

УДК 616.8 – 073.75

В. Т. Пустовойтенко, Г. А. Медведев

ЗАВИСИМОСТЬ РАЗМЕРОВ ШЕЙНЫХ ПОЗВОНКОВ ОТ ФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ ПАЦИЕНТОВ

В настоящей статье продолжается рассмотрение структуры шейного отдела позвоночника человека методами статистического анализа, начатое авторами в предшествующих работах [1,2].

Статья посвящена выявлению зависимости между структурными параметрами шейного отдела позвоночника и физическими данными человека: пол, возраст, вес и рост. В распоряжении авторов имелись данные о 608 пациентах. Среди них 188 мужчин и 420 женщин. Для этих пациентов наблюдалась длина шейного отдела и сагиттальные диаметры позвонков C2, C3, C4, C5, C6 и C7.

На рис. 1 представлены данные наблюдений длины шейного отдела пациентов в зависимости от веса

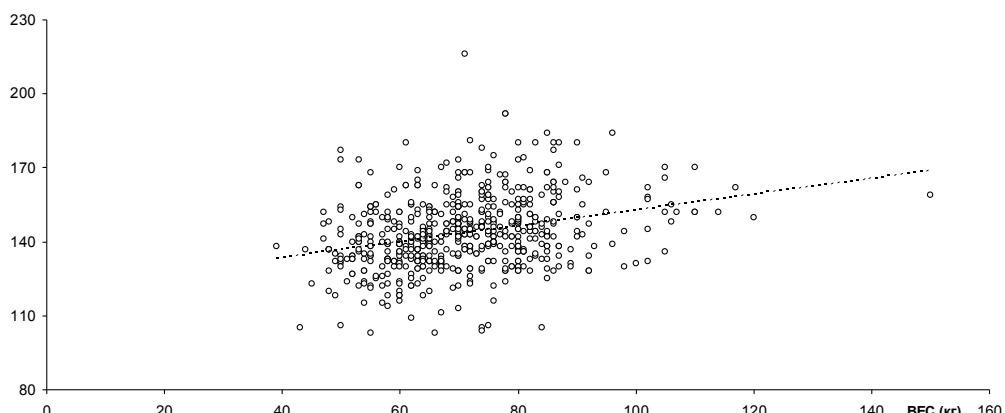


Рис. 1. Рассеяние длин шейного отдела позвоночника
в зависимости от веса пациентов

На рис. 2 представлены данные наблюдений сагиттальных диаметров позвонков пациентов в зависимости от веса. Эти данные показывают, что как длина шейного отдела, так и диаметр позвонков практически не зависят от веса пациентов. Только, как видно из рис. 1, данные наблюдений размеров шейного отдела имеют небольшой тренд (с увеличением веса длина шейного отдела тоже в среднем растет).

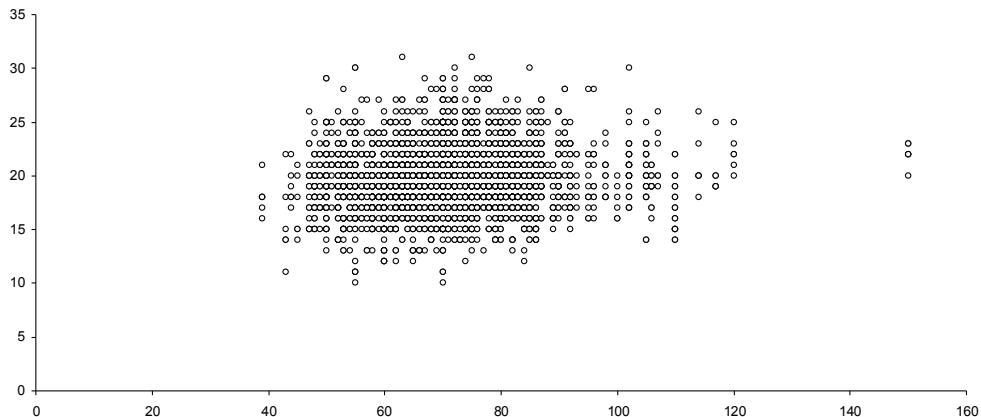


Рис. 2. Рассеяние сагиттальных диаметров позвонков в зависимости от веса пациентов

На рис. 3 представлены данные наблюдений длины шейного отдела пациентов в зависимости от роста с разбивкой по полу. Здесь тоже можно заметить небольшой тренд, хотя и более выраженный, чем на рис. 1.

