

# АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССОВ ОБСЛУЖИВАНИЯ ВЫЗОВОВ В СЕТЯХ СОТОВОЙ СВЯЗИ

М. Фаттахова, А. Бабаев

*Институт кибернетики НАН Азербайджана*

*Баку, Азербайджан*

*krokos@inbox.ru*

Предложен приближенный метод расчета характеристик процессов обслуживания вызовов в сетях сотовой связи, в которых хэндовер-вызовы являются нетерпеливыми и обслуживаются согласно схеме резервирования радиоканалов базовой станции соты. Разработаны достаточно простые алгоритмы расчета вероятностей потерь новых и хэндовер-вызовов, а также среднее число вызовов каждого типа в соте.

**Ключевые слова:** сотовая связь, качество обслуживания, алгоритм расчета.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В беспроводных коммуникационных сетях связь вся область обслуживания делится на небольшие территории, называемые микросотами (или просто сотами) [1]. В таких сетях подвижные абоненты (Mobile Subscriber, MS) направляют свои вызовы к базовой станции (Base Station, BS) соты с помощью одного свободного радиоканала. Когда MS переходит границы данной сети, то для продолжения разговора он требует свободный канал в новой соте. Эта процедура называется хэндовер (handover или handoff), а вызов, порождающий эту процедуру, называется хэндовер-вызовом (*h*-вызов). Известно, что *h*-вызовы являются более чувствительными к возможным потерям и задержкам, чем новые вызовы (*n*-вызов) [2, 3]. Поэтому в литературе предложены различные схемы приоритетизации *h*-вызовов [4]–[7]. Эти схемы, главным образом, подразумевают использование резервных каналов (guard channels) для *h*-вызовов и/или организация их очереди в BS. Время, за которое MS пересекает хэндовер-зону, называется интервалом деградации [6].

В цитированных работах [3]–[6] предложены подходы для расчета показателей качества обслуживания (Quality of Service, QoS) разнотипных заявок в рассматриваемых сетях при различных допущениях относительно их работы. Так, в работах [4, 6] использованы аналитические модели сети для FIFO схемы обслуживания бесконечной очереди *h*-вызовов при использовании допущения о том, что интервал деградации имеет экспоненциальное распределение. Аналогичная модель с ограниченной длиной очереди *h*-вызовов и неограниченным интервалом деградации была исследована в [5]. Модель, в которой порядок обслуживания *h*-вызовов изменяется динамически в зависимости от длины интервалов деградации индивидуальных вызовов в очереди,

изучена в работе [3]. При этом из-за сложности модели она изучается с помощью имитационного моделирования.

В настоящей работе исследуется модель, изученная в [5], но при этом предполагается, что интервал деградации является конечным. Именно эта модель является достаточно адекватной к реальной ситуации, так как бесконечной очереди в реальных сетях не существует. Важно отметить, предложенный здесь подход к исследованию данной модели существенным образом отличается от подходов работ [3]–[6] и основан на принципах теории фазового укрупнения состояний стохастических систем [8, 9]. Достаточно подробный обзор работ по рассматриваемым здесь проблемам можно найти в [10].

## 2. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Здесь описана модель BS, которая содержит  $N > 1$  радиоканалов и буфер конечного размера  $B < \infty$  лишь для ожидания в очереди  $h$ -вызовов. Предполагается, что  $n$ -вызовы ( $h$ -вызовы) поступают в данную соту согласно закону Пуассона с интенсивностью  $\lambda_1$  ( $\lambda_2$ ) и требуемое время обслуживания  $n$ -вызовов (без учета процедуры хэндовер) является экспоненциально распределенной случайной величиной со средним  $\mu^{-1}$ . Если в период обслуживания  $n$ -вызова происходит процедура хэндовер, то оставшееся время обслуживания данного вызова в новой соте (уже в качестве  $h$ -вызыва) также имеет экспоненциальное распределение с тем же средним  $\mu^{-1}$  вследствие отсутствия памяти экспоненциального распределения. Как и в [2]–[7], значение параметра  $\lambda_2$  в дальнейшем считается известным.

