

Литература

1. Сытова С. Н., Тихомиров В. В., Черкасс С. Л. «Одномерная и двумерная модели спирального магнитокумулятивного генератора: численный анализ и сравнение с экспериментом»// Фундаментальные и прикладные физические исследования. 2002-2009 гг.: сб. науч. тр./ под редакцией В. Г. Барышевского. Минск: БГУ, 2009. С. 327-335.
2. Кнопфель Г. «Сверхсильные импульсные магнитные поля» / Пер. с англ. – М.: Мир. – 1972. 391 с.
3. Novak B. M., Smith I. R., Enache M. C. «Accurate Modeling of the Proximity Effect in Helical Flux-Compression Generators»// IEEE Transactions on plasma science, vol. 28, no. 5, october 2000 P. 1353-1355.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. «Электродинамика сплошных сред»./ М.: Физматгиз, 1959. 532 с.

ДИНАМИКА ОСЦИЛЛОНА И СТОЛКНОВЕНИЕ КИНКОВ В МОДЕЛИ ПОТЕНЦИАЛА $\lambda\phi^4$

А. А. Голованов

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задачей настоящей работы является анализ динамических процессов в пертурбативном и непертурбативном секторах модели с двукратным симметричным потенциалом в пространстве-времени размерности 1+1 с помощью численных методов. Рассмотрена временная эволюция непертурбативных возмущений тривиального сектора осцилонного типа, проанализирован механизм взаимодействия топологически нетривиальных конфигураций солитонного типа (кинков). Полученные в работе результаты полностью согласуются с имеющимися в литературе данными.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

С момента осознания в середине 60-х годов прошлого века важности роли непертурбативных классических решений солитонного типа, был достигнут весьма существенный прогресс в их исследовании и практическом применении. На сегодняшний день одно из наиболее важных практических применений солитонов – это передача данных по оптическим каналам связи. Они распространяются по световодам без искажений и позволяют достичь терабитной скорости передачи. Описание вихревых состояний в сверхпроводниках второго рода в рамках абелевой модели Хиггса привлекло интерес исследователей к солитонным решениям в классической теории поля [1]. Солитоны также используются в исследованиях элементарных частиц в моделях фундаментальных взаимодействий, список соответствующих объектов

открывает решение Скирма, особый интерес в последнее время вызывают конфигурации типа инстантонов, монополей, а также непертурбативные топологически нетривиальные решения в теории струн [1,2].

Чаще всего возникающие уравнения поля из-за наличия нелинейности не интегрируются и требуют численного решения. Запишем волновое уравнение для действительного скалярного поля в пространстве-времени размерности $n+1$.

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \Delta^n \phi = F(\phi). \quad (1)$$

Функция $F(\phi)$ определяет модель потенциала, которую мы рассматриваем. Для классической интегрируемой модели синус-Гордон (SG) $F(\phi) = \sin(\phi)$. Для модели $\lambda\phi^4$ функция $F(\phi)$ имеет вид $F(\phi) = \lambda(\phi^2 - a^2)$. Известно, что любая физическая система стремится к минимуму энергии, поэтому лишняя энергия испускается в виде излучения. Любой начальный профиль для уравнения (1), задаваемый задачей Коши, приведет либо к стабильному статическому решению плюс поле излучений, либо полностью распадется вследствие непрерывного перехода энергии в излучение [3].

Решение уравнения Богомольного с данным потенциалом:

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm \sqrt{2U(\phi)}, \quad (2)$$

назовем статическим кинком (со знаком $+$) и статическим антикинком

(со знаком $-$). Энергия решения локализована в пространстве. Во многих

случаях топологические свойства решений определяются простым числом N , называемым топологическим зарядом. Состояние с зарядом $N=1$ является энергетически минимальным. Кинк обладает топологическим зарядом, т.к. его нельзя свести непрерывными деформациями к тривиальному вакууму. Его часто называют топологическим солитоном [4]. Получить статическое решение для кинка можно и из уравнений Эйлера-Лагранжа. Запишем лагранжиан системы:

$$L = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 - \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 - \lambda(\phi^2 - a^2)^2 \right]. \quad (3)$$

Граничные условия имеют вид $\phi(\pm\infty) = \pm a$. Откуда:

$$\phi(x) = a \tanh(\sqrt{2\lambda}a(x + C_2)). \quad (4)$$

В общем случае гессиан солитонной системы (вторая вариация энергии) обладает конечным числом отрицательных и нулевых собственных значений, а также бесконечно большим числом положительных [2]. Соответствующие им собственные функции называются отрицательными, нулевыми и положительными модами. Кинк в $\lambda\phi^4$ обладает двумя нулевыми дискретными модами – трансляционной и вибрационной, а также

непрерывным спектром положительных мод [2].

В интегрируемых моделях при взаимодействии кинков нет потерь на излучение. В классической модели SG взаимодействие описывается аналитической функцией. В неинтегрируемых моделях, как например, потери энергии на излучение есть. При этом в зависимости от начальной скорости кинки могут как отталкиваться друг от друга, так и аннигилировать. Процесс столкновения можно считать хаотическим [3]. Причина такого поведения связана с резонансными эффектами между колебаниями дискретных вибрационных мод кинка-антикинка.

При аннигиляции кинков рождается другой объект – осциллон. Его нельзя описать аналитически, поэтому он был сравнительно недавно открыт при помощи численного анализа. Осциллон совершает одинаковые по амплитуде незатухающие колебания в течении большого (но не бесконечного) промежутка времени. В модели 1+1 осциллон абсолютно стабилен. Осциллон не обладает топологическим зарядом. Решение можно получить другими способами, начиная решать уравнение (1) например с гауссового профиля [3]:

$$\varphi = \varphi_{\infty} + (\varphi_c - \varphi_{\infty})e^{-\frac{x^2}{x_0^2}}. \quad (5)$$

Мы применили следующую неявную схему (модификацию метода креста):

$$\frac{u_j^{k+1} - 2u_j^k + u_j^{k-1}}{dt^2} = \frac{u_{j+1}^{k+1} - 2u_j^{k+1} + u_{j-1}^{k+1}}{dx^2} + f(u_j^k). \quad (6)$$

Отметим, что данный метод не является консервационным (симплектическим), поэтому он не обеспечивает сохранение энергии. Для более аккуратного решения гиперболических уравнений нужно использовать метод характеристик: дискретизируем пространственную переменную и оставим непрерывным время. Тогда получим систему из N обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, которую можно

решить методом Рунге-Кутты или для еще большей точности любым многошаговым неявным методом [5,6].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Создадим в системе гауссовый профиль (5). При этом мы знаем, что лишняя энергия должна уйти в виде излучения, а оставшаяся энергия - это колебания осциллона. Динамика и зависимость амплитуды колебаний осциллона от времени представлена на Рис. 1. Цветовые диаграммы процесса аннигиляции и отталкивания представлены на Рис. 2.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены результаты численного анализа динамических процессов в пертурбативном и непертурбативном секторах модели с двукратным потенциалом в пространстве-времени размерности 1+1. Используемые в работе компьютерные программы и методы будут применяться при дальнейшем исследовании динамики классических и квантовых солитонов в различных нелинейных системах и физических моделях.

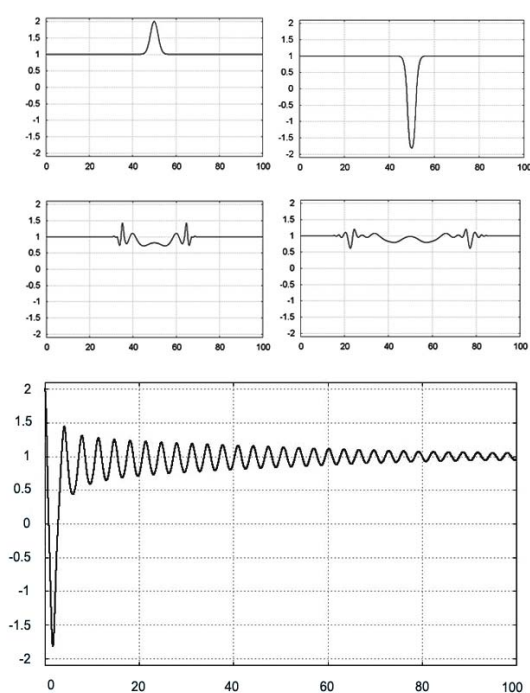


Рис. 1. Колебания осциллона

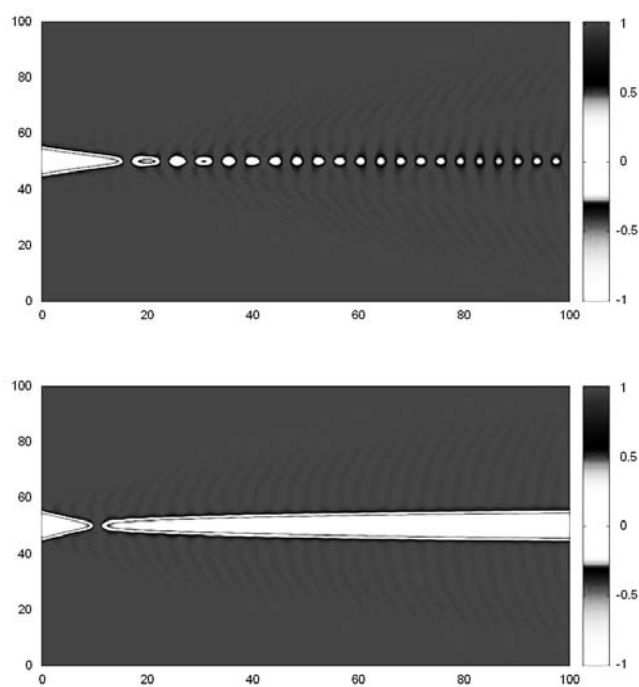


Рис. 2. Цветовая диаграмма столкновения
а – аннигиляция; б – отталкивание

Литература

1. *Belavin A. A., Polyakov A. M., Shvarts A. S., Tyupkin Y. S.* Pseudoparticle Solutions of the Yang-Mills Equations // *Phys. Lett. B* 59. 1975. С. 85.
2. *Vachaspati T.* Kinks and domain walls: An introduction to classical and quantum solitons // Cambridge University Press. Cambridge. England. 2006. 192 с.
3. *Fodor G., Forgacs P., Grandclement P., Racz, I.* Oscillons and quasi-breathers in the Klein-Gordon model // *Phys. Rev. D*. 74. 2006. [arXiv: hep-th/0609023].
4. *Manton N. S., Sutcliffe P. M.* Topological solitons // Cambridge University Press. Cambridge. England. 2004. 504 с.
5. *Ильина В. А., Силаев П. К.* Численные методы для физиков-теоретиков // Т.2. Институт компьютерных исследований. Москва-Ижевск. 2004. 118 с.
6. *Gustafsson B., Kreiss H., Olinger J.* Time dependent problems and difference methods // Willey. New York. USA. 1995. 642 с.

РЕДОКС-РЕГУЛЯЦИЯ КЛЕТОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ: РОЛЬ ИОНОВ ВОДОРОДА И КАЛЬЦИЯ

Е. Н. Голубева

Окислительно-восстановительные (редокс-) процессы играют важную роль в поддержании нормальной функциональной активности клеток. В клетке постоянно функционируют механизмы, в результате работы которых происходит образование и утилизация окислителей и в определенных пределах изменяется величина отношения между внутриклеточными концентрациями окислителей и восстановителей, т.е. поддерживается редокс-гомеостаз. Нарушение редокс-гомеостаза является сопутствующим признаком развития многих заболеваний, включая атеросклероз, диабет, рак, болезнь Альцгеймера, ишемическую болезнь сердца [1]. В свою очередь активация ряда физиологических окислительно-восстановительных процессов сопровождается изменениями величины внутриклеточного или внеклеточного pH. Развитие ряда заболеваний сопровождается ацидозом или алкалозом. В этих условиях функциональный ответ клеток на действие окислителей и антиоксидантов может значительно отличаться от функционального ответа клеток в норме. Одним из ранних ответов сигнальных систем на изменение концентрации окислителей во многих типах клеток также является повышение внутриклеточной концентрации несвязанного кальция. Регуляция внутриклеточной концентрации несвязанного кальция представляет один из способов передачи внеклеточной информации на внутриклеточные эффекторы. Высвобождение Ca^{2+} из кальциосом при действии окислителей может иметь регуляторное значение и протекать при физиологических условиях. Выход Ca^{2+} из митохондрий при действии окислителей происходит при патофизиологи-