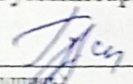


Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Декан гуманитарного факультета

 В.Е. Гурский

(подпись)

29.08.14г.

(дата утверждения)

Регистрационный № УД-20/4-1623/р.

Методы вычислений

Учебная программа учреждения высшего образования по учебной дисциплине
для специальности:

1-31 03 07-03

Прикладная информатика

Факультет Гуманитарный

Кафедра Информационных технологий

Курс (курсы) 2

Семестр (семестры) 3, 4

Лекции 68

Экзамен 4

Практические (семинарские)
занятия

Зачет 3, 4

Лабораторные
занятия 68

Курсовая работа (проект)

Аудиторных часов по
учебной дисциплине 136

Всего часов по
учебной дисциплине 260

Форма получения
высшего образования очная

Составил В.А. Нифагин, кандидат физ.-мат. наук, доцент

2014 г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа «Методы вычислений» разработана для специальности 1-31 03 07-03 Прикладная информатика высших учебных заведений. Целью дисциплины «Методы вычислений» является углубление знаний студентов в области математики и компьютерного математического моделирования, включая ознакомление с классическими и современными численными методами решения и анализа типичных задач для детерминированных и статистических моделей реальных процессов; освоение основных программных средств их решения.

Дисциплина «Численные методы» относится к циклу естественнонаучных дисциплин, обеспечивающих базовую подготовку будущего специалиста. Ее изучение базируется на следующих дисциплинах: алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, программирование на ЭВМ. Для изучения численных методов студенту необходимы знания теории полиномов, систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, теории матриц и определителей, способов задания и исследования функций, их производных и интегралов, операций с комплексными числами, обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные положения курса численных методов могут быть использованы при изучении следующих дисциплин: математическое моделирование в различных областях, методы оптимизации, и других предметов вариативной части профессионального цикла, связанных с решением задач обработки информации и компьютерного моделирования.

В результате освоения курса «Методы вычислений» студент должен

знать:

- основные понятия о погрешности и приближенных вычислениях;
- основные требования, предъявляемые к вычислительным схемам: корректность, устойчивость, сходимость;
- вычислительные методы в линейной алгебре;
- математическую теорию обработки эксперимента;
- методы и алгоритмы приближенного интегрирования и дифференцирования;
- вычислительные схемы и алгоритмы решения обыкновенных дифференциальных уравнений;
- основные методы численного решения систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений и задач на экстремум;
- методы численного решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений,
- основные численные методы решения типовых дифференциальных

уравнений в частных производных;

уметь:

- решать нелинейные уравнения и системы;
- приближать функции;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных естественнонаучных задач на компьютере;
- применять математические методы для решения практических задач;

приобрести навыки:

- самостоятельного построения алгоритма и его анализа;
- математически корректно ставить прикладные задачи;
- рационального и эффективного использования имеющихся современных программных средств;
- анализа полученных численно-графических результатов.

Изучение курса «Методы вычислений» рассчитано на 254 часа, в том числе 136 часов аудиторных занятий.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА**3-й семестр**

Раздел 1. *Математическое и компьютерное моделирование прикладных задач. Вычислительный эксперимент.*

Тема 1. *Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.*

Численные методы как раздел современной математики. Роль компьютерно-ориентированных численных методов в исследовании сложных математических моделей.

Тема 2. *Основы математической теории погрешностей.*

Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности числа и функции и их оценки. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.

Тема 3. *Корректность вычислительной задачи.*

Существование и единственность решения, обусловленность и вычислительная устойчивость. Особенности машинной арифметики. Типы численных задач. Прямые и итерационные методы.

Раздел 2. *Вычислительные методы линейной алгебры*

Тема 4. *Прямые численные методы решения систем алгебраических уравнений.*

Метод исключения неизвестных (метод Гаусса) решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Схема единственного деления. Метод Гаусса с выбором главного элемента.

Векторные и матричные нормы. Согласованность норм. Обусловленность СЛАУ. Число обусловленности матрицы.

Метод прогонки решений СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Устойчивость. Корректность.

Тема 5. *Итерационные методы решения СЛАУ*

Метод простой итерации. Теоремы сходимости. Метод Гаусса-Зейделя. итерации. Сходимость.

Раздел 3. *Нахождение корней нелинейных уравнений и систем.*

Тема 6. *Прямые методы решения уравнений и систем.*

Типы корней нелинейных функций. Отделение корней. Метод деления отрезка пополам. Метод хорд. Метод последовательных приближений.

Тема 7. *Градиентные методы решения уравнений и систем.*

Метод Ньютона. Модификации метода Ньютона. Сходимость.

Раздел 4. *Аппроксимация функций.*

Тема 8. *Полиномиальная интерполяция.*

Существование и единственность обобщенного интерполяционного многочлена. Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Оценка погрешности интерполяции.

Тема 9. *Интерполяция сплайнами.*

Пример Рунге. Интерполяция Паде. Сплайн-интерполирование. Построение кубического сплайна.

