МОДЕЛЬ МНОГОСКОРОСТНОЙ СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПРИ ОГРАНИЧЕННОМ ДОСТУПЕ УЗКОПОЛОСНЫХ ЗАЯВОК

Т. Казиев

Институт кибернетики НАН Азербайджана
Баку, Азербайджан
kaziyevts@aznet.org

Исследуется модель многоскоростной системы, в которой обслуживаются заявки двух типов – узкополосные (n-заявки) и широкополосные (w-заявки). Обслуживание n-заявки осуществляется с помощью одного канала, а для обслуживания w-заявки потребуется одновременно m каналов, $m > 1$. Заявки обслуживаются в режиме без ожидания. Разработан достаточно простой алгоритм расчета вероятностей потери разнотипных заявок при стратегии, ограничивающей доступ n-заявок в каналы (Restricted Access, RA). Приводятся результаты соответствующих численных экспериментов.

Ключевые слова: многоскоростная система обслуживания, алгоритм расчета.

1. ВВЕДЕНИЕ

В целях удовлетворения существенно различных требований к показателям качества обслуживания (Quality of Service, QoS) в реальных широкополосных интегральных сетях, используются различные механизмы обслуживания. Одним из таких эффективных механизмов является назначение различного числа каналов (полос) из общей группы (суперканала) для разнотипных сообщений, которые требуют различные скорости передачи.

Широкое использование сетей с указанным механизмом обслуживания делает актуальным исследования моделей систем, в которых разнотипные заявки требуют одновременно случайное число каналов. Такие модели интенсивно исследуются в последние три десятилетия. Они называются мультиресурсными (Multi-Resource Queue) или многоскоростными (Multi-Rate Queue, MRQ) [1]–[5].

В настоящей работе изучается модель MRQ, в которой на N каналах обслуживаются заявки двух типов – узкополосные (narrow-band, n-заявки) и широкополосные (wide-band, w-заявки). При этом n-заявка обслуживается лишь одним каналом, а для обслуживания одной w-заявки требуется одновременно m каналов, $1 < m \le N$. В системе принята стратегия доступа к каналам с превентивной мерой защиты w-заявок от частых потерь. Суть стратегии состоит в ограничении доступа n-заявок в каналы (Restricted Access, RA) [6]. В работе [6] разработан соответствующий алгоритм расчета для RA-стратегии доступа, основанный на быстрых преобразованиях Фурье.

Предложенный здесь подход отличается от подхода работы [6] и основан на принципах теории фазового укрупнения стохастических систем [7]. Как показано далее, он оказывается эффективным в силу своей простоты, так как его применение не требует сложных математических преобразований.

В данной работе исследуются марковские модели MRQ.

Введем следующие обозначения: λ_n (λ_w) – интенсивность потока n-заявок (w-заявок); μ_n (μ_w) – интенсивность обслуживания n-заявок (w-заявок).

2. РАСЧЕТ МОДЕЛИ ПРИ RA-СТРАТЕГИИ ДОСТУПА В КАНАЛЫ

При данной стратегии w-заявки принимаются всегда, если в момент их поступления число свободных каналов не меньше чем m, а n-заявки принимаются лишь тогда, когда имеется хотя бы один свободный канал и при этом число заявок данного типа не превосходит некоторое пороговое значение L, $0 < L \le N$.

Величина L называется параметром RA-стратегии доступа.

В силу сделанных допущений функционирование данной MRQ описывается цепью Маркова (ЦМ) с состояниями вида $\mathbf{k} = (k_n, k_m)$, где $k_n(k_m)$ означает число n-заявок (w-заявок) в системе. Фазовое пространство состояний (ФПС) модели задается следующим образом:

$$S := \left\{\mathbf{k} : k_n = \overline{0, L}, k_w = \overline{0, \left[\frac{N}{m}\right]}; \ k_n + mk_w \le N\right\}. \qquad (1)$$

Элементы производящей матрицы (ПМ) данной ЦМ определяются так:

