Таким образом получаем игру Γ_A в нормальной форме.

$$\Gamma_A = \{N = \{N_1, N_2, N_3\}, U, H = \{H_1, H_2, H_3\}\}.$$

Стратегиями игроков в игре Γ_A будем называть векторы $u_k = (u_k^1, u_k^2, u_k^3)$, показывающие, какое управление выбрал игрок k на шаге $t = \overline{1,3}$.

В игре Γ_A имеется 19683 ситуаций $x \in X$, задающих траектории эволюции экономики Г, определяемых в соответствии с выбранными стратегиями игроков.

$$X = \{(u_1^1, u_1^2, u_1^3), (u_2^1, u_2^2, u_2^3), (u_3^1, u_3^2, u_3^3) | u_k^t \in U_k\}, t = \overline{1,3}.$$

Для построенной выше игры найдено три ситуации, удовлетворяющие обобщенному арбитражному решению Нэша $\tilde{x_1}, \tilde{x_2}, \tilde{x_3}$.

$$\tilde{x_1} = ((1,1,2),(1,1,1),(1,1,1)), \tilde{x_2} = ((1,2,1),(1,1,1),(1,1,1)), \tilde{x_3} = ((2,1,1),(1,1,1),(1,1,1)).$$

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 06-06-80509).

Список литературы

1. *Малафеев О.А.* Управляемые конфликтные системы. СПб: Издательство СПбГУ, 2000. 280 с.
2. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука 1984. 296 с.
3. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Методы оптимального управления и классические проблемы теории автоматического управления // Сб. "Нелинейн. теория упр. и ее прил." М.: Физматлит, 2000. С. 173-193.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ИМПУЛЬСНОЙ СТРУКТУРОЙ

Д.С. Завалищин, А.Н. Сесекин

Институт математики и механики УрО РАН, С. Ковалевской 16, 620219 Екатеринбург, Россия
zav@imm.uran.ru; sesekin@list.ru

Введение. Одним из направлений, инициированных Е.А.Барбашиным во время работы его заведующим отделом математического анализа Свердловского отделения Математического института АН СССР, явилось направление, связанное с изучением динамических систем с разрывными траекториями и теорией импульсного оптимального управления. Развивал это направление С.Т. Завалищин и его ученики. Сообщение посвящено обзору основных результатов этого коллектива.

1. Разрывные решения систем нелинейных дифференциальных уравнений с обобщенным воздействием. Особенностью таких систем является то, что в правых частях таких систем присутствуют слагаемые, содержащие произведения обобщенных функций на разрывные функции. Развивалось два подхода к решению этой проблемы. Была предложена конструкция произведения, основанная на распространении формулы дифференцирования произведения на исследуемый случай. С помощью так формализованного произведения формализовано понятие решения динамической системы с произведением обобщенных и разрывных функций в правой части. Второй подход основан на замыкании множества гладких решений в пространстве функций ограниченной вариации. Заметим, что в случае единственности реакции на обобщенное воздействие, оба подхода приводят к одному и тому же результату. Получено интегральное включение, описывающее так определенные решения. Получены достаточные условия, при которых интегральное включение превращается в интегральное уравнение. Изучены вопросы качественной теории для так определенных решений. Аналогичные вопросы рассматривались и для дифференциальных уравнений с запаздыванием. Изучались вопросы устойчивости решений систем дифференциальных уравнений, содержащих в своем описании произведения разрывных функций на обобщенные.

2. Оптимальное управление механическими системами в вязкой среде. Исследовались законы движения тел и составленных из них механических систем, обеспечивающих заданные перемещения с наименьшими затратами энергии на преодоление сопротивления среды. Задача поиска законов изменения управляющих сил и моментов, обеспечивающих перемещение мобильных манипуляционных роботов (ММР) из начального положения за заданное время с минимальными энергетическими затратами имеет так называемые сингулярные решения с импульсными составляющими. Следовательно, во-первых, классические вариационные средства непосредственно не применимы для их отыскания. Во-вторых, возникает проблема подсчета энергетических затрат. Для ее решения требуется найти корректный способ умножения импульсных управляющих воздействий на разрывные реализации скоростей звеньев ММР.

Перечисленные выше результаты отражены в монографиях [1-3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 06-01-00445.

Список литературы

1. *Завалищин С.Т., Сесекин А.Н.* Импульсные процессы. Модели и приложения. М.: Наука. 1991. 256 с.
2. *Zavalishchin S.T., Sesekin A.N.* Dynamic Impulse Systems: Theory and Applications, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997. 256p.
3. *Завалищин Д.С., Завалищин С.Т.* Динамическая оптимизация обтекания. М: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 224 с.

СОГЛАСОВАННОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ И ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИИ СПЕКТРА

В.А. Зайцев

Удмуртский госуниверситет, математический факультет, Университетская 1, 426034 Ижевск, Россия
verba@udm.ru

Рассмотрим линейную управляемую систему с наблюдателем

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad y = C^*(t)x, \quad (t,x,u,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^k, \tag{1}$$

где матричные функции $A(\cdot)$, $B(\cdot)$, $C(\cdot)$ кусочно непрерывны и ограничены на $\mathbb{R}$. Обозначим через $X(t,s)$ матрицу Коши соответствующей однородной системы $\dot{x} = A(t)x$. Пусть управление в системе (1) строится по принципу линейной неполной обратной связи в виде $u = U(t)y$, где $U : \mathbb{R} \to M_{m,k}$ — ограниченная кусочно непрерывная функция. Система (1) перейдет в замкнутую систему

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t)C^*(t))x. \tag{2}$$

В работе [1] было введено свойство согласованности для системы (1). Система (1) называется *согласованной на* $[t_0, t_0 + \vartheta]$, если существует $l > 0$ такое, что для всякой $G \in M_n$ найдется кусочно непрерывное управление $U : [t_0, t_0 + \vartheta] \to M_{m,k}$ такое, что решение матричной задачи Коши $\dot{Z} = A(t)Z + B(t)U(t)C^*(t)X(t,t_0)$, $Z(t_0) = 0$ удовлетворяет условию $Z(t_0 + \vartheta) = G$, при этом $|U(t)| \leqslant l|G|$, $t \in [t_0, t_0 + \vartheta]$. Свойство согласованности системы (1) является обобщением понятия полной управляемости для системы с наблюдателем. Если $C(t) \equiv I$, т.е. обратная связь полная: $u = U(t)x$, то согласованность системы (1) эквивалентна полной управляемости системы (1). На основе свойства согласованности в работах Е.Л. Тонкова, С.Н. Поповой, Е.К. Макарова был получен ряд результатов о локальной управляемости показателей Ляпунова системы (2), локальной достижимости и локальной ляпуновской приводимости системы (2) (см. обзор результатов в работе [2]).