ЗАДАЧИ КОРРЕКЦИИ ДВИЖЕНИЯ ПРИ КОММУНИКАЦИОННЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ

Б.И. Ананьев[1], Н.В. Гредасова[2]

[1] Институт математики и механики УрО РАН, Ковалевской 16, 620219 Екатеринбург, Россия
abi@imm.uran.ru

[2] Уральский государственный технический университет УГТУ-УПИ, теплоэнергетический факультет, Мира 19, 620002 Екатеринбург, Россия
abi2007@inbox.ru

Введение. Пусть отклонение движения управляемого объекта от номинальной траектории описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} = A(t)x + B(t)u + C(t)v, \quad t_0 \leqslant t \leqslant T, \\ y = G(t)x + w, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t) \in R^n$ – фазовый вектор, $y(t) \in R^m$ – измеряемый сигнал. Предполагается, что A, B, C, G – известные кусочно-непрерывные матрицы, а начальное состояние x_0 и неопределённые возмущения $v(\cdot)$, $w(\cdot)$ стеснены совместным квадратичным ограничением

$$\|x_0\|^2_{P_0} + \int_{t_0}^{T} \left(\|v(t)\|^2_{Q(t)} + \|w(t)\|^2_{R(t)} \right) dt \le 1. \tag{2}$$

В ограничении (2) имеем $P_0' = P_0 > 0$ и кусочно-непрерывные матрицы Q, R удовлетворяют условиям $Q'(t) = Q(t) \ge \delta I_r, \quad R'(t) = R(t) \ge \delta I_m$, где $\delta > 0$, I_n – единичная матрица размера $n \times n$. Здесь и далее $\|x\|^2_P = x'Px$ для симметрических и положительно-определённых матриц P, символ $'$ означает транспонирование. Ограничение на управление также задано в интегральном виде: $\int_{t_0}^{T} \|u(t)\|^2_{H(t)} dt \le 1$. До начала процесса в системе (1) выбирается программное минимаксное управление $u_0(\cdot)$, минимизирующее функционал $\max\limits_{x_0, v(\cdot)} \|Dx(T)\|$, где пара $x_0, v(\cdot)$ подчинена ограничению (2) при $w(\cdot) = 0$.

Задача однократной коррекции, рассмотренная в [1], состоит в синтезе момента t_1 окончания наблюдения и перехода к новому минимаксному управлению $u_1(\cdot)$, минимизирующему функционал $\max\limits_{x_0, v(\cdot)} \|Dx(T)\|$. Здесь управление выбирается с учётом оставшегося ресурса $\int_{t_1}^{T} \|u(t)\|^2_{H(t)} dt \le 1 - \int_{t_0}^{t_1} \|u_0(t)\|^2_{H(t)} dt$, а пара $x(t_1), v(\cdot)$ подчинена ограничению

$$\|x(t_1) - \hat{x}(t_1)\|^2_{P(t)} + \int_{t_1}^{T} \|v(t)\|^2_{Q(t)} dt \le 1 - \nu(t_1, y(\cdot)), \tag{3}$$

где величины $\hat{x}(t_1), \nu(t_1, y(\cdot))$ однозначно определяются сигналом и ранее выбранным управлением, матрица $P(t)$ удовлетворяет уравнению Риккати. Соответствующие формулы приведены в [1]. Момент t_1 определяется путём сравнения функционала качества с его прогнозом. В работах [2, 3] рассмотрено обобщение задачи однократной коррекции движения, состоящее в многократном выборе моментов t_i, $i = 1, 2, \ldots$, когда следует переходить к новым минимаксным управлениям, исходя из поступающей информации $y(\cdot)$. Многократная коррекция позволяет существенно уменьшить финальное значение функционала качества $\|Dx(T)\|$. Иной подход к решению задачи коррекции предлагался в [4].