Обслуживание вызовов осуществляется согласно схеме резервирования каналов, т. е. поступивший  $n$ -вызов принимается лишь тогда, когда число свободных каналов BS не меньше, чем  $g + 1$ ; в противном случае  $n$ -вызов теряется (блокируется), т. е.  $n$ -вызовы не буферируются. Поступивший  $h$ -вызов принимается при наличии хотя бы одного свободного канала. Если все  $N$  каналы являются занятыми, то  $h$ -вызов присоединяется к очереди при наличии там хотя бы одного свободного места; в противном случае (т. е. когда все места в буфере уже заняты) поступивший  $h$ -вызов теряется. Отметим, что нетерпеливый  $h$ -вызов может быть потерян и из очереди, если до окончания интервала его деградации не освобождается ни один канал новой соты. С целью получения обозримых результатов, как и в [4, 8], предполагается, что интервалы деградации для всех  $h$ -вызовов являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами и имеют экспоненциальные распределения со средним  $\gamma^{-1}$ .

В момент освобождения канала очередь  $h$ -вызовов (если она имеется) обслуживается согласно дисциплине FIFO; если очередь отсутствует, то освобожденный канал пристаивает. Проблема состоит в нахождении показателей QoS данной системы.

## 3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ И НОВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ QOS

Для более детального описания работы соты используется двумерная цепь Маркова (ЦМ), т. е. состояние соты в произвольный момент времени задается вектором

$\mathbf{k} = (k_1, k_2)$ , где  $k_i$  означает число  $n$ -вызовов ( $h$ -вызовов) в системе,  $i = 1, 2$ . Тогда множество всех возможных состояний, т. е. фазовое пространство состояний (ФПС), системы определяется следующим образом:

$$S = \left\{ \mathbf{k} : k_1 = \overline{0, g}, k_2 = \overline{0, N + B}; k_1 + k_2 \leq N + B \right\}. \quad (1)$$

Рассмотрим модель с нетерпеливыми  $h$ -вызовами (т. е. модель с ограниченным интервалом деградации  $h$ -вызовов). Для такой модели элементы производящей матрицы, соответствующей ЦМ,  $q(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ ,  $\mathbf{k}, \mathbf{k}' \in S$ , определяются так:

$$q(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \begin{cases} \lambda_1, & \text{если } k_1 + k_2 \leq N - g - 1, \mathbf{k}' = \mathbf{k} + e_1 \\ \lambda_2, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} + e_2 \\ k_1 \mu, & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - e_1 \\ k_2^s \mu I(k_2^s = 0) + (k_2^s \mu + k_2^a \gamma) I(k_2^s > 0), & \text{если } \mathbf{k}' = \mathbf{k} - e_2 \\ 0 & \text{в остальных случаях} \end{cases}, \quad (2)$$

где  $e_1 = (1, 0)$ ,  $e_2 = (0, 1)$ ,  $I(A)$  – индикаторная функция события  $A$ .

Следовательно, математической моделью данной системы является двумерная ЦМ с фазовым пространством состояний (1), для которой элементы производящей матрицы определяются с помощью соотношений (2). Стационарную вероятность состояния  $\mathbf{k} \in S$  обозначим  $p(\mathbf{k})$ . Тогда исходя из того, что модель является марковской, находим, что вероятность блокировки  $n$ -вызовов ( $P_b(N, g, B)$ ) и вероятность потери  $h$ -вызовов ( $P_d(N, g, B)$ ) в данной системе определяются следующим образом:

$$P_b(N, g, B) = \sum_{\mathbf{k} \in S} p(\mathbf{k}) I(k_1 + k_2^s \geq N - g), \quad (3)$$

$$P_d(N, g, B) = \sum_{\mathbf{k} \in S_f^B} p(\mathbf{k}) + \sum_{i=0}^{B-1} \sum_{\mathbf{k} \in S_f^i} p(\mathbf{k}) \cdot P_f(i), \quad (4)$$

где  $S_f^i = \{\mathbf{k} \in S : k_1 + k_2 = N + i\}$ ,  $i = \overline{0, B}$ ,  $P_f(i) = \text{Prob}\{h\text{-вызов, поступивший в очередь в позиции } i+1, \text{ будет потерян}\}$ ,  $i = \overline{0, B-1}$ .