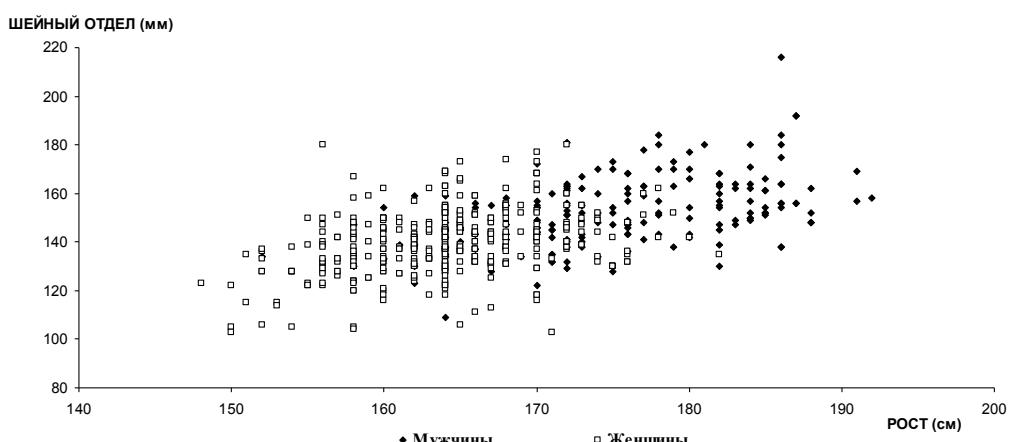


Рис. 3. Рассеяние длин шейного отдела позвоночника в зависимости от роста пациентов

На рис. 4 представлены данные наблюдений сагиттальных диаметров позвонков пациентов в зависимости от роста. Из этого рисунка видно, что тренд у данных отсутствует. Это означает, что существенной зависимости от роста пациента у сагиттальных диаметров позвонков нет.

Если рассматривать имеющиеся данные как выборку из генеральной совокупности случайных величин, можно использовать показатели, которые используются в статистическом анализе для характеристики зависимости между различными выборками наблюдений. Одним из таких показателей является коэффициент корреляции, измеряющий линейную зависимость между случайными отклонениями измерений от их средних значений. Заметим, что в исследуемой выборке наблюдений в среднем вес пациентов связан с их ростом по формуле

$$\text{Вес (кг)} = 0,4942 \text{ Рост (см)} - 11,9748.$$

Зависимость случайных отклонений веса и роста от этой линейной зависимости характеризуется корреляционным коэффициентом, равным 0,3222.

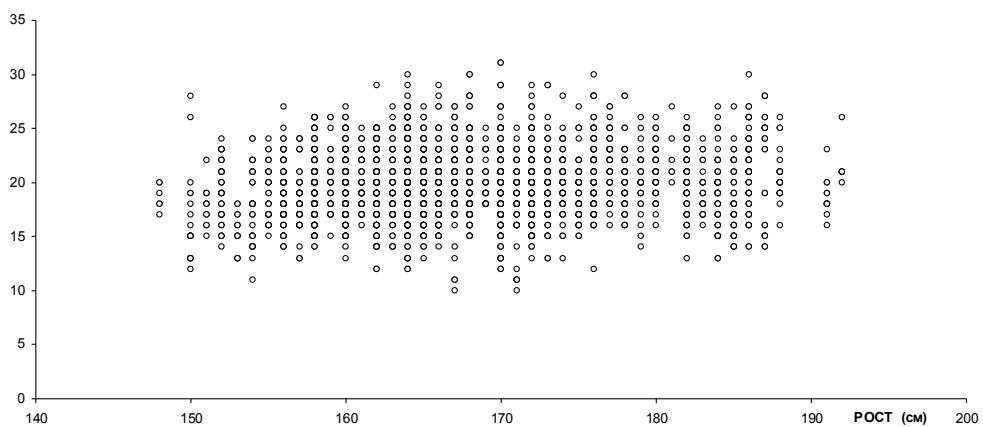


Рис. 4. Рассеяние сагиттальных диаметров позвонков
в зависимости от роста пациентов

В таблице 1 приводятся значения коэффициентов корреляции между структурными параметрами шейного отдела позвоночника и такими физическими данными пациентов, как вес и рост.

Таблица 1
Коэффициенты корреляции между структурными параметрами
шейного отдела и ростом и весом

	Шея	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Рост	0,5411	0,2016	0,0751	0,0955	0,1380	0,1601	0,2266
Вес	0,2768	0,1038	0,0647	0,0771	0,0765	0,0960	0,1501
Вес/Рост	0,5116	0,5150	0,8610	0,8071	0,5545	0,5997	0,6623

Из таблицы видно, что коэффициенты корреляции между структурными параметрами и ростом выше, чем коэффициенты корреляции между структурными параметрами и весом. В третьей строке показано, какую долю коэффициента корреляции между структурными параметрами и ростом составляет соответствующий коэффициент корреляции между структурными параметрами и весом. Как видно из таблицы, практически все коэффициенты корреляции малы (максимальным является коэффициент корреляции между ростом и длиной шейного отдела, который равен 0,5411), что сразу предвосхищает вывод о том, что зависимость между структурными параметрами шейного отдела позвоночника и физическими данными пациентов слабая. Приведенные выше рисунки и таблица корреляционных связей говорят о том, что влияние веса на структурные параметры шейного отдела позвоночника мало, поэтому в дальнейшем влияние веса пациентов нами рассматриваться не будет.

