

Задача №14

По квартальным данным 2002-2012 гг. оценено уравнение регрессии:

$$Y = 2,20 + 0,104 X_1 - 3,48 X_2 + 0,34 X_3 \quad ESS = 109,6 \quad RSS = 18,48$$

В исходное уравнение были добавлены три фиктивные переменные, соответствующие трем первым кварталам года, при этом объясненная сумма квадратов увеличилась до 114,8 при неизменной остаточной сумме квадратов. Проверьте, присутствует ли сезонность в модели. Сформулируйте предположения, которые вы будете проверять, в виде статистических гипотез. $N=44$ $F(0,05;3;38)=2,852$

Задача №5

Для изучения динамики объема производства (y, k, l – натуральные логарифмы выпуска, трудозатрат и капиталовложений предприятия некоторой отрасли соответственно) построены по годовым данным с 1990 года две модели:

$$(A) \hat{Y}_t = 1,4529 + 0,415 k \quad R^2 = 0,56$$

$$(S) \quad (0,32)$$

$$(B) \hat{Y}_t = 1,5286 + 0,435 k + 0,565 l \quad R^2 = 0,68$$

$$(S) \quad (0,179) \quad (0,231)$$

Сравните полученные модели, оценив их качество и обосновав свои выводы в том числе с точки зрения экономической теории. Используйте для этого так же тот факт, что статистика Фишера для гипотезы о равенстве коэффициентов детерминации этих моделей равна 7,5, определив перед этим по ней объем выборки n .

Задача №3

На основе квартальных данных с 2007 по 2012 гг. с помощью метода наименьших квадратов получено следующее уравнение:

$$y_t = 1,12 - 0,0098 \cdot x_{1t} - 5,62 \cdot x_{2t} + 0,044 \cdot x_{3t} \quad RSS=110,32 \quad ESS=121,43$$

В уравнение были добавлены три фиктивные переменные для учета сезонных колебаний, величина остаточной суммы квадратов снизилась до 103,55 при неизменном значении TSS. Проверьте, присутствует ли сезонность в модели. Сформулируйте предположения, которые вы будете проверять, в виде статистических гипотез. Какой тип сезонности учитывался в модели?

Задача №4

Проведено исследование сельскохозяйственной производственной функции Кобба-Дугласа $Y = A \times K^\alpha \times L^\beta \times e^\varepsilon$ в виде регрессионной модели $\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \times \ln K + \beta_2 \times \ln L + \varepsilon$, где Y – объем выпуска продукции, L – трудозатраты и K – капиталовложения. Следующие результаты были получены для сельскохозяйственного сектора в целом и двух групп фермеров соответственно:

$$\text{Все фермеры:} \quad \ln Y = 0,65 + 0,33 \times \ln K + 0,68 \times \ln L \quad R^2 = 0,70 \quad n = 50$$

$$(S) \quad (0,14) \quad (0,13) \quad (0,32) \quad RSS = 500$$

$$1 \text{ группа фермеров:} \quad \ln Y = 0,50 + 0,30 \times \ln K + 0,65 \times \ln L \quad R^2 = 0,85 \quad n = 20$$

$$(S) \quad (0,12) \quad (0,14) \quad (0,30) \quad TSS = 1300$$

2 группа фермеров: $\ln Y = 0,70 + 0,35 \times \ln K + 0,75 \times \ln L$ $R^2 = 0,90$ $n = 30$
 (S) (0,16) (0,15) (0,31) $TSS = 1200$

Проверьте предположение о том, что производственные функции двух групп фермеров различны. $F(0.05;3;44)=2.816$