Тема 10. *Аппроксимация функций по методу наименьших квадратов.*

Наилучшее приближение в нормированном пространстве. Среднеквадратичные приближения функций алгебраическими и тригонометрическими полиномами. Метод наименьших квадратов.

Раздел 5. Численное интегрирование и дифференцирование.

Тема 11. Квадратурные формулы.

Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Погрешность. Правило Рунге оценки погрешности. Квадратурные формулы Гаусса-Кронрода. Построение. Погрешность. Устойчивость.

Тема 12. Формулы численного дифференцирования.

Конечные и разделенные разности. Оценка погрешности. Некорректность. Регуляризация. Понятие сеточной функции. Простейшие операторы конечных разностей.

4-й семестр

Раздел 6. Численные методы решения задач на экстремум.

Тема 13. Прямые методы.

Дихотомический метод. Метод координатного спуска. Симплекс-методы.

Тема 14. Градиентные методы.

Метод наискорейшего спуска. Метод Ньютона. Метод штрафных функций.

Раздел 7. Численные методы решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 15. Численное решение ОДУ и его свойства.

Решение с помощью формулы Тейлора. Основные понятия и определения. Аппроксимация. Устойчивость. Сходимость. Теорема В.С.Рябенского – П.Лакса. Метод Эйлера.

Тема 16. Методы решения задачи Коши.

Одношаговые методы. Методы Рунге-Кутты. Устойчивость. Сходимость. Многошаговые методы. Методы Адамса. Сходимость. Итерационный метод прогноза-коррекции.

Тема 17. Методы решения краевых задач для ОДУ.

Постановка краевых задач. Методы сведения краевой задачи к задаче Коши. Метод пристрелки. Метод конечных разностей.

Раздел 8. Решение краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных

Тема 18. Численное решение задач для уравнений в частных производных.

Методы построения разностных схем. Основные понятия метода сеток. Аппроксимация, сходимость, устойчивость. Связь между устойчивостью и сходимостью.

Тема 19. Метод сеток для параболических уравнений в частных производных.

Разностные схемы для краевых одномерного уравнения теплопроводности. Необходимое условие устойчивости. Доказательство устойчивости для явной и неявной схем.

Тема 20. Метод сеток для эллиптических уравнений в частных производных.

Разностные схемы для уравнений эллиптического типа. Принцип максимума. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

Тема 21. Метод сеток для гиперболических уравнений в частных производных.

Постановка задачи. Разностная аппроксимация задачи. Схема с весами.

Вычислительная схема решения разностной задачи. Условие устойчивости схемы.

Тема 22. Сетки для многомерных уравнений в частных производных.

Многомерные сетки. Условия согласования, устойчивости и сходимости.

Тема 23. Понятие о МКЭ. Введение в мультисеточные методы.

Операторные уравнения. Условия устойчивости двухслойных и трехслойных разностных схем. Вариационная постановка МКЭ.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (ПРИМЕРНАЯ ФОРМА)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Математическое и компьютерное моделирование прикладных задач. Вычислительный эксперимент.	6			6			
2	Вычислительные методы линейной алгебры	6			8			
3	Нахождение корней нелинейных уравнений и систем.	6			8			
4	Аппроксимация функций.	10			8			
5	Численное интегрирование и дифференцирование	6			8			
6	Численные методы решения задач на экстремум.	8			6			
7	Численные методы решения задач для	12			10			

	обыкновенных дифференциальных уравнений.							
8	Решение краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных	14			14			

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Марчук, Г. Н.. Методы вычислительной математики / Г. И. Марчук. - Москва: Наука, 1977. - 506 с.
2. Калиткин, Н. Н.. Численные методы / Н. Н. Калиткин. - Москва: Наука, 1986. - 412 с.
3. Волков Е. А.. Численные методы / Е. А. Волков. - Москва: Высшая школа, 1987. - 417 с.
4. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - Москва: Лаборатория базовых знаний, 2000. – 624 с.
5. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, О. В. Лапин, Е. В. Чижонков. - Москва: Высшая школа, 2000. – 190 с.
6. Самарский, А.А. Задачи и упражнения по численным методам / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. - Москва: Эдиториал, 2000. – 208 с.
7. Форсайт, Д. Машинные методы математических вычислений / Д. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулера. - Москва: Мир, 1989. – 376 с.
8. Учебное пособие по прикладной математике / В. А. Нифагин [и др.]. – Минск: БНТУ, 2009. – 141 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинская, Н. В. Копченкова. - Москва: Высшая школа, 1994. – 544 с.
2. Пирумов, У.Г. Численные методы / У. Г. Пирумов. – Москва: МАИ, 1998. -188 с.
3. Каханер, Д. Численные методы и программное обеспечение / Д. Каханер, К. Моулера, С. Нэш. – 2-е изд. – Москва: Мир, 2001. – 575 с.
4. Вычислительная математика / Н. И. Данилина [и др.]. - Москва: Высшая школа, 1985. – 472 с.
5. Сборник задач по методам вычислений / А. И. Азаров [и др.]. – Москва: Наука ФМ, 1994. – 320 с.

