УДК 519.24

Е.Н.Орлова

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ СГЛАЖЕННОЙ ОЦЕНКИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ОДНОРОДНОГО УСТОЙЧИВОГО СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

В данной статье исследуются асимптотические свойства моментов сглаженной оценки спектральной плотности однородного устойчивого с характеристическим показателем α $(0<\alpha\leqslant 2)$ дискретного случайного поля $X(t), t\in\mathbb{Z}^n$, построенной при помощи периодограммы.

Пусть спектральное представление случайного поля $X(t), t\in\mathbb{Z}^n$, имеет вид

$$X(t)=\int_{\Pi^n} exp(i\langle t,\lambda\rangle)d\xi(\lambda), \tag{1}$$

где $\xi(\lambda)$ - непрерывное устойчивое с характеристиским показателем α случайное поле с независимыми приращениями, такое, что

$$\left[\mathrm{E}|d\xi(\lambda)|^p\right]^{\alpha/p}=c(p,\alpha)\varphi(\lambda)d\lambda, \tag{2}$$

$0<p<\alpha\leqslant 2$, $\lambda\in\Pi^n$, множитель $c(p,\alpha)$ зависит только от p и α, а $\varphi(\lambda)$ - спектральная плотность поля $X(t)$. Будем предполагать, что функция $\varphi(\lambda), \lambda\in\Pi^n$, является неотрицательной и интегрируемой.

Оценку спектральной плотности $\varphi(\lambda), \lambda\in\Pi^n$, по выборке $X(t), t\in\mathbb{T}^n$, где $\mathbb{T}^n=\prod_{j=1}^{n} T^{(j)}$, $T^{(j)}\triangleq\left\{t_j : t_j=\overline{-\tau_j,\tau_j}, \tau_j \text{- целые положительные числа}, j=\overline{1,n}\right\}$, построим в виде сглаженной периодограммы.

Пусть $T=(T_1,\ldots,T_n)$, где $T_j=2\tau_j+1$; $h_\tau(t)=h\left(\frac{t}{\tau}\right)=h\left(\frac{t_1}{\tau_1},\ldots,\frac{t_n}{\tau_n}\right)$ - непрерывная, ограниченная и четная по каждому аргументу функция, которая определяет окно просмотра данных $(t\in\mathbb{T}^n)$. Преобразование Фурье функции $h_\tau(t)$ может быть записано в виде

$$H^{(T)}(\lambda)=\sum_{t\in\mathbb{T}^n} h_\tau(t)exp(-i\langle t,\lambda\rangle), \tag{3}$$

где $\lambda\in\Pi^n$. Предположим, что при $0<\alpha\leqslant 2$ для $h(t)$ выполняется условие

$$\sum_{t\in\mathbb{R}^n}\left|h(t)\right|^{\alpha}<\infty, \tag{4}$$

тогда

$$B_{\alpha}^{(T)}=\int_{\Pi^n}\left|H^{(T)}(\lambda)\right|^{\alpha}d\lambda<\infty. \tag{5}$$

Обозначим

$$H_T(\lambda)=A_T H^{(T)}(\lambda), \tag{6}$$

где $A_T=\left[\frac{1}{B_{\alpha}^{(T)}}\right]^{1/\alpha}$, $\lambda\in\Pi^n$, $0<\alpha\leq 2$. Очевидно, что при $0<\alpha\leq 2$ $\int_{\Pi^n}\left|H_T(\lambda)\right|^{\alpha}d\lambda=1$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Периодограммой устойчивого с характеритическим показателем α $(0<\alpha\leq 2)$ случайного поля $X(t)$, $t\in\mathbb{I}^n$, назовем статистику

$$I_T(\lambda)=k(p,\alpha)\left|d_T(\lambda)\right|^{p}, \tag{7}$$

где

$$d_T(\lambda)=A_T Re\left[\sum_{t\in\mathbb{I}^n}exp(-i\langle t,\lambda\rangle)h_{\tau}(t)X(t)\right], \tag{8}$$

а множитель $k(p,\alpha)$ определяется равенствами

$$k(p,\alpha)=\frac{D(p)}{F(p,\alpha)c_{\alpha}^{p/\alpha}}, \tag{9}$$

$$F(p,\alpha)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-e^{-|u|^{\alpha}}}{|u|^{1+p}}du, \tag{10}$$

$$D(p)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-\cos u}{|u|^{1+p}}du, \tag{11}$$

$$c_{\alpha}=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\pi}\left|\cos\theta\right|^{\alpha}d\theta, \tag{12}$$

$0<p<\alpha\leq 2$, $\lambda\in\Pi^n$.