Задача №11

Следующие результаты были получены при построении линейной регрессионной модели Q (натуральный логарифм ежемесячных расходов на питание, тыс.руб.) на P (натуральный логарифм ежемесячного дохода, тыс. руб.) и константу. По $n = 42$ наблюдениям построено уравнение регрессии $\hat{Q}_t = -2,2 + 0,80P$. Оцененное значение суммы квадратов отклонений для уравнения регрессии $\sum e_t^2 = 0,15$ и обратная матрица к матрице перекрестных произведений экзогенной переменной P :

$$\begin{pmatrix} 42 & \sum_{t=1}^{22} P_t \\ \sum_{t=1}^{22} P_t & \sum_{t=1}^{22} P_t^2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3,0 & -1,0 \\ -1,0 & 1,5 \end{pmatrix}$$

Проверьте гипотезу о равенстве эластичности единице, сформулировав в качестве альтернативной гипотезу о неэластичности предложения, при уровне значимости $\alpha = 0,05$. $T(0.05;40)=1.684$

Задача №13

Следующие результаты были получены при построении линейной регрессионной модели Q (натуральный логарифм объема продаж яблок в килограммах) на P (натуральный логарифм стоимости яблок за килограмм в рублях) и константу. По $n = 22$ наблюдениям построено уравнение регрессии $\hat{Q}_t = 5,2 - 1,48P$. Оцененное значение дисперсии отклонений $S^2 = 0,05$ и обратная матрица к матрице перекрестных произведений экзогенной переменной P

$$\begin{pmatrix} 22 & \sum_{t=1}^{22} P_t \\ \sum_{t=1}^{22} P_t & \sum_{t=1}^{22} P_t^2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2,13 & -1,936 \\ -1,936 & 1,8 \end{pmatrix}$$

Проверьте гипотезу о равенстве эластичности предложения -1, сформулировав в качестве альтернативной гипотезу об неэластичности предложения. *Примечание.* Используйте при проверке гипотезы то, что $P(t_{20} < -1,72) = 0,05$ и $P(t_{20} < -1,32) = 0,10$.

Задача №19

Проведено исследование сельскохозяйственной производственной функции Кобба-Дугласа $Y = A \times K^\alpha \times L^\beta \times e^\varepsilon$ в виде регрессионной модели $\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \times \ln K + \beta_2 \times \ln L + \varepsilon$, где Y - объем выпуска продукции, L - трудозатраты и K - капиталовложения.

При оценке регрессионной модели были получены следующие результаты:

Все фермеры: $\ln Y = 0,65 + 0,33 \times \ln K + 0,68 \times \ln L \quad R^2 = 0,75 \quad n = 50$
 (S) (0,14) (0,13) (0,32) $RSS = 400 \quad \text{cov}(b_1, b_2) = -0.045$

Проверьте, действует ли ограничение $\alpha + \beta = 1$ для производственной функции Кобба-Дугласа, используя оценки, полученные с помощью регрессионной модели. При проверке ограничения используйте общую схему проверки гипотез. $T(0.025; 47) = 2.012$

Задача №9

По выборке из 300 женщин и 200 мужчин построена регрессионная модель зависимости часовой оплаты труда Y от количества лет, потраченных на образование, X_1 и стажа работы X_2 : $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \varepsilon$. Введем фиктивную переменную: D - пол сотрудника. Рассмотрим обобщение регрессионной модели с вводом с помощью фиктивных переменных аддитивного и мультипликативного слагаемого (регрессия (2)).

В качестве зависимой переменной используется логарифм часовой оплаты труда. Результаты регрессий представлены в таблице. В скобках под коэффициентами записаны их стандартные ошибки.

