конечные уравнения, по степеням малого параметра, а затем методом неопределенных коэффициентов найти асимптотику решения этих уравнений. Для построения асимптотических приближений заданного порядка к оптимальному управлению (экстремали Понтрягина) достаточно заменить неизвестные множители Лагранжа и длительность процесса их асимптотическими приближениями соответствующего порядка.

Список литературы

1. *Калинин А.И.* Асимптотические методы оптимизации возмущенных динамических систем. Мн.: Экоперспектива, 2000.
2. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. М.: Наука, 1973.

УСТОЙЧИВОСТЬ МОДЕЛИ КОНКУРЕНТНЫХ ОТНОШЕНИЙ НА ТОВАРНЫХ РЫНКАХ

Б.С. Калитин, Е.С. Гаврош

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики

Независимости 4, 220050 Минск, Беларусь

Kalitine@yandex.ru, prostohel@yandex.ru

Математические модели рынков в условиях конкуренции разделяются на модели первого и второго порядков [1] в зависимости от назначения используемых соответственно первых и вторых производных вектора цен. В докладе представлена модель второго порядка рынка n взаимозаменяемых товаров, где в отличие от от работы [1] введены в рассмотрение параметры эластичности спроса по цене и перекрестной ценовой эластичности и исследуется устойчивость экономического равновесия в звисимости от этих параметров. Преимущества моделей второго порядка в том, что они позволяют учесть информацию о тенденциях изменения цен как со стороны потребителей, так и со стороны производителей. Доступность информации о поведении цены в будущем, как функции времени, во многом объясняет степень оживления сделок на рынке, а, следовательно, позволяет изучать причины возникновения инфляционных процессов.

Отметим, что с экономической точки зрения поведение агентов в оговоренных условиях моделей второго порядка существенно разнообразнее, чем в моделях первого порядка. А именно, обладание информацией агентами рынка влечет, в частности, усиление борьбы протагонистов, причем в данном случае продавцы и покупатели по-разному реагируют на осмысление такой информации. Для построения математической модели со второй производной необходим учет дополнительных экономических сил, отражающих знание об эволюции цен. В предлагаемых моделях второго порядка за основу моделирования экономической системы положен метод динамических аналогий. Здесь этот аналог базируется на втором законе Ньютона, а в качестве категории «мера движения» используется величина $(q_j\dot{p}_j)$, которая названа количеством движения j-го товара [1]. Результат моделирования представлен в виде системы n обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающей поведение вектора рыночных цен и удовлетворяющей ряду заданных предположений-гипотез относительно экономических взаимоотношений партнеров по рынку. Модель имеет вид:

$$\frac{d}{dt}(q_j\dot{p}_j) = -q_j^0 d_{j0}(p_j - p_j^0) + q_j^0 D_{j1}\dot{p}_j - q_j^0 v_{j0}(p_j - p_j^0) - q_j^0 V_{j1}\dot{p}_j -$$
$$-q_j^0 \sum_{i=1}^{n} c_{ji}((p_j - p_j^0) - (p_i - p_i^0)) - q_j^0 \sum_{i=1}^{n} k_{ji}(\dot{p}_j - \dot{p}_i) + r_j(q_j p_j - q_j^0 p_j^0), \quad j = \overline{1,n},$$

где $q_j = q_j(p_1, p_2, ..., p_n)$ — функции объемов продаж, d_{j0}, v_{j0} и r_j — коэффициенты экономических сил соответственно покупателей, продавцов и государства, D_{j1} и V_{j1} — коэффициенты сил тенденций изменения цен соответственно покупателей и продавцов, c_{ji} и k_{ji} —

коэффициенты сил конкуренции соответственно при отсутствии информации об изменении цен и при наличии такой информации.

Для данной динамической модели получены условия асимптотической устойчивости равновесия $p_j = p_j^0, j = \overline{1,n}$, в предположении равноправности конкурентов и представлена экономическая интерпретация этих условий.

Список литературы

1. *Калитин Б.С.* Математические модели второго порядка конкурентного рынка. Минск: БГУ, 2007.

РЕГУЛЯТОР ВЫРОЖДЕНИЯ, РЕШАЮЩИЙ ЗАДАЧУ ПОЛНОЙ УПРАВЛЯЕМОСТИ И СТАБИЛИЗАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В.В. Карпук, А.В. Метельский

Белорусский национальный технический университет, пр. Независимости 65, 220013 Минск, Беларусь
ametelski@bntu.by

Рассмотрим систему дифференциально-разностных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_1 x(t-h) + bu(t), \quad t \geq 0, \\ x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-h, 0], \quad \varphi(\cdot) \in C([-h,0], \mathbb{R}^n). \end{cases} \tag{1}$$

Здесь x — n-вектор, u — скалярное управление, A_0, A_1 – постоянные $n \times n$-матрицы, b — постоянный n-вектор, $h > 0$ — запаздывание, $\varphi(\cdot)$ — непрерывная начальная функция. Обозначим E_n — единичную матрицу порядка n, $\mathbb{C}$ — множество комплексных чисел и $d(p) = \det[pE_n - A_0 - A_1 e^{-ph}]$ — характеристический квазиполином системы (1). Набор корней $p_i \in \mathbb{C},\ i = 1, 2, \ldots,$ уравнения $d(p) = 0$ назовем спектром системы (1).

Пусть m, k – некоторые натуральные числа. Замкнем систему регулятором ($y \in \mathbb{R}^k$)

$$\begin{cases} u(t) = \sum\limits_{i=0}^{m} (G_i x(t-ih) + \int\limits_0^{ih} L_i(s) x(t-s) ds + D_i y(t-ih)), \\ \dot{y}(t) = \sum\limits_{i=0}^{m} (F_i x(t-ih) + \int\limits_0^{ih} K_i(s) x(t-s) ds + H_i y(t-ih)), \end{cases} \tag{2}$$

где $G_i, D_i, F_i, H_i (i = \overline{1,m})$ — постоянные матрицы, $K_i(\cdot)$, $L_i(\cdot)$ $(i = \overline{1,m})$ — квазиполиномиальные матрицы подходящих размеров. В результате получим замкнутую систему ($1'$)

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum\limits_{i=0}^{m} ((A_i + bG_i) x(t-ih) + b \int\limits_0^{ih} L_i(s) x(t-s) ds + bD_i y(t-ih)), \\ \dot{y}(t) = \sum\limits_{i=0}^{m} (F_i x(t-ih) + \int\limits_0^{ih} K_i(s) x(t-s) ds + H_i y(t-ih)). \end{cases} \tag{$1'$}$$

Определение 1. Система (1) спектрально приводима, если найдется регулятор (2) такой, что замкнутая система ($1'$) имеет конечный спектр.

Считаем выполненным для системы (1) спектральный критерий полной управляемости — необходимое условие существования регулятора вырождения [1]

$$\operatorname{rank}[pE_n - A_0 - e^{-ph} A_1,\ b] = n \ \ \forall p \in \mathbb{C}. \tag{3}$$

Рассмотрим систему (1) второго порядка ($n = 2$). Регулятор вырождения наряду с полной управляемостью обеспечивает также [1] спектральную приводимость системы (1).