Рассмотрим статистику

$$f_T(\lambda)=\frac{(2\pi)^n}{\prod_{j=1}^{n}T_j}\sum_{s\in\mathbb{I}^n}W_T(\lambda-\pi s_{\tau})I_T(\pi s_{\tau}), \tag{13}$$

где $s_{\tau}=\left(\frac{s_1}{\tau_1},\ldots,\frac{s_n}{\tau_n}\right)$, $I_T(\lambda)$ определена (7), а весовая функция $W_T(\lambda)$

выбирается следующим образом. Введем в рассмотрение n числовых последовательностей $M_T=\left(M_{T_1},\dots,M_{T_n}\right)$ $(T_j\in\mathbb{N}, j=\overline{1,n})$, удовлетворяющих условию: для любого j $(j=\overline{1,n})$ при $\min\limits_{j=\overline{1,n}} T_j\to\infty$ справедливы предельные соотношения $M_{T_j}\to\infty$ и $\left(\frac{M_j}{T_j}\right)\to 0$. Тогда, весовую функцию $W_T(\lambda)$ определим равенством

$$W_T(\lambda)=\left(\prod_{j=1}^{n} M_{T_j}\right) W(M_T\otimes\lambda), \tag{14}$$

где $M_T\otimes\lambda=\left(M_{T_1}\lambda_1,\dots,M_{T_n}\lambda_n\right)$, а $W(\lambda), \lambda\in\mathbb{R}$, – действительная, абсолютно интегрируемая и четная по каждому аргументу функция, которая удовлетворяет условиям

$$W(\lambda)=0 \text{ при } \lambda\notin\Pi^n$$

и

$$\int_{\Pi^n} W(\lambda)d\lambda=1. \tag{15}$$

При исследовании свойств статистики $f_T(\lambda)$, введенной в (13), понадобятся следующие определения и леммы.

Определение 2. Колебанием $\omega(g,\mathcal{X})$ функции $g(x)$ на множестве $\mathcal{X}$ называют разность между точной верхней и точной нижней гранями функции на $\mathcal{X}$, то есть

$$\omega(g,\mathcal{X})=\sup_{x\in\mathcal{X}} g(x)-\inf_{x\in\mathcal{X}} g(x).$$

Пусть функция $g(x)$ определена на n-мерном параллелепипеде $G^n=\prod\limits_{j=1}^{n}(a_j,b_j]\subset\mathbb{R}^n$. Обозначим $G_{m,j}$ разбиение интервала $(a_j,b_j]$ на m равных отрезков точками $a_j=a_{0j}<a_{1j}<\dots<a_{mj}=b_j$. Разбиения $G_{m,j}$ $(j=\overline{1,n})$ порождают разбиение параллелепипеда G^n на m^n параллелепипедов

$$G^n_{i_1,\dots,i_n}=(a_{i_1-1,1},a_{i_1,1}]\times\dots\times(a_{i_n-1,n},a_{i_n,n}],$$

где $i_k=\overline{1,m}, k=\overline{1,n}$. Обозначим

$$\Omega\left[g,G^n_m\right]=\sum_{i_1=1}^{m}\ \dots \sum_{i_n=1}^{m}\ \omega\left[g,G^n_{i_1,\dots,i_n}\right], \tag{16}$$

где $\omega\left[g,G^n_{i_1,\dots,i_n}\right]$ – колебание функции $g(x)$ на $G^n_{i_1,\dots,i_n}$.