В работе [4] показано, что

$$P_f(i) = 1 - a \prod_{j=1}^i \left(1 - a \cdot 0, 5^j\right),$$

где  $a = \gamma/(N\mu + \gamma)$ .

Среднее число  $n$ -вызовов ( $K_n(N, g, B)$ ) и  $h$ -вызовов ( $K_h(N, g, B)$ ) в системе определяются также через стационарное распределение модели:

$$K_n(N, g, B) = \sum_{r=1}^g r \sum_{\mathbf{k} \in S_1^r} p(\mathbf{k}), \quad (5)$$

$$K_h(N, g, B) = \sum_{r=1}^{N+B} r \sum_{\mathbf{k} \in \Sigma'_2} p(\mathbf{k}), \quad (6)$$

где  $S'_i = \{\mathbf{k} \in S : k_i = r\}, i = 1, 2$ .

Следовательно, для нахождения показателей QoS (3–6) необходимо определить стационарное распределение модели  $(p(\mathbf{k}), \mathbf{k} \in S)$ . Однако решение последней задачи сталкивается с огромными вычислительными трудностями при больших значениях  $N$  и  $B$ , так как соответствующая система уравнений равновесия (СУР) для  $p(\mathbf{k})$ ,  $\mathbf{k} \in S$ , имеет мультипликативное решение лишь при  $g = 0$  (даже и в этом частном случае существуют известные вычислительные трудности). Для преодоления указанных трудностей в работе предлагается новый метод расчета стационарного распределения данной модели.

Рассматривается следующее расщепление ФПС (1):

$$S = \bigcup_{r=0}^{N-g} S'_1, \quad S'_1 \cap S'^{r'}_1 = \emptyset, \quad r \neq r', \quad (7)$$

где множества  $S'_1$ ,  $r = \overline{0, N-g}$  определены в (5), (6).

Множества  $S'_1$  объединяются в отдельные укрупненные состояния  $\langle r \rangle$  и вводится функция укрупнения с областью определения (1), определяющая укрупненную модель, которая является одномерной ЦМ. Далее согласно алгоритму фазового укрупнения (АФУ) [8] и матрицы (2) определяется стационарное распределение расщепленных моделей.

$$\rho^r(r, m) = \begin{cases} \frac{v_2^m}{m!} \rho^r(r, 0), & \text{если } m = \overline{1, N-r} \\ \frac{v_2^m}{(N-r)!} \cdot \frac{\lambda_2^{m+r-N}}{\prod_{i=1}^{m+r-N} [(N-r)\mu + i\gamma]} \rho^r(r, 0), & \text{если } m = \overline{N-r+1, N-r+B} \end{cases}, \quad (8)$$

где  $v_2 = \lambda_2/\mu$ ,

$$\rho^r(r, 0) = \left( 1 + \sum_{m=1}^{N-r} \frac{v_2^m}{m!} + \frac{1}{(N-r)!} \sum_{m=N-r+1}^{N-r+B} v_2^m \cdot \frac{\lambda_2^{m+r-N}}{\prod_{i=1}^{m+r-N} [(N-r)\mu + i\gamma]} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Для нахождения стационарного распределения  $(\pi(\langle r \rangle), \langle r \rangle \in \tilde{S})$  укрупненной модели сперва потребуется определение элементов производящей матрицы соответствующей укрупненной ЦМ. Указанные параметры определяются с помощью (2), (8) и (9). Для краткости изложения ниже приводятся конечные расчетные формулы (подробное описание методики применения АФУ для решения подобных задач можно найти в [9]):

$$\pi(\langle r \rangle) = \frac{v_1^r}{r!} \prod_{i=1}^r \Lambda(i) \pi(\langle 0 \rangle), \quad r = \overline{1, N-g}, \quad \text{где } v_1 = \lambda_1/\mu, \quad (10)$$

$$\Lambda(i+1) = \rho^i(i, 0) \sum_{j=0}^{N-g-i-1} \frac{v_2^j}{j!}, i = \overline{0, N-g-1}, \quad (11)$$

$$\pi(<0>) = \left( 1 + \sum_{i=1}^{N-g} \frac{v_1^i}{i!} \prod_{j=1}^i \Lambda(j) \right)^{-1}. \quad (12)$$

Следовательно, с учетом (8)–(12) находятся следующие формулы для расчета показателей QoS (4), (5), (8), (9):

$$P_d(N, g, B) = \sum_{i=0}^g \sum_{j=0}^{B-1} \rho^i(i, N-i+j) \pi(i) P_f(j) + \sum_{i=0}^g \rho^i(i, N+B-i) \pi(i). \quad (13)$$

$$P_b(N, g, B) = \sum_{r=0}^{N-g} \sum_{i=N-g-r}^{N+B-r} \rho^r(r, i) \pi(<r>), \quad (14)$$

$$K_n(N, g, B) = \sum_{r=1}^g r \pi(<r>), \quad (15)$$

$$K_h(N, g, B) = \sum_{r=1}^{N+B-g} r \sum_{i=0}^g \rho^i(i, r) \pi(<i>) + \sum_{r=N+B-g+1}^{N+B} r \sum_{i=0}^{N+B-r} \rho^i(i, r) \pi(<i>). \quad (16)$$

Резюмируя вышеизложенное, можно предложить следующий алгоритм расчета показателей QoS модели с ограниченным интервалом деградации  $h$ -вызовов.

*Шаг 1.* Для  $r = \overline{0, N-g}$  и  $m = \overline{0, N+B-r}$  вычислить  $\rho^r(r, m)$  из (8), (9).

*Шаг 2.* Для  $r = \overline{0, N-g}$  вычислить величины  $\pi(r)$ ,  $r = \overline{0, N-g}$  из (10)–(12).

*Шаг 3.* Показатели QoS системы вычисляются с помощью (13)–(16), соответственно.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предложен новый подход к расчету основных показателей QoS в сотовых сетях связи, в которых хэндовер-вызовы являются нетерпеливыми и при этом допускается образование лишь ограниченной очереди таких вызовов. Данный подход имеет следующие основные достоинства: во-первых, он позволяет разработать достаточно простые алгоритмы расчета показателей QoS исследуемой системы; во-вторых, в отличие от других известных подходов он позволяет вычислить индивидуальные характеристики разнотипных потоков (среднее число  $n$ - и  $h$ -вызовов в системе). Важно отметить, что полученные здесь алгоритмы позволяют решать задачи оптимизации данной системы. Они будут рассматриваться в последующих работах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Rappoport S. S. Wireless communications, principles and practice. NY: Prentice-Hall, 1996.

2. *Tekinay S., Jabhari B.* A measurement-based prioritization scheme for handovers in mobile cellular networks // IEEE J. Sel. Areas in Comm. 1992. V. 10. № 8. P. 1343–1350.
3. *Tekinay S., Jabhari B.* Handover policies and channel assignment strategies in mobile cellular networks // IEEE Comm. Mag. 1991. V. 29. № 11.
4. *Hong D., Rappoport S. S.* Traffic model and performance analysis of cellular mobile radio telephone systems with prioritized and nonprioritized handoff procedures // IEEE Tran. on Veh. Tech. 1986. V. 35. № 3. P. 77–92.
5. *Yoon C. H., Un C. K.* Performance of personal portable radio telephone systems with and without guard channels // IEEE J. Sel. Areas in Comm. 1993. V. 11. № 6. P. 911–917.
6. *Lin Y.-B., Mohan S., Noerpel A.* Queueing priority channel assignment strategies for PCS handoff and initial access // IEEE Tran. on Veh. Tech. 1994. V. 43. № 3. P. 704–712.
7. *Haring G., Marie R., Puigjaner R., Trivedi K.* Loss formulas and their application to optimization for cellular networks // IEEE Tran. on Veh. Tech. 2001. V. 50. № 3. P. 664–673.
8. *Korolyuk V. S., Korolyuk V. V.* Stochastic models of systems. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1999.
9. *Меликов А. З., Фаттахова М. И.* Фазовое укрупнение в задачах расчета и оптимизации многопоточных систем обслуживания большой размерности // Совр. мат. методы анализа и оптимизации телеком. сетей: Тр. междунар. конф. 2003. С. 178–181.
10. *DasBit S., Mitra S.* Challenges of computing in mobile cellular environment – a survey // Computer Communications. 2003. V. 26. P. 2090–2105.