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_n, \text{ если } k_n < L, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_1, \\ \lambda_w, \text{ если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{e}_2, \\ k_n\mu_n, \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_1, \\ k_w\mu_w, \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - \mathbf{e}_2, \\ 0 \text{ в остальных случаях.} \end{cases} \qquad (2)$$

Вероятности потери n-заявок ($PB_n(N, L)$) и w-заявок ($PB_w(N, L)$) при данной стратегии доступа определяются так:

$$PB_n(N, L) := \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k})(I(f(\mathbf{k}) = 0) + I(f_n = L)), \qquad (3)$$

$$PB_w(N, L) := \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k})(I(f(\mathbf{k}) < m), \qquad (4)$$

где $p(k)$ – стационарная вероятность состояния $k \in S$, $f(k)$ – число свободных каналов в состоянии $k \in S$.

Рассмотрим следующее расщепление ФПС (1):

$$S = \bigcup_{i=0}^{L} S^i, S^i \bigcap S^j = \emptyset, i \ne j, \text{ где } S^i := \{\mathbf{k} \in S : k_n = i\}. \qquad (5)$$

Класс состояний S^i описывается одним укрупненным состоянием $< i >$ и строится функция укрупнения:

$$U(\mathbf{k}) =< i >, \text{если } \mathbf{k} \in S^i. \tag{6}$$

Тогда согласно алгоритмам фазового укрупнения (АФУ) стационарное распределение исходной модели $p(\mathbf{k}), \mathbf{k} \in S$ приближенно определяется так:

$$p(\mathbf{k}) \cong \rho^{k_n}(\mathbf{k})\pi(< k_n >), \mathbf{k} \in S, k_n = \overline{0, L}, \tag{7}$$

где $\rho^i(\mathbf{k}), \mathbf{k} \in S^i$ и $\pi(< i >), i = \overline{0, L}$ являются стационарными распределениями внутри класса S^i и укрупненной модели соответственно.

Стационарное распределение внутри класса S^i определяется как хорошо известное распределение состояний классической системы обслуживания $M/M/\left[\frac{N-i}{m}\right]/0$ с нагрузкой ν^w эрл, т. е. с помощью известных формул Эрланга:

$$\rho^i(i, j) = \frac{\nu_w^j}{j!}\rho^i(i, 0), i = \overline{0, L}, j = \overline{1, \left[\frac{N-i}{m}\right]}, \tag{8}$$

где

$$\rho^i(i, 0) = \left(\sum_{j=0}^{\left[\frac{N-i}{m}\right]} \frac{\nu_w^j}{j!}\right)^{-1}. \tag{9}$$

Укрупненная модель представляет собой процесс размножения и гибели. С использованием (2), (8) и (9) элементы ПМ этой модели $q(< x >, < x' >)$, $x, x' = \overline{0, L}$ определяются так:

$$q(< x >, < x' >) = \begin{cases} \lambda_n \sum\limits_{i=0}^{\left[\frac{N-x}{m}\right]} \rho^x(x, i), \text{ если } x' = x + 1, (N - x) \mod m \neq 0, \\ \lambda_n \sum\limits_{i=0}^{\left[\frac{N-x}{m}\right]-1} \rho^x(x, i), \text{ если } x' = x + 1, (N - x) \mod m = 0, \\ x\mu_n, \text{ если } x' = x - 1, \\ 0 \text{ в остальных случаях,} \end{cases} \tag{10}$$

где $X \bmod Y$ означает остаток от деления X на Y.