На рис. 5 и 6 приведены данные наблюдений сагиттальных диаметров позвонков C7 и C2 пациентов в зависимости от роста с разбивкой по полу (данные для этих позвонков приведены в качестве примеров, для других позвонков, данные ведут себя аналогично). Из этих рисунков видно, что тренд у данных тоже отсутствует. Это означает, что у сагиттальных диаметров позвонков зависимости от роста пациентов нет. Зависимость от пола пациентов проявляется тоже слабо. Отличие в этом смысле только в том, что «женские» позвонки сосредоточены в левой половине рисунков, а «мужские» – в правой. Однако это объясняется просто тем, что в среднем у мужчин рост выше.

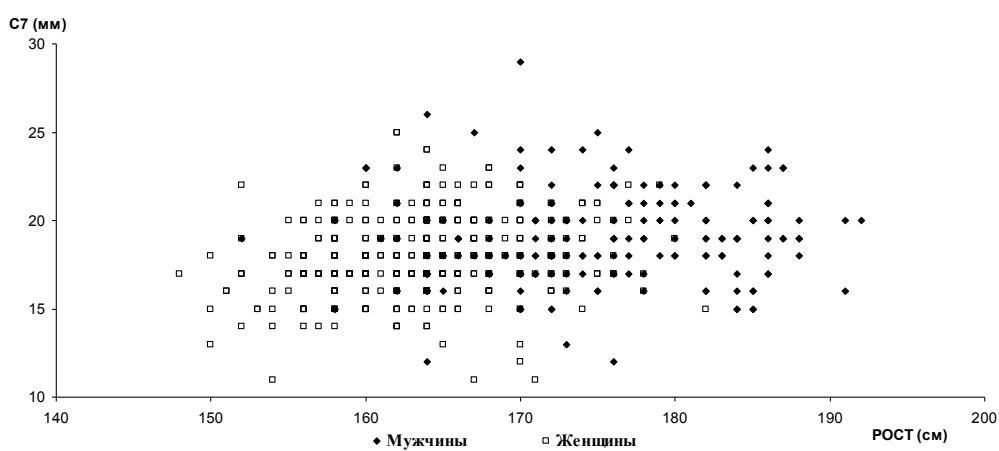


Рис. 5. Рассеяние сагиттальных диаметров позвонка C7
в зависимости от роста пациентов

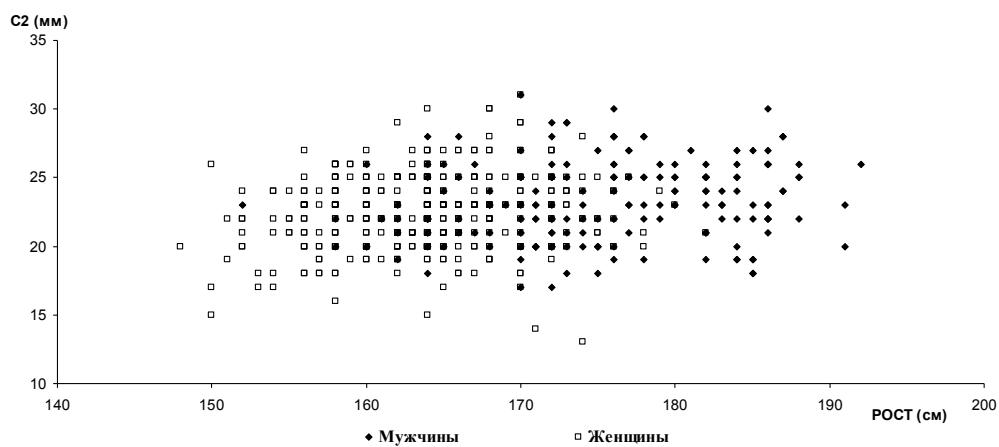


Рис. 6. Рассеяние сагиттальных диаметров позвонка C2
в зависимости от роста пациентов

В таблице 2 приведены данные о средних значениях размеров шейного отдела позвоночника и сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков для всех пациентов с разбивкой по возрасту, а также для мужчин и женщин с разбивкой не только по возрасту, но и по росту.