6. Гловацкая, А.П. Методы и алгоритмы вычислительной математики / А. П. Гловацкая. - Москва: Радио и связь, 1999. – 408 с.
7. Косарев, В.И. 12 лекций по вычислительной математике (вводный курс) / В. И. Косарев. - Москва: МФТИ, 1995. –176 с.
8. Макаров, Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad / Е. Г. Макаров. – Москва: Диалог, 1999. - 416 с.
9. Кетков, Ю. Л. Matlab: программирование, численные методы / Ю. Л. Кетков, А. Ю. Кетков, М. М. Шульц. - СПб: БХВ-Петербург, 2005. - 752 с.

ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Оценка промежуточных учебных достижений студента осуществляется по десятибалльной шкале.

Для оценки достижений студента используется следующий диагностический инструментарий:

- защита выполненных на практических занятиях индивидуальных заданий;
- защита курсовой работы;
- проведение текущих контрольных вопросов по отдельным темам;
- сдача зачета по дисциплине;
- сдача экзамена.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ТЕМ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Тема 1–2. Оценка абсолютной и относительной погрешностей арифметических операций и элементарных функций. Вычисление значений арифметических выражений по правилам подсчета цифр, со строгим учетом предельных абсолютных погрешностей и по методу границ.

Темы 3–4. Решение систем линейных уравнений. Методы исключения, простой итерации, прогонки. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты. Вычисление погрешностей, чисел обусловленности и норм матриц. Программирование в Mathcad.

Темы 5–6. Решение нелинейных уравнений. Отделение корней. Методы деления отрезка пополам, сканирования, простой итерации, Ньютона, хорд, секущих. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты. Встроенные функции Mathcad для решения нелинейных уравнений. Программирование в Mathcad.

Тема 7. Решение систем нелинейных уравнений. Методы Ньютона и простой итерации. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты. Решение в Mathcad. Графическое отделение корней. Графическое нахождение решений. Вычисление погрешности и чисел обусловленности матрицы Якоби. Программирование в Mathcad.

Тема 8. Численное дифференцирование. Табулирование функции. Вычисление производной по её определению. Вычисление производных первого и второго порядка по формулам численного дифференцирования. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты. Табулирование функции в Mathcad.

Темы 9–10. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников, трапеций и парабол. Метод Симпсона. Метод Гаусса-Кронрода. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты. Вычисление определенного интеграла с помощью встроенных функций Mathcad. Программирование в Mathcad вычисления интеграла по квадратурным формулам. Методы оценки погрешности.

Тема 11. Интерполяция функций полиномами Лагранжа. Аппроксимация и оценка погрешности полиномами Лагранжа. Блок-схема алгоритма. Программа. Результат. Обратная интерполяция и экстраполяция. Кусочно-линейная интерполяция с помощью встроенной функции Mathcad `linterp( )`. Программирование в Mathcad. Графическое отображение результатов аппроксимации. Пример Рунге.

Тема 12. Интерполяция функций сплайнами. Блок-схема алгоритма. Программа. Результат. Прямая и обратная задачи интерполяции. Сплайн-интерполяция с помощью встроенных функций Mathcad `linterp( )`, `cspline( )`, `interp( )`, `pspline( )`, `lspline( )`. Оценка погрешности прямой и обратной задач интерполяции. Программирование в Mathcad. Графическое отображение результатов интерполяции.

Темы 13–14. Аппроксимация зависимостей методом наименьших квадратов. Блок-схема алгоритма оценки параметров зависимости методом МНК. Программа. Результат. Решение прямой и обратной задач интерполяции и экстраполяции. Решение задач интерполяции и экстраполяции в Mathcad с помощью встроенных функций `intercept( )`, `slope( )`, `line( )`, `medfit( )`, `linfit( )`, `regress( )`, `interp( )`, `expfit( )`, `logfit( )`, `pwrfit( )`, `sinfitt( )`, `lgsfitt( )`, `lnfitt( )`. Оценка погрешностей прямой и обратной задач. Программирование в Mathcad.

Тема 15. Численное решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Методы Эйлера, Рунге – Кутты второго и четвертого порядка точности. Блок-схема алгоритма. Программа. Результат. Оценка погрешности по формуле Рунге. Решение задачи Коши с помощью встроенных процедур Mathcad `rkfixed( )`, `rkadapt( )`, `Rkadapt( )`. Программирование в Mathcad.

Тема 16. Численное решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений первого порядка и дифференциальных уравнений высших порядков. Метод Рунге – Кутты для системы дифференциальных уравнений четвертого порядка точности. Блок-схема алгоритма. Программа. Результат. Оценка погрешности по формуле Рунге. Решение задачи Коши с помощью встроенных процедур Mathcad `rkfixed( )`, `rkadapt( )`, `Rkadapt( )`. Программирование в Mathcad.

Тема 17. Численное решение краевых задач для ОДУ второго порядка. Разностные методы. Метод пристрелки. Разностные схемы. Блок-схема

алгоритма. Программа. Результат. Решение краевых задач с помощью встