

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ОПЕРАТОРОВ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Дж. Э. Аллахвердиев

Институт кибернетики НАН Азербайджана, Ф. Агаева 9, 1073 Баку, Азербайджанская Республика
al_jalal@mail.ru

Пусть B_1 и B_2 – банаховы пространства и A – оператор, действующий из B_1 в B_2 , т.е. $A \in [B_1, B_2]$, $\|A\|_{B_0}$ – норма оператора в подпространстве $B_0 \subset B_1$, т.е. $\|A\|_{B_0} = \sup_{x \in B_0, \|x\|=1} \|Ax\|_2$. Если существует $x_0 \in B_0$, $\|x_0\| = 1$, такой, что $\|A\|_{B_0} = \|Ax_0\|_2$, тогда будем говорить, что норма оператора A в B_0 достигается. Совокупность операторов, для которых норма в каждом подпространстве достигается, обозначим класс $\mathfrak{R}$.

Теорема 1. *Для любого оператора из класса $\mathfrak{R}$ существует последовательность элементов $\{x_i\}_{i=0}^\infty, \{y_i\}_{i=0}^\infty, \{\varphi_i\}_{i=0}^\infty$ таких, что*

$$Ax_i = y_i, \|x_i\| = 1, \|\varphi_i\| = 1, \varphi_i(Ax_i) = \varphi_i(y_i) = \alpha_i(A) (i = 1, \dots, \infty),$$

$$\varphi(y_k) = \delta_{ik}, \alpha_i(A) \leq \alpha_{i-1}(A),$$

$L_i \subset L_{i-1}$ при $i = 1 \dots \infty$.

Элементы $\{\varphi_1, x_1\}, \dots, \{\varphi_n, x_n\}, \dots$ будем называть главными элементами, а $\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots$ – положительными и отрицательными главными числами оператора A . $L_0 \supset L_1 \supset \dots \supset L_{n-1}$, где

$$L_1 = \{x : \varphi_1(Ax) = 0\}, \dots, L_k = \{x : \varphi_i(Ax) = 0, i = 1, \dots, k-1\}.$$

Устанавливаются условия, при которых операторы из класса $\mathfrak{R}$ становятся вполне непрерывными и конечномерными.

Список литературы

1. Аллахвердиев Дж.Э. О скорости приближения вполне непрерывных операторов конечномерными операторами // Ученые записки АГУ. 1957. № 4.
2. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965.

ОПТИМАЛЬНАЯ БИОРТОГОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА В СЕПЕРАБЕЛЬНЫХ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ

Дж.Э. Аллахвердиев, Дж.Дж. Аллахвердиева

Институт кибернетики НАН Азербайджана, Ф. Агаева 9, 1073 Баку, Азербайджанская Республика
al_jalal@mail.ru

Построим биортогональную систему в банаховом пространстве следующим образом.

Пусть B – сепарабельное пространство. Согласно следствию теоремы Хана-Банаха, для каждого $x_0 \in B$ существует функционал $\varphi_{x_0}(x)$ такой, что

$$\|\varphi_{x_0}\| = 1, \varphi_{x_0}(x_0) = \|x_0\|.$$

Возьмем произвольный элемент $x_1 \in B$. Пусть $\varphi_1(x)$ функционал $\varphi_1 \in B^*$, построенный для элемента x_1 . Рассмотрим $B_1 = \{x : \varphi_1(x) = 0\}$ и выберем $x_2 \in B_1, \|x_2\| = 1$. Согласно той же теореме Хана-Банаха, существует функционал $\varphi_2 \in B^*$ такой, что

$$\varphi_2(x_2) = \|x_2\|, \|\varphi_2\| = 1.$$