Таблица 2

Средние размеры шейного отдела позвоночника
и сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков

Все больные	Всего пациентов	Шея	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Средние значения (все)	608	143,5	22,7	20,4	19,4	18,8	18,4	18,4
Разбивка по возрасту								
Средние значения (< 31)	131	146,7	23,0	20,6	19,4	19,1	18,7	18,7
Средние значения (31-40)	79	146,1	22,7	20,2	19,2	18,7	18,4	18,3
Средние значения (41-50)	155	142,9	22,6	20,3	19,6	18,9	18,2	18,4
Средние значения (51-60)	149	143,1	22,8	20,6	19,5	18,9	18,5	18,3
Средние значения (> 60)	94	138,9	22,2	20,1	18,9	18,5	18,0	18,0
Мужчины	Всего пациентов	Шея	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Средние значения (все)	188	152,4	23,2	20,5	19,7	19,3	18,9	19,0
Разбивка по возрасту								
Средние значения (< 31)	52	156,7	23,4	20,9	20,0	19,7	19,2	19,1
Средние значения (31-40)	26	153,3	23,2	20,2	19,3	18,7	18,8	18,7
Средние значения (41-50)	40	150,9	23,2	20,0	19,6	19,0	18,3	18,7
Средние значения (51-60)	42	151,2	23,0	20,9	20,2	19,6	19,4	19,6
Средние значения (> 60)	28	147,7	23,2	20,2	19,1	18,9	18,7	18,9
Женщины	Всего пациентов	Шея	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Средние значения (все)	420	139,6	22,4	20,3	19,2	18,7	18,1	18,1
Разбивка по возрасту								
Средние значения (< 31)	79	140,1	22,7	20,4	19,1	18,7	18,4	18,4
Средние значения (31-40)	53	142,5	22,5	20,2	19,1	18,6	18,2	18,2
Средние значения (41-50)	115	140,1	22,4	20,4	19,6	18,8	18,2	18,3
Средние значения (51-60)	107	139,9	22,7	20,4	19,3	18,7	18,2	17,8
Средние значения (> 60)	66	135,1	21,8	20,1	18,9	18,3	17,6	17,6
Разбивка по росту								
Средние значения (до 150)	4	113,3	19,5	19,0	17,3	15,8	16,3	15,8
Средние значения (151 – 160)	117	134,4	22,1	20,0	18,9	18,3	17,7	17,4
Средние значения (161 и выше)	299	141,9	22,6	20,5	19,4	18,9	18,3	18,3

Из таблицы 2 видны следующие общие тенденции: с возрастом длина шейного отдела позвоночника имеет тенденцию к уменьшению. Сагиттальные диаметры каналов шейных позвонков с ростом номера позвонка тоже имеет тенденцию к уменьшению, а от возраста практически зависимости нет. С увеличением роста сагиттальные диаметры каналов шейных позвонков также как и длина шейного отдела позвоночника в среднем возрастают.

Сделанные заключения являются в основном интуитивными и скорее являются обсуждением представления данных, чем выводами. Поэтому далее обратимся к более строгому статистическому анализу. Для этого будем рассматривать имеющиеся данные как выборки случайных величин, и обрабатывать по тем правилам, которые следуют из статистической теории. Самой полной характеристикой случайных величин является распределение вероятностей, а для непрерывных случайных величин удобнее плотность вероятностей. Поэтому в первую очередь следует попытаться оценить эту плотность. Состоительной оценкой плотности вероятностей является гистограмма. Поэтому в первую очередь были рассмотрены гистограммы для данных о длинах шейного отдела позвоночника и сагиттальных диаметрах каналов шейных позвонков. Визуальное представление гистограмм удобнее заменить полигонами, которые с информативной точки зрения эквивалентны гистограммам, но как оценки плотностей сходны с ними по форме. Некоторые из этих полигонов представлены на рисунках 7 – 9.

На рис. 7 приводятся данные о том как часто встречаются те или иные величины сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков С2 у мужчин и женщин с разбивкой по возрасту. Из рисунка видно, что определенные значения сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков С2 встречаются примерно в одинаковой степени для всех возрастов. Иначе говоря, возраст мало влияет на величину диаметров.

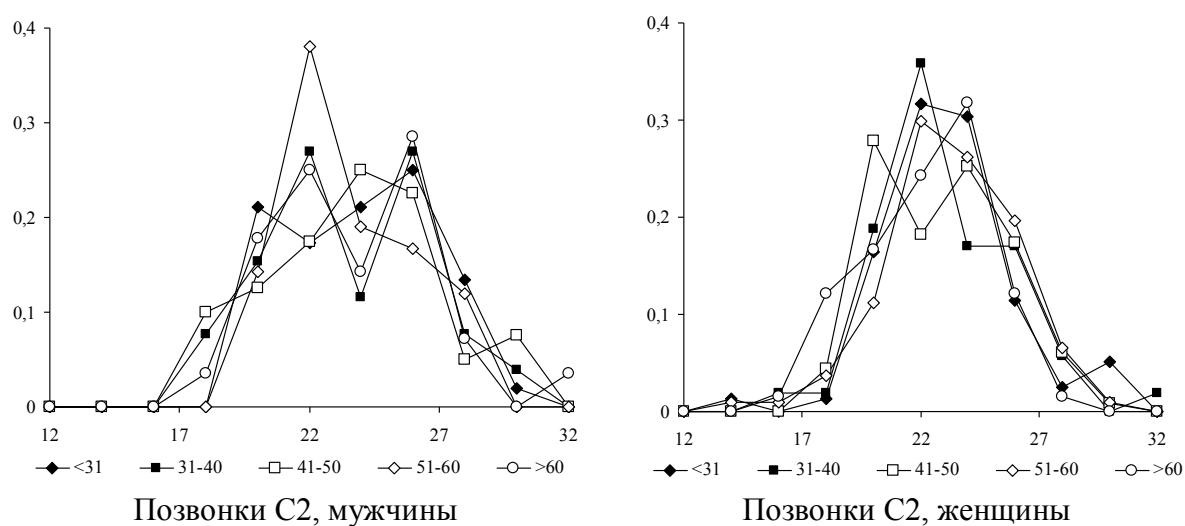


Рис. 7. Частоты встречаемости величины сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков С2 у мужчин и женщин с разбивкой по возрасту

На рис. 8 слева показаны эти же данные для всех пациентов без разделения по полу, но с разделением по возрасту.

На рис. 8 справа данные показаны с разделением по полу для возраста 31 – 40 лет. Видно, что как для мужчин, так и для женщин полигоны практи-

тически одинаковы. Для других возрастов полигоны оказываются аналогичными. Это означает, что как следует из визуальных наблюдений полигонов, на размер сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков C2 ни возраст, ни пол существенно не влияют. Хотя приведенные полигоны характеризуют позвонки C2, картина остается такой же и для других позвонков C3 – C7. Однако чтобы не занимать много места полигоны для позвонков C3 – C7 здесь не приводятся. На рис. 9 представлены аналогичные полигоны для сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков C2 и C3 у мужчин и женщин всех возрастов

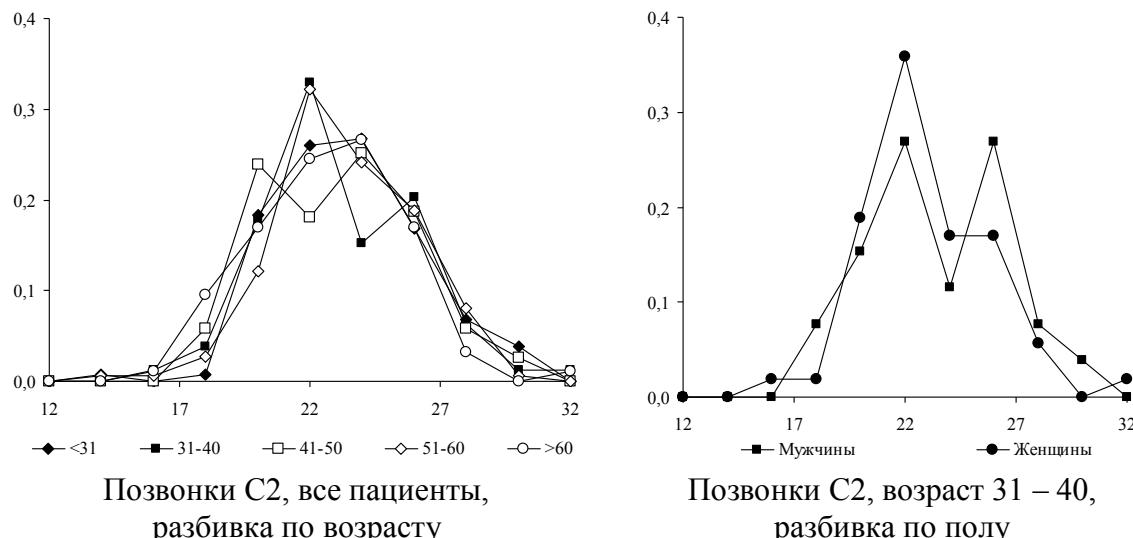


Рис. 8. Частоты встречаемости величины сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков C2 у мужчин и женщин с разбивкой по возрасту и полу

