ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ НЕГРАДИЕНТНЫМ СЛУЧАЙНЫМ ПОИСКОМ

А.А. Лобатый, Ж.М. Саид

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
кафедра систем управления
ул. П.Бровки,6, г. Минск, Республика Беларусь
телефон(ы): +375 (29)7022079;; e-mail: gabril_68@yahoo.com
web: www.bsuir.by

Предложен алгоритм параметрической оптимизации технической системы, работающий при заданном критерии качества в условиях сложных воздействий и ограничений, путём использования случайного поиска.

Ключевые слова – вероятность, случайный поиск, управляющая матрица.

1 ОСНОВНОЙ ТЕКСТ

В процессе синтеза технических систем часто возникает задача оптимизации параметров данной системы. Особенно актуально это для мультиструктурных систем, у которых состояние (структура) в процессе функционирования может изменяться случайным образом. Для оптимизации таких систем целесообразно применять вероятностные неградиентные методы оптимизации [1].

Пусть в процессе оптимизации системы необходимо найти оптимальные значения вектора её параметров $D_{опт}$, обеспечивающие минимум заданного функционала качества *J(D)*. При этом должны выполняться требования, предъявляемые к системе, заключающиеся в наложении на систему ограничений *Ω(D)*, т.е. математически задача сводится к определению

$$\min_{D\in\Omega} J(D) \to D_{опт}. \qquad (1)$$

Будем полагать, что вектор параметров D определяются некой управляющей матрицей системы U_D, которая в общем случае является блочной (расширенным вектором) $U^T{}_D = [D_1 ... D_n]$.

Полной вероятностной характеристикой матрицы U_D является многомерная плотность вероятности

$$f(U_D) = f(D_1 ... D_i ... D_D). \qquad (2)$$

Для оптимизируемой системы имеем зависимость

$$Y(U_D) = A(X, Y, U_D, t)X, \qquad (3)$$

где $A(X, Y, U_D, t)$ - стохастический оператор системы.

В процессе оптимизации матрица U_D может принимать значения, совокупность которых представляет собой фиксированное множество $U_D = \{u_{D1}, u_{D2} ...\}$. При этом фиксированному значению u_{Dk} соответствуют конкретные значения векторов $D = D_k$.

Для того чтобы получить удобный для алгоритмического синтеза системы критерий оптимальности, введем в рассмотрение событие Ξ, заключающееся в том, что при заданном входном сигнале X выходной сигнал Y удовлетворяет требованию близости к требуемому значению Y_T и выполняются все ограничения, наложенные на систему. Противоположное событие $\bar{\Xi}$ состоит в том, что не выполняется требование близости Y к Y_T или не выполняется хотя бы одно из ограничений, наложенных на систему.

Если матрицу оптимальной системы обозначить через $U_0 = U_0(D_{опт})$, то функционал качества определяется выражением

$$P(\Xi|U_0) = \max_{U_D} P(\Xi|U_D), \qquad (4)$$

где $P(\ldots)$ – соответствующие условные вероятности.

Пусть G_ν - событие, состоящее в том, что матрица U_D в процессе поиска приняло ν-е состояние (значение). При этом справедливо равенство

$$P(G_\nu)\ P(\Xi|G_\nu) = P(\Xi)\ P(G_\nu|\Xi) \quad (\nu = \overline{1,n}), \qquad (5)$$

где n - число возможных состояний матрицы U_D. $P(\Xi|G_\nu)$ и $P(G_\nu|\Xi)$ - соответствующие условные вероятности.

Из (5) следует, что

$$\max_{G_\nu} P(\Xi|G_\nu) = \max_{G_\nu} P(\Xi)\ P(G_\nu|\Xi)/P(G_\nu). \qquad (6)$$

Оптимальной матрице $u_0 = G_0$ будет соответствовать максимум отношения

$$\Phi(G_\nu) = P(G_\nu|\Xi)/P(G_\nu). \qquad (7)$$

Вероятности $P(G_\nu)$ задаются и являются априорными. В процессе поиска необходимо определить апостериорные вероятности $P(G_\nu|\Xi)$. В частном случае при отсутствии необходимой информации априорные события G_ν могут быть равновероятными. Так как каждому событию G_ν при заданной вероятности $P(G_\nu)$ соответствует единственное значение отношения (7), то из бинарного отношения выбирается $\max \Phi(G_\nu) \to G_0$.

Для ускорения случайного поиска оптимальной матрицы параметров $D_{опт}$ априорные вероятности $P(G_\nu)$ должны изменяться в соответствии с апостериорной информацией, накопленной в блоке оптимальной управляющей матрицы U_0. На рис. 1 показана общая схема неградиентного случайного поиска с адаптацией, предназначенного для параметрической оптимизации системы [2].