Регрессия	(1)	(2)
константа	5,165 (0,054)	5,166 (0,074)
X_1	0,094 (0,003)	0,094 (0,005)
X_2	0,046 (0,002)	0,039 (0,003)
D_1	-	0,117 (0,108)
$D_1 \times X_1$	-	0,005 (0,007)
$D_1 \times X_2$	-	0,003 (0,004)
R^2	0,75	0,82
RSS	490,2	472,5

Исследователь предположил, что регрессионные модели для логарифма часовой оплаты труда различаются для мужчин и женщин. Проверьте это предположение при $\alpha = 0,05$. $F(0.05; 3; 496) = 2.623$

Задача №12

По выборке для некоторых стран оценена регрессионная модель:

$y = -330,3 + 49,1 \cdot \ln x_1 - 0,34 \cdot x_2 + 0,33 \cdot x_3 - 15,4 \cdot x_4 \quad R^2 = 0,70 \quad DW = 0,94 \quad n = 28$
 (S) (105,8) (7,4) (0,13) (0,12) (4,1)

где y – потребление говядины в году; x_1 – реальный располагаемый доход; x_2 – среднегодовая розничная цена на говядину; x_3 – среднегодовая розничная цена на свинину; x_4 – риск, связанный с заболеванием коров в данном году.

Оцените общее качество регрессионной модели на основании приведенных статистических характеристик. Проинтерпретируйте коэффициенты модели, в

частичности при переменных розничных цен на говядину и свинину, сделайте содержательные выводы. $T(0.025;23)=2.069$ $F(0.05;4;23)=2.796$ $Dl=1.104$ $Du=1.747$

Задача №15

По выборке из 1755 человек, из которых 1669 человек занято в частном секторе, а 86 человек — в государственном секторе экономики, построена регрессионная модель зависимости недельной оплаты труда Y от количества лет, потраченных на образование X_1 и продолжительности рабочей недели X_2 : $Y = \beta_0 + \beta_1 \cdot X_1 + \beta_2 \cdot X_2 + \varepsilon$. В качестве зависимой переменной используется логарифм недельной оплаты труда.

В таблице представлены результаты оценки регрессионной модели в целом для выборки и для занятых в частном (регрессия (2)) и государственном секторах экономики (регрессия (3)) соответственно. В скобках под коэффициентами записаны их стандартные ошибки.

Регрессия	(1)	(2)	(3)
константа	5,165 (2,083)	5,283 (2,085)	5,166 (2,064)
X_1	0,094 (0,026)	0,099 (0,024)	0,094 (0,025)
X_2	0,146 (0,036)	0,143 (0,041)	0,138 (0,032)
R^2	0,321	0,277	0,363
RSS	714,5	411,0	261,6
n	1755	1669	86

Исследователь предположил, что регрессионные модели логарифма недельной оплаты труда различаются для занятых в частном и государственном секторах экономики. Проверьте это предположение при $\alpha=0,10$. $F(0.1;3;1749)=2.61$

Задача №22

По данным двадцати районов исследуется зависимость урожайности зерновых культур в ц/га от ряда факторов: x_1 - число тракторов на 100 га, x_2 - число зерноуборочных комбайнов на 100 га, x_3 - количество удобрений, вносимых на 1 га, x_4 - количество средств химической защиты растений на 1 га. Построено уравнение регрессии:

$$y = 3,515 + 0,06x_1 + 15,542x_2 + 4,475x_3 - 2,932x_4, \quad R^2=0,595 \quad DW=3,52$$

$$(S) \quad (1,42) \quad (0,006) \quad (5,1) \quad (1,54) \quad (1,09)$$

Оцените качество модели. Если необходимо, предложите меры по совершенствованию модели.

Задача №23

Для обоснования выбора розничной цены на пиццу менеджер пиццерии в течение 20 недель варьировал цену p и записывал количество проданных пицц q . В результате были получены две регрессионные модели:

$$q_t = 2717,7 - 157,74 p_t + u_t, \quad R^2 = 0,922 \quad \ln q_t = 12,03 - 2,15 \ln p_t + v_t, \quad R^2 = 0,877$$

$$(t) \quad (15,54) \quad (-10,84) \quad (t) \quad (19,02) \quad (-8,43)$$

Используя полученные оценки коэффициентов, найдите оптимальную в смысле максимума выручки от продаж цену пиццы. Какая из моделей будет вами использована для решения поставленной задачи?