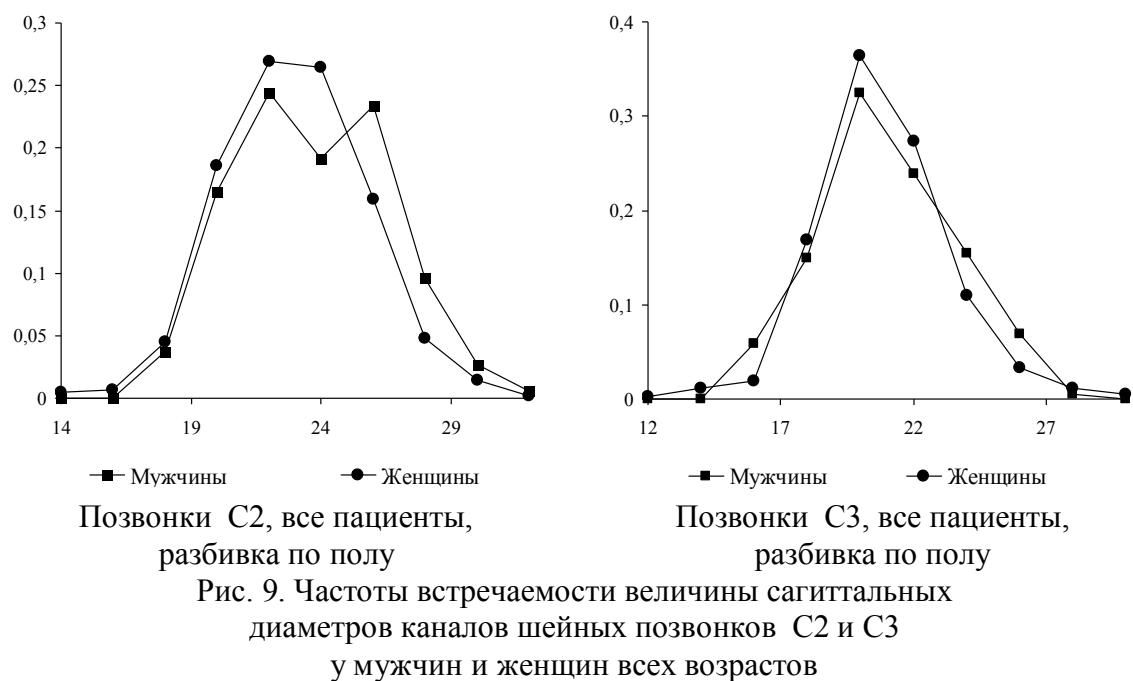


Рис. 9. Частоты встречаемости величины сагиттальных диаметров каналов шейных позвонков C2 и C3 у мужчин и женщин всех возрастов

На рисунках 10 – 12 показаны аналогичные полигоны частот для длины шейного отдела пациентов. Данные показывают различие частот встречаемости при разбивке по росту и полу (рис. 10), по возрасту и полу (рис. 11), а также обобщенные данные для всех возрастов и ростов с разбивкой по полу (рис. 12 слева) и без всяких разбивок (рис. 12 справа). Из данных этих рисунков следует, что полигоны частот шейных отделов заметно различаются по росту (рис. 10) и полу (рис. 12 слева) и практически не различаются по возрасту (рис. 11).

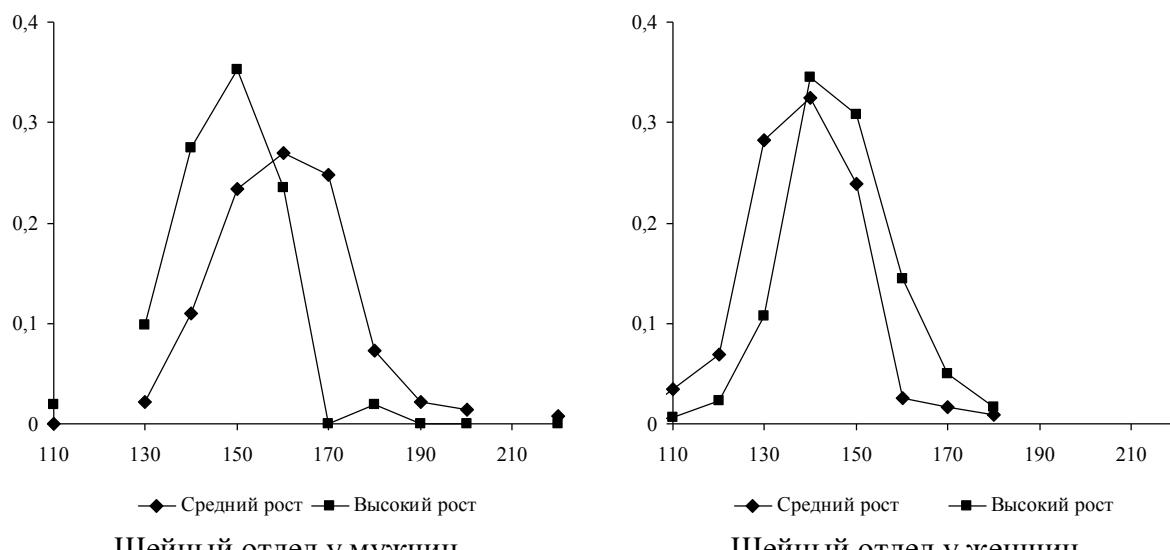


Рис. 10. Частоты встречаемости величины шейного отдела для всех пациентов с разбивкой по росту и полу