Постановка задачи и основные результаты. За последнее время возрос интерес к задачам оценивания и управления при коммуникационных ограничениях, что является следствием развития распределённых сетей управления с единым центром управления и обработки информации, возможно находящимся на значительном удалении от объектов наблюдения и управления. Поэтому ограниченная мощность канала передачи данных должна приниматься во внимание в задачах коррекции движения. Подобные задачи возникают при исследовании различных режимов поведения удалённых летательных объектов, когда корректируется их траектория, в частности, при выставке инерциальных платформ [5]. Предполагается, что на объекте имеется вычислительный комплекс, позволяющий запоминать измеряемую информацию, обрабатывать её с высокой степенью точности, а также передавать и принимать закодированные сигналы по каналам связи. Возможности вычислительного комплекса и свойства канала связи определяют целый спектр задач коррекции при коммуникационных ограничениях. Предположим, например, что в центре управления (ЦУП) известны коэффициенты уравнений (1), ограничения (2) на возмущения, а также ограничения на управление и целевой функционал. Однако там неизвестен измеренный на объекте сигнал. Кодирующее устройство на объекте используется для передачи информации о параметрах $\hat{x}(t), \nu(t, y(\cdot))$ ограничения (3). Отметим, что данные параметры удовлетворяют дифференциальным уравнениям, в правые части которых входит сигнал. Информация в ЦУП поступает по цифровым каналам связи в дискретные моменты времени словами конечной длины, состоящими из ограниченных целых чисел. В простейшем случае канал связи может без ошибок и без запаздывания передавать такие конечные слова. В ЦУПе информация декодируется, что приводит к некоторому искажению параметров, и вырабатывается управляющее воздействие. Далее формируется управляющее слагаемое x_u, удовлетворяющее уравнению $\dot{x}_u = A(t)x_u + B(t)u$. Оно кодируется и передаётся на объект в те моменты, когда требуется коррекция управления. На объекте функция $x_u(t)$, $t_1 \leq t \leq T$, декодируется и используется как управляющее слагаемое. Таким образом, и на объекте, и в ЦУПе имеются кодирующие и декодирующие устройства, обеспечивающие решение задач коррекции движения.

В работе приведены определяющие соотношения для кодирующих и декодирующих устройств. Получены соотношения между точностью параметров ограничения (3), длиной передаваемого в ЦУП слова и частотой передачи информации. Решение задач коррекции основано на результатах теории гарантированного оценивания и определяющих соотношениях в виде дифференциальных уравнений, описывающих параметры информационного множества. Решение упомянутых дифференциальных уравнений, содержащих в правых частях измеренный на объекте сигнал, обеспечивается вычислительным комплексом на объекте, который запоминает и обрабатывает поступающую информацию, а затем кодирует передаваемую. Этот же комплекс обеспечивает декодирование управляющего слагаемого. Ряд результатов проиллюстрирован на примере, в частности, приведено сравнение решения задачи коррекции при коммуникационных ограничениях и аналогичного решения без ограничений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 07-01-00341.

Список литературы

1. *Куржанский А.Б.* Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М.: Наука, 1977.
2. *Ананьев Б.И., Гредасова Н.В.* Многократная коррекция движения линейно-квадратичной управляемой системы // Вестн. УГТУ-УПИ. 2005. № 4(56). С. 280-288.
3. *Ананьев Б.И., Гредасова Н.В.* Задача многократной коррекции при геометрических ограничениях на возмущения // Дифференциальные уравнения и процессы управления. Электронный журнал, № 1, 2007. С. 63-73. http://www.neva.ru/journal.
4. *Черноусько Ф.Л.* Минимаксная задача одноразовой коррекции при погрешностях измерений // Прикл. математика и механика, 1968. Т. 32, вып. 4. С. 584-595.
5. *Ананьев Б.И., Гредасова Н.В.* Методы коррекции движения в задачах навигации // Аннотации докладов 9-го Всероссийского съезда по теор. и прикл. механике. Нижний Новгород. 22-28 августа 2006 г. Изд-во Нижегородского государственного ун-та. С. 13.