

МЕТОД ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОЭФФИЦИЕНТОВ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В.Т. Борухов, Г.М. Заяц, В.А. Цурко

Институт математики НАН Беларуси, Сурганова 11, 220072 Минск, Беларусь
{borukhov,zayats,vtsurko}@im.bas-net.by

В настоящее время в связи с интенсивным развитием технологий создания новых материалов возникает потребность в надежной идентификации теплофизических параметров сложных структур. Такие задачи относятся к классу обратных задач математической физики. В работе [1] был предложен метод функциональной идентификации коэффициента теплопроводности в форме инвариантной относительно размерности области задания нелинейного уравнения теплопроводности и выбора системы координат. В основу подхода положена итерационная процедура метода сопряженных градиентов.

Задачу рассматриваем в следующей постановке. В области $\Omega = \omega \times (0, t_f]$, где ω – односвязная область в пространстве $\mathbb{R}^n$ ($n \in \{1, 2, 3\}$) с границей $\partial\omega$, $(0, t_f]$ – заданный временной полуинтервал, восстанавливаем коэффициенты $c(T)$, $\lambda(T)$ и функцию $f(T)$ в нелинейном параболическом уравнении

$$c(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + f(T) \quad (n = 1, 2, 3)$$

с начальными и краевыми условиями

$$T(\mathbf{x}, 0) = T_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \omega, \quad T(\mathbf{x}, t)|_{\mathbf{x} \in \partial\omega} = g(\mathbf{x}, t) \quad \forall t \in [0, t_f]$$

по заданным нестационарным измерениям температуры в некоторой точке $\mathbf{x}^* \in \omega$

$$y(t) = T(\mathbf{x}^*, t) \quad \forall t \in [0, t_f].$$

В работах [2]–[4] сформулирован и численно реализован подход функциональной идентификации коэффициента теплопроводности нелинейного нестационарного одномерного параболического уравнения ($n = 1$) в декартовой системе координат, исследовано влияние параметров на точность идентификации, установлена устойчивость метода к возмущениям входных данных, проведено исследование метода в случае неединственности решения обратной задачи теплопроводности. В данной работе мы развиваем результаты работ [1]–[4] по восстановлению коэффициентов нестационарного нелинейного параболического уравнения в декартовой системе координат для двумерного случая ($n = 2$).

Список литературы

1. Борухов В.Т., Гайшун И.В., Тимошпольский В.И. Инвариантная форма функциональной идентификации коэффициентов теплопроводности // Доклады НАН Беларуси. 2007. Т. 51. № 6. С. 30–33.
2. Борухов В.Т., Тимошпольский В.И. Функциональная идентификация градиентными методами нелинейного коэффициента теплопроводности. I. Сопряженные операторы // ИФЖ. 2005. Т. 78. № 4. С. 68 – 74.
3. Борухов В.Т., Тимошпольский В.И., Заяц Г.М., Цурко В.А. Функциональная идентификация градиентными методами нелинейного коэффициента теплопроводности. II. Численное моделирование // ИФЖ. 2005. Т. 78. № 4. С. 75–81.
4. Борухов В.Т., Заяц Г.М., Цурко В.А. Нелинейная обратная задача теплопроводности с неединственным решением // Труды XII-й Международной научной конференции по дифференциальным уравнениям "Еругинские чтения - 2007". С. 41–48.