Следовательно, стационарное распределение укрупненной модели при данной стратегии доступа определяется так:

$$\pi(< j >) = \frac{\nu_n^j}{j!} \prod_{k=0}^{j-1} F(k)\pi(< 0 >), j = \overline{1, L}, \tag{11}$$

где

$$\pi(< 0 >) = \left(1 + \sum_{k=1}^{L} \frac{\nu_n^k}{k!} \prod_{j=0}^{k-1} F(j)\right)^{-1}, \tag{12}$$

$$F(j) = \begin{cases} \sum_{i=0}^{\left[\frac{N-j}{m}\right]} \rho^j(j,i), \text{ если } (N-j) \bmod m \neq 0, \\ \sum_{i=0}^{\left[\frac{N-j}{m}\right]-1} \rho^j(j,i), \text{ если } (N-j) \bmod m = 0. \end{cases} \qquad (13)$$

Таким образом, на основе (8) – (13) можно предложить следующий алгоритм для расчета величин (3) и (4).

Шаг 1. Для $i = \overline{0,L}$ и $j = \overline{1,\left[\frac{N-i}{m}\right]}$ вычисляются величины $\rho^i(i,j)$ из (8), (9).

Шаг 2. Для $j = \overline{0,L}$ вычисляются величины $\pi(< j >)$ из (11) – (13).

Шаг 3. Величины (3) и (4) вычисляются так:

$$PB_n(N,L) = \pi(< L >) + \sum_{i=0}^{L} E_B\left(\nu_2, \frac{N-i}{m}\right)\pi(< i >)I((N-i) \bmod m = 0),$$

$$PB_w(N,L) = \sum_{i=0}^{L} E_B\left(\nu_2, \frac{N-i}{m}\right)\pi(< i >),$$

где $E_B(\nu, s)$ означает B-формулу Эрланга.

Замечание. Здесь и в дальнейшем часто используется формула Эрланга. Для облегчения вычислений по этой формуле могут быть использованы различные эффективные рекуррентные алгоритмы [8].

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ МОДЕЛИ

В докладе приводятся результаты численных экспериментов, выполненных с помощью разработанного в [2] алгоритма расчета модели при RA-стратегии доступа в каналы. Вычислительные программы разработаны на языке Object Pascal в интегрированной среде разработки Delphi 6. Цель выполнения этих экспериментов состоит в определении поведения вероятностей потерь n- и m-заявок при изменении нагрузочных параметров трафика, а также изучения их поведения при различных значениях параметров рассматриваемой стратегии доступа в каналы.

Анализ результатов численных экспериментов при RA-стратегии доступа позволяет сделать вывод о том, что при фиксированных N, m, ν_n, ν_w функция $PB_n(N,L)$ является монотонно убывающей, функция $PB_w(N,L)$ – наоборот, монотонно возрастающей относительно аргумента L.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложен новый подход к решению проблемы расчета вероятностей потерь разнотипных заявок в многоскоростных системах при использовании RA-стратегии доступа в каналы. Он отличается своей простотой и позволяет сформулировать и решить различные задачи оптимизации исследуемой модели практически в любом диапазоне изменения параметров.

Важно отметить, что предложенный здесь подход позволяет также успешно исследовать модели MRQ при наличии приоритетов различных типов и/или очередей. Эти исследования представляют предмет дальнейших публикаций.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kelly F. P.* Loss networks // Ann. Appl. Prob. 1991. V. 1. № 3. P. 319–378.
2. *Меликов А. З.* Методы расчета и оптимизации моделей мультиресурсных систем обслуживания // Кибернетика и системный анализ, 1996. № 6. С. 92–112.
3. *Ross K. W.* Multiservice loss models for broadband telecommunications networks. N.Y.: Springer-Verlag, 1995.
4. *Schwartz M.* Broadband integrated networks. N.Y.: Prentice-Hall, 1996.
5. *Лагутин В. С., Степанов С. Н.* Телетрафик мультисервисных сетей связи. М.: Радио и связь, 2000.
6. *Ross K. W., Tsang D. H.* Teletraffic engineering for product-form circuit-switched networks // Adv. Appl. Prob. 1990. V. 38. № 8. P. 1266–1271.
7. *Korolyuk V. S., Korolyuk V. V.* Stochastic models of systems. Boston: Kluwer Academic Pulishers, 1999.
8. *Freeman R. L.* Reference manual for telecommunications engineering. N.Y.: Wiley, 1994.