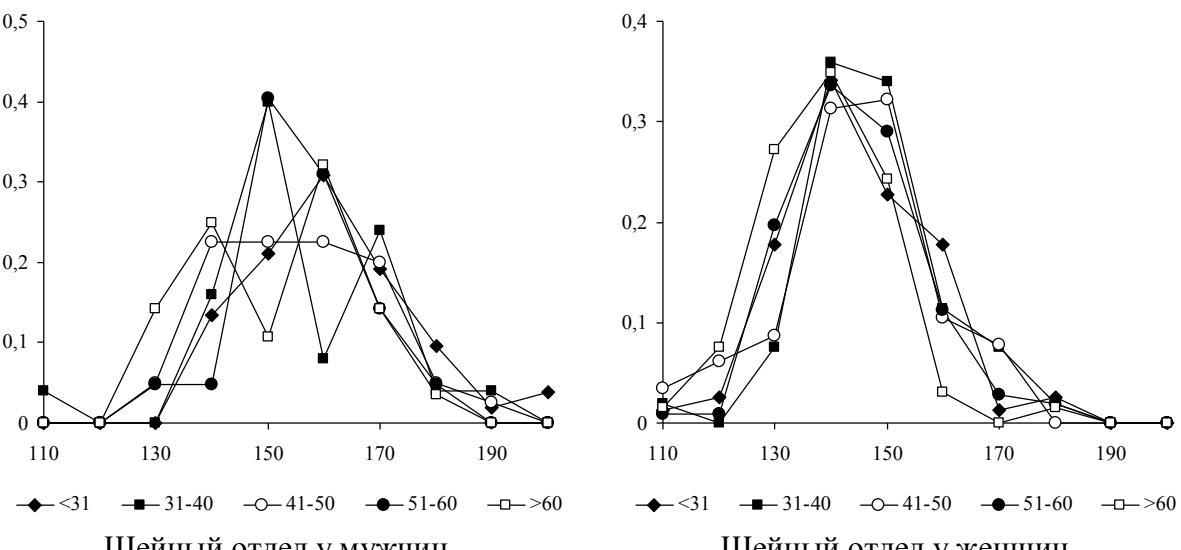


Рис. 11. Частоты встречаемости величины шейного отдела для всех пациентов с разбивкой по возрасту и полу

Проведенный анализ опирается на визуальные данные, которые, вообще говоря, носят иллюстративный характер. Поэтому для подтвержде-

ния этого анализа была проведена количественная проверка выводов с помощью статистического критерия проверки гипотез об однородности анализируемых генеральных совокупностей, то есть гипотезы о том, являются ли две выборки представителями одной генеральной совокупности или относятся к различным. Наиболее известным из таких критериев является критерий Смирнова [3], который предусматривает вычисление статистики γ по полигонам двух выборок. Пусть имеется две выборки случайных наблюдений $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ и $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$ объемом n и m , соответственно. Нужно решить, обе эти выборки принадлежат одной совокупности или представляют две разных генеральных совокупностей.

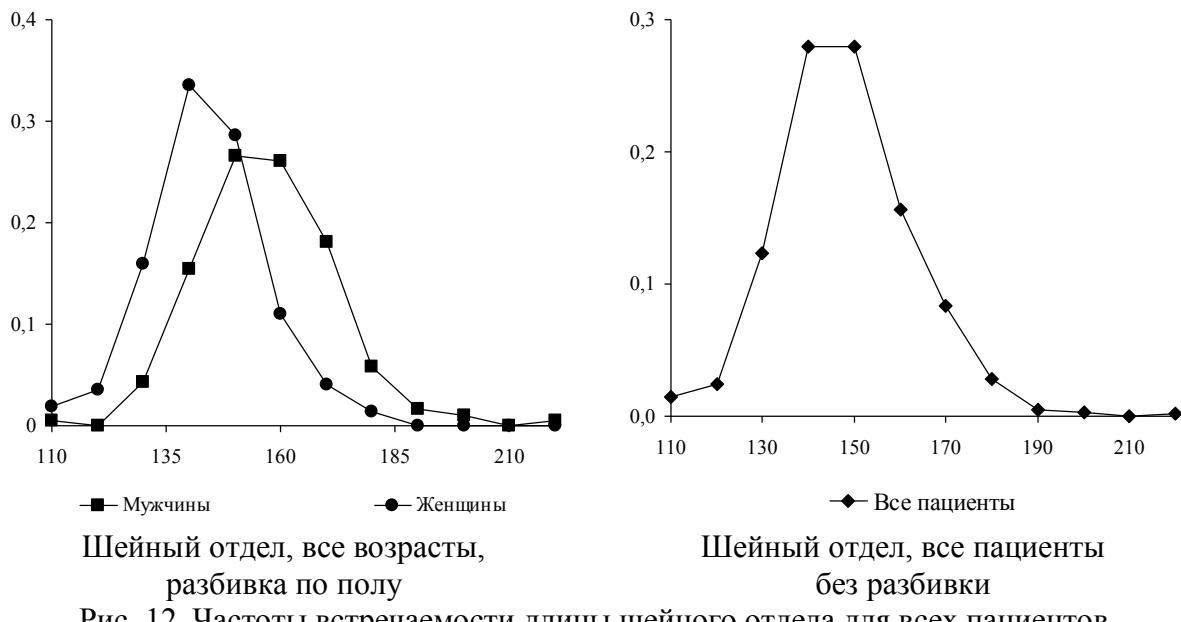


Рис. 12. Частоты встречаемости длины шейного отдела для всех пациентов

В нашей интерпретации это означает, например, имеются данные наблюдений пациентов мужчин $\{X\}$ и женщин $\{Y\}$ и нужно решить имеют они одинаковые свойства или нет. Тогда строятся два полигона, основанные на этих данных. Пусть эти полигоны определяются наборами частот $\{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k\}$ и $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k\}$. Тогда статистика γ критерия Смирнова вычисляется по формуле

$$\gamma = nm \sum_{j=1}^k \frac{(\xi_j / n - \omega_j / m)^2}{\xi_j + \omega_j}.$$