Определение 3. Будем говорить, что функция $g(x), x\in\mathbb{R}^n$, имеет ограниченную вариацию на n-мерном параллелепипеде G^n, если

$$P\left(g,G^n\right)=\sup_{m}\ \sup_{G^n_m}\ \Omega\left[g,G^n_m\right]<\infty. \tag{17}$$

Лемма I. Пусть $g(x), x\in\mathbb{R}^n$ – интегрируемая функция с ограниченной вариацией в n-мерном параллелепипеде $G^n=(0,1]^n$. Тогда разность

$$\Delta_m=\left|\ \int\limits_{(0,1]} g(x)dx-\frac{1}{m^n}\sum_{i_1=1}^{m}\dots\sum_{i_n=1}^{m} g\left(\frac{i_1}{m},\dots,\frac{i_n}{m}\right)\right| \tag{18}$$

стремится к нулю при $m\to\infty$ как $\frac{1}{m}$.

Доказательство. Будем считать, что произведено разбиение параллелепипеда $G^n=(0,1]^n$ на m^n параллелепипедов точками $\left\{0,\frac{1}{m},\frac{2}{m},\dots,\frac{m-1}{m},1\right\}$ вдоль каждой координатной оси.

Можно показать, что для правой части равенства (I8) справедливы два следующие соотношения

$$\int\limits_{(0,1]} g(x)dx=\int\limits_{0}^{1/m}\dots\int\limits_{0}^{1/m}\sum_{i_1=1}^{m}\dots\sum_{i_n=1}^{m} g\left[x_1+\frac{i_1-1}{m},\dots,x_n+\frac{i_n-1}{m}\right]dx_1\dots dx_n$$

и

$$\frac{1}{m^n}\sum_{i_1=1}^{m}\dots\sum_{i_n=1}^{m} g\left[\frac{i_1}{m},\dots,\frac{i_n}{m}\right]=$$

$$=\int\limits_{0}^{1/m}\dots\int\limits_{0}^{1/m}\sum_{i_1=1}^{m}\dots\sum_{i_n=1}^{m} g\left[\frac{i_1}{m},\dots,\frac{i_n}{m}\right]dx_1\dots dx_n.$$

Тогда

$$\Delta_m=\left|\int\limits_{0}^{1/m}\dots\int\limits_{0}^{1/m}\left[\sum_{i_1=1}^{m}\dots\sum_{i_n=1}^{m}\left\{g\left(x_1+\frac{i_1-1}{m},\dots,x_n+\frac{i_n-1}{m}\right)-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-g\left(\frac{i_1}{m},\dots,\frac{i_n}{m}\right)\right\}\right]dx_1\dots dx_n\right|\leqslant$$

$$\leqslant \int\limits_0^{1/m} \cdots \int\limits_0^{1/m} \sum_{i_1=1}^{m} \cdots \sum_{i_n=1}^{m} \left| \omega\left(g, G^n_{i_1,\ldots,i_n}\right) \right| dx_1 \ldots dx_n,$$

где $G^n_{i_1,\ldots,i_n} = \left[\frac{i_1-1}{m}, \frac{i_1}{m}\right] \times \ldots \times \left[\frac{i_n-}{m}, \frac{i_n}{m}\right]$, а $\omega\left(g, G^n_{i_1,\ldots,i_n}\right)$ – колебание функции $g(x)=g(x_1,\ldots,x_n)$ на параллелепипеде $G^n_{i_1,\ldots,i_n}$.

Так как $g(x), x\in\mathbb{R}^n$, имеет ограниченную вариацию в $(0,1]^n$, то

$$\Delta_m \leqslant \int\limits_0^{1/m} \cdots \int\limits_0^{1/m} \hat{P}\left(g,(0,1]^n\right) dx_1 \ldots dx_n = \frac{1}{m^n} P\left(g,(0,1]^n\right).$$

Следоrâтельно, $\Delta_m = o\left(\frac{1}{m^n}\right)$. Лемма доказана.

Пусть $S^0_\delta = \{\lambda=(\lambda_1,\ldots,\lambda_n): \forall j=\overline{1,n}, |\lambda_j|<\delta,$ где $\delta>0\}$. Для некоторой n-мерной совокупности функций $g_T(\lambda), T=(T_1,\ldots,T_n), \lambda\in\Pi^n$, если не оговорено особо, выражение $\lim\limits_T g_T(\lambda)$ будет означать $\lim g(\lambda)$ при $\min\limits_{j=\overline{1,n}} T_j \to\infty$.

Определение 4. Назовем положительным ядром на множестве Π^n n-мерную совокупность функций $F_T(\lambda), T=(T_1,\ldots,T_n)$, которая для всех $\lambda\in\Pi^n$ и $\delta>0$ удовлетворяет условиям $F_T(\lambda)\geqslant 0$; $\int\limits_{\Pi^n} F_T(\lambda)d\lambda=1$;

$$\lim_T \int\limits_{\Pi^n\setminus S^0_\delta} F_T(\lambda)d\lambda=0.$$

Лемма 2. Пусть $F_T(\lambda)$ – положительное ядро, $g(\lambda)$ – ограниченная на Π^n и непрерывная в точке μ функция ($\mu\in\Pi^n$). Тогда будет справедливо соотношение

$$\lim_T \int\limits_{\Pi^n} F_T(\lambda) g(\lambda+\mu) d\lambda = g(\mu).$$

Доказательство. Так как n-мерная совокупность функций $F_T(\lambda)$ является положительным ядром, то $\int\limits_{\Pi^n} F_T(\lambda)d\lambda=1$. Следовательно

$$\left| \int\limits_{\Pi^n} F_T(\lambda) g(\lambda+\mu) d\lambda - g(\mu) \right| = \left| \int\limits_{\Pi^n} F_T(\lambda) g(\lambda+\mu) d\lambda - \int\limits_{\Pi^n} F_T(\lambda) g(\mu) d\lambda \right| \leqslant$$

$$\leqslant\int_{\Pi^n} F_T(\lambda)\left|g(\lambda+\mu)-g(\mu)\right|d\lambda=$$

$$=\int_{S_\delta^0} F_T(\lambda)\left|g(\lambda+\mu)-g(\mu)\right|d\lambda+\int_{\Pi^n\setminus S_\delta^0} F_T(\lambda)\left|g(\lambda+\mu)-g(\mu)\right|d\lambda.$$

Так как функция $g(\lambda)$ непрерывна в точке $\mu\in\Pi^n$, то для любого $\varepsilon>0$ существует $\delta>0$ такое, что при всех $\lambda\in S_\delta^0$ будет справедливо

$$|g(\lambda+\mu)-g(\mu)|\leqslant\varepsilon.$$

Следовательно

$$\int_{S_\delta^0} F_T(\lambda)\left|g(\lambda+\mu)-g(\mu)\right|d\lambda\leqslant\varepsilon\int_{S_\delta^0} F_T(\lambda)d\lambda=\varepsilon.$$

Так как функция $g(\lambda)$ ограничена на Π^n, то существует такое число $L<\infty$, что $\sup_{\lambda\in\Pi^n} g(\lambda)\leqslant L$. Значит

$$\int_{\Pi^n\setminus S_\delta^0} F_T(\lambda)\left|g(\lambda+\mu)-g(\mu)\right|d\lambda\leqslant 2L\int_{\Pi^n\setminus S_\delta^0} F_T(\lambda)d\lambda.$$

Таким образом, приходим к неравенству

$$\left|\int_{\Pi^n} F_T(\lambda)g(\lambda+\mu)d\lambda-g(\mu)\right|\leqslant\varepsilon+2L\int_{\Pi^n\setminus S_\delta^0} F_T(\lambda)d\lambda,$$

из которого в силу того, что

$$\lim_T\int_{\Pi^n\setminus S_\delta^0} F_T(\lambda)d\lambda=0,$$

следует

$$\lim_T\left[\int_{\Pi^n} F_T(\lambda)g(\lambda+\mu)d\lambda-g(\mu)\right]=0,$$

что и доказывает утверждение леммы.

Перейдем непосредственно к рассмотрению свойств статистики $f_T(\lambda),\lambda\in\Pi^n$, определенной соотношением (I3).

Теорема I. Если окна просмотра данных $h_\tau(t)$ и спектральные окна $W_T(\lambda)$ удовлетворяют приведенным выше свойствам, а спектральная плотность $\varphi(\lambda)$ непрерывна в точке $\lambda\in\Pi^n$, то для статистики $f_T(\lambda)$, $\lambda\in\Pi^n$, определенной соотношением (I3), справедливо

$$\lim_{T} Ef_T(\lambda)=\left[\varphi(\lambda)\right]^{p/\alpha},$$

где $\lambda\in\Pi^n$, $0<p<\alpha\leqslant 2$.

Доказательство. Из определения статистики $f_T(\lambda)$ и периодограммы $I_T(\lambda)$ следует

$$Ef_T(\lambda)=\frac{(2\pi)^n}{\prod_{j=1}^{n} T_j}\sum_{s\in\mathbb{I}^n} W_T(\lambda-\pi s_\tau)EI_T(\pi s_\tau), \tag{19}$$

где

$$I_T(\pi s_\tau)=k(p,\alpha)|d_T(\pi s_\tau)|^p. \tag{20}$$

Используя соотношения

$$|d_T(\lambda)|^p=D^{-1}(p)Re\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-exp\left(iud_T(\lambda)\right)}{|u|^{1+p}}du\right], \tag{21}$$

$$Eexp\left[iad_T(\lambda)\right]=exp\left[-c_\alpha|a|^\alpha\gamma_T^{(\alpha)}(\lambda)\right], \tag{22}$$

где

$$\gamma_T^{(\alpha)}(\lambda)=\int_{\Pi^n}|H_T(\lambda-\mu)|^\alpha\varphi(\mu)d\mu, \tag{23}$$

приведенными в [1], можно показать, что

$$EI_T(\pi s_\tau)=k(p,\alpha)D^{-1}(p)Re\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-exp\left(iud_T(\pi s_\tau)\right)}{|u|^{1+p}}du\right]=$$

$$=k(p,\alpha)D^{-1}(p)Re\left[\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1-exp\left(-c_\alpha\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right)}{|u|^{1+p}}du\right]$$

и, производя в подинтегральном выражении замену переменных $u=\dfrac{x}{\left[c_\alpha\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right]^{1/\alpha}}$, с учетом (10) получаем

$$EI_T(\pi s_\tau)=\left[\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right]^{p/\alpha}. \tag{24}$$

Подставив (24) в (19), приходим к соотношению

$$Ef_T(\lambda)=\frac{(2\pi)^n}{\prod_{j=1}^{n} T_j}\sum_{s\in\mathbb{I}^n} W_T(\lambda-\pi s_\tau)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right]^{p/\alpha}. \tag{25}$$

Воспользовавшись (14), получаем

$$\mathrm{E}f_T(\lambda)=(2\pi)^n\prod_{j=1}^{n}\left[\frac{M_{T_j}}{T_j}\right]\sum_{s\in\Pi^n}W\left(M_T\otimes(\lambda-\pi s_\tau)\right)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right]^{p/\alpha}. \qquad (26)$$

Отсюда, используя лемму I и учитывая свойства функции $W(\lambda)$, можно показать

$$\mathrm{E}f_T(\lambda)=\prod_{j=1}^{n}M_{T_j}\int_{n}W\left(M_T\otimes(\lambda-\nu)\right)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(\nu)\right]^{p/\alpha}d\nu+o\left(\prod_{j=1}^{n}\left[\frac{M_{T_j}}{T_j}\right]\right).$$

Выполнив замену переменных интегрирования и воспользовавшись четностью и периодичностью функции $W(\lambda)$, приходим к соотношению

$$\mathrm{E}f_T(\lambda)=\prod_{j=1}^{n}M_{T_j}\int_{\Pi^n}W(r)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(r^*+\lambda)\right]^{p/\alpha}d\lambda+o\left(\prod_{j=1}^{n}\left[\frac{M_{T_j}}{T_j}\right]\right), \qquad (27)$$

где $r^*=\left(\frac{r_1}{M_{T_1}},\dots,\frac{r_n}{M_{T_n}}\right)$.