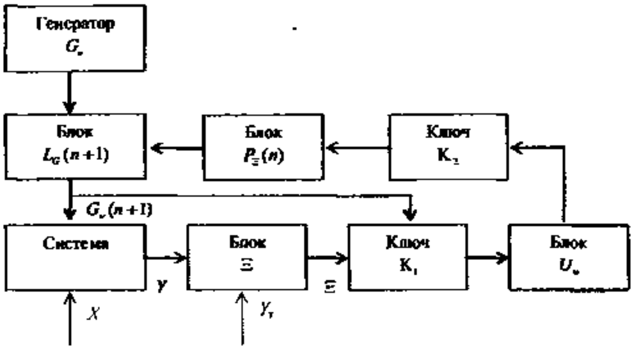

Рис. 1. Структурная схема неградиентного случайного поиска

Если событие Ξ имеет место, то ключ K_1 открывается и в блок U_0 поступает матрица U_D, обеспечивающая свершение события Ξ. В блоке U_0 формируются вероятностные характеристики априорного события $(U_D|\Xi)$. Блоки $L_G(n+1)$ и $P_\Xi(n)$ в данном случае представляют собой оператор адаптации, который корректирует априорное значения U_D.

Работа блока адаптации основана на использовании рекуррентного алгоритма

$$P(G_\nu;n+1)=P(G_\nu;n)+\Delta P(G_\nu;n), \qquad (8)$$

где приращение вероятности $\Delta P(G_\nu;n)$ определяется выражением

$$\Delta P(G_\nu;n)=P(G_\nu|\Xi;n)-P(G_\nu;n), \qquad (9)$$

то есть

$$P(G_\nu;n+1)=P(G_\nu|\Xi;n). \qquad (10)$$

Как видно из (10), априорная вероятность ν-го решения на $(n+1)$-м шаге адаптации равна апостериорной вероятности ν-го решения, полученного на n-м шаге адаптации.

В зависимости от положения изображённого на рис. 1 ключа K_2 адаптация может быть непрерывной или дискретной. При непрерывной адаптации ключ K_2 замкнут постоянно. При дискретной адаптации, когда ключ K_2 включается периодически для передачи накопленной в блоке U_0 информации. При этом достоверность результатов несколько выше, так как в отличие от непрерывной адаптации осреднение реализаций поиска производится в одинаковых условиях поиска. В данном случае оценка матрицы апостериорных вероятностей вычисляется по формуле

$$\begin{bmatrix} P_1(G_1|\Xi,n_{K2},n_{K1}) \\ \dots \\ P_{nГ}(G_{nГ}|\Xi,n_{K2},n_{K1}) \end{bmatrix} = \frac{1}{n_{K1}} \begin{bmatrix} n_1(\Xi,n_{K2}) \\ \dots \\ n_{nГ}(\Xi,n_{K2}) \end{bmatrix}, \qquad (11)$$

где n_{K1} - число включений ключа K_1 (число событий Ξ) между очередными включениями ключа K_2; $n_\nu(\Xi,n_{K2})$ - число свершений события G_ν вместе с событием Ξ за время между n_{K2}-м и $(n_{K2}+1)$-м включением ключа K_2. При этом оценка матрицы апостериорных вероятностей тем точнее, чем больше значение n_{K1}.

Потребное количество сеансов поиска N_0 зависит от требуемой точности решения задачи. Поиск оптимальной топологии системы завершается на основе использования известных формул математической статистики для доверительных вероятностей. Останов поиска производится при $\varepsilon_c \le \varepsilon_0$, где ε_c - среднее значение относительных приращений норм матриц апостериорных вероятностей, ε_0 - предельное значение ε_c.

Исследования работоспособности предложенной методики параметрической оптимизации было проведено путём математического моделирования в среде Mathcad. Было установлено, что количество шагов поиска, необходимое для определения оптимальной топологии системы, является случайным. Для заданной системы управления значение вероятности определения искомой управляющей матрицы превысило значение 0.9 после 15-20 шагов поиска.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование неградиентного случайного поиска для параметрической оптимизации сложной мультиструктурной системы по сравнению с другими подходами является наиболее предпочтительным, так как в противном случае множество локальных экстремумов функционала качества при случайном характере смены структур, не позволяет найти требуемое решение задачи.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Казаков И.Е., Гладков Д.И. Методы оптимизации стохастических систем. – М.: Наука, 1983. – 384 с.

[2] Лобатый А.А., Бусько В.Л., Применение неградиентного случайного поиска для оптимизации топологический структуры нейронной системы. // Минск. Доклады БГУИР №4(16) 2006, с.72-78.