Затем принимается точность, с которой нужно принять решение об однородности выборок наблюдений, например, 5%. Это означает, что решение будет правильным с вероятностью ошибки 0,05. Затем по таблицам (см., например, [4]) для используемого числа степеней свободы k определяется критическое значение статистики $\gamma_{0,05}$. Если $\gamma \leq \gamma_{0,05}$, то с вероятностью 0,95 исследуемые выборки случайных наблюдений $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ и $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\}$ являются выборками из одной генеральной совокупности (то есть не

различаются). Если $\gamma > \gamma_{0,05}$, эта гипотеза не принимается с вероятностью ошибки 0,05.

Такое исследование было проделано для некоторых пар выборок. Были исследованы длины шейного отдела для мужчин и женщин с разбивкой по росту (средний и высокий), длины шейного отдела пациентов с возрастом до 30 лет с разбивкой по полу, длины шейного отдела пациентов всех возрастов с разбивкой по полу, сагиттальные диаметры позвонков C2, C3, C4, C5, C6 и C7 для пациентов с возрастом до 30 лет с разбивкой по полу, сагиттальные диаметры позвонков C2, C3, C4, C5, C6 и C7 для пациентов всех возрастов с разбивкой по полу. Результаты проверки гипотезы однородности приведены в таблице 3.

Таблица 3

Проверка однородности выборочных наблюдений шейного отдела для различных физических данных пациентов

№	Проверяемые выборки	k	γ	$\gamma_{0,05}$	Вывод
1	Шея у женщин среднего и высокого роста	8	40,3318	14,067	разные
2	Шея у мужчин среднего и высокого роста	9	33,1749	15,057	разные
3	Шея у мужчин и женщин возраста до 30 лет	10	38,2991	16,919	разные
4	C2 у мужчин и женщин возраста до 30 лет	9	14,8977	15,057	одинаковые
5	C3 у мужчин и женщин возраста до 30 лет	8	10,6415	14,067	одинаковые
6	C4 у мужчин и женщин возраста до 30 лет	8	17,7854	14,067	разные
7	C5 у мужчин и женщин возраста до 30 лет	8	12,5136	14,067	одинаковые
8	C6 у мужчин и женщин возраста до 30 лет	8	5,8307	14,067	одинаковые
9	C7 у мужчин и женщин возраста до 30 лет	7	6,4024	12,592	одинаковые
10	Шея у мужчин и женщин всех возрастов	11	110,2241	18,307	разные
11	C2 у мужчин и женщин всех возрастов	10	16,0793	16,919	одинаковые
12	C3 у мужчин и женщин всех возрастов	10	17,9747	16,919	разные
13	C4 у мужчин и женщин всех возрастов	8	17,7609	14,067	разные
14	C5 у мужчин и женщин всех возрастов	10	20,9184	16,919	разные
15	C6 у мужчин и женщин всех возрастов	10	18,4918	16,919	разные
16	C7 у мужчин и женщин всех возрастов	8	35,0978	14,067	разные

Из таблицы 3 можно сделать заключение, что длины шейного отдела с вероятностью 0,95 зависят от пола пациентов и от роста пациентов, в то время как сагиттальные диаметры позвонков C2, C3, C4, C5, C6 и C7 с указанной вероятностью слабо зависят от пола, но от возраста зависят сильнее.

Литература

1. В. Т. Пустовойтенко, Г. А. Медведев. Математическая модель определения соотносительной величины сагиттального диаметра позвоночного канала пациента // Проблемы создания информационных технологий. Сборник научных трудов. Выпук 18. 2009. Москва: ООО «Техполиграфцентр». Стр. 180 – 186.
2. В. Т. Пустовойтенко, Г. А. Медведев. Метод линейной регрессии для определения диаметров позвонков путем измерения длины шейного отдела позвоночника

- // Проблемы создания информационных технологий. Сборник научных трудов. Выпуск 18. 2009. Москва: ООО «Техполиграфцентр». Стр. 186 – 193.
3. С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. Прикладная статистика и основы эконометрики. – Москва: ЮНИТИ, 1998. – 1022 с.
 4. Л. Н. Большев, Н. В. Смирнов. Таблицы математической статистики. – Москва: Наука, 1983. – 416 с.