Согласно (23)

$$\gamma_T^{(\alpha)}(r^*+\lambda)=\int_{\Pi^n}|H_T(\nu)|^{\alpha}\varphi(r^*+\lambda+\nu)d\nu.$$

Так как функция $\varphi(\lambda)=\varphi(\lambda_1,\dots,\lambda_n)$ непрерывна по каждой переменной, то при $\min\limits_{j=\overline{1,n}}T_j\to\infty$ будет равномерное стремление

$$\varphi\left(\frac{r_1}{M_{T_1}}+\lambda_1+\nu_1,\dots,\frac{r_n}{M_{T_n}}+\lambda_n+\nu_n\right)\to\varphi\left(\lambda_1+\nu_1,\dots,\lambda_n+\nu_n\right)=\varphi(\lambda+\nu).$$

Следовательно, учитывая лемму 2, можно записать

$$\lim_{T}\int_{\Pi^n}|H_T(\nu)|^{\alpha}\varphi(r^*+\lambda+\nu)d\nu=\varphi(\lambda)$$

и, переходя в (27) к пределу, получаем

$$\lim_{T}\mathrm{E}f_T(\lambda)=\left[\varphi(\lambda)\right]^{p/\alpha}\int_{\Pi^n}W(r)dr=\left[\varphi(\lambda)\right]^{p/\alpha}.$$

Теорема доказана.

Теорема 2. Для статистики $f_T(\lambda)$, определенной (I3), справедливо предельное соотношение

$$\lim_{T}\mathrm{D}f_T(\lambda)=0.$$

Доказательство. Можно показать, что

$$Df_T(\lambda)=\left[\frac{(2\pi)}{\prod_{j=1}^{n}T_j}\right]\sum_{s\in\mathbb{J}^n}W_T^2(\lambda-\pi s_\tau)DI_T(\pi s_\tau)+$$

$$+\sum_{s\in\mathbb{J}^n}\sum_{\substack{r\in\mathbb{J}^n\\ s\neq r}}W_T(\lambda-\pi s_\tau)\,W_T(\lambda-\pi r_\tau)cov\left\{I_T(\pi s_\tau),I_T(\pi r_\tau)\right\}.$$

Так как, согласно [1], при $s_\tau\neq r_\tau$ будет выполняться

$$cov\left\{I_T(\pi s_\tau),I_T(\pi r_\tau)\right\}=0$$

и

$$DI_T(\pi s_\tau)=\left(\frac{k^2(p,\alpha)}{k(2p,\alpha)}-1\right)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right]^{2p/\alpha},$$

то

$$Df_T(\lambda)=\left[\frac{(2\pi)^n}{\prod_{j=1}^{n}T_j}\right]^2\left(\frac{k^2(p,\alpha)}{k(2p,\alpha)}-1\right)\sum_{s\in\mathbb{J}^n}W_T^2(\lambda-\pi s_\tau)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(\pi s_\tau)\right]^{2p/\alpha}. \quad (28)$$

Выполнив в (28) преобразования, аналогичные преобразованиям, проведенным при доказательстве теоремы I, и, учитывая лемму I, приходим к соотношению

$$Df_T(\lambda)=\left(\frac{k^2(p,\alpha)}{k(2p,\alpha)}-1\right)(2\pi)^{2n}\prod_{j=1}^{n}\left[\frac{M_{T_j}}{T_j}\right]^2\int_{\Pi^n}W^2(r)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(r^*+\lambda)\right]^{2p/\alpha}dr+$$

$$+o\left(\prod_{j=1}^{n}\left[\frac{M_{T_j}}{T_j}\right]\right). \quad (29)$$

Используя лемму 2, получим

$$\lim_T\int_{\Pi^n}W^2(r)\left[\gamma_T^{(\alpha)}(r^*+\lambda)\right]^{2p/\alpha}dr=\left[\varphi(\lambda)\right]^{2p/\alpha}. \quad (30)$$

Следовательно, переходя в (29) к пределу и учитывая (30), имеем

$$\lim_T Df_T(\lambda)=0,$$

что и требовалось доказать.

Литература.

I. Н.Н.Труш, Е.Н.Орлова. Статистичечские свойства периодограммы устойчивого случайного поля.// Весці АН Беларусі, Минск,I994. Сдана в печать.