно возмущенных систем.

Теоретические результаты проиллюстрированы численными экспериментами.

Список литературы

1. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические методы в теории сингулярных возмущений. М.: Высшая школа, 1990.
2. *Ракитский Ю.В., Устинов С.М., Черноруцкий М.Г.* Численные методы решения жестких систем. М.: Наука, 1979.

ГАРАНТИРОВАННАЯ СТРАТЕГИЯ УПРАВЛЕНИЯ В КЛАССЕ ОГРАНИЧЕННЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

О.И. Костюкова[1], Н.М. Федорцова[2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
kostyukova@im.bas-net.by

[2] Конструкторско-технический центр Белорусской железной дороги,
1-ый Твердый пер. 6, 220038 Минск, Беларусь
fedartsova@tut.by

Введение. В процессе математического моделирования реальных систем важно с самого начала учитывать те неопределенности и помехи, которые потенциально могут возникнуть в ходе функционирования таких систем, а также принимать во внимание тот факт, что множество управляющих воздействий зачастую ограничено.

В работе рассматривается линейная динамическая система в условиях неопределенностей. Допустимые управления и возмущения принадлежат ограниченным множествам. Предполагается, что в процессе функционирования системы будет возможность измерить состояния системы в заданные моменты времени и необходимым образом корректировать управление. При этих условиях строится оптимальная гарантированная политика управления, качество которой оценивается квадратичным функционалом. Показано, что нахождение оптимальной политики управления рассматриваемой системой эквивалентно решению соответствующих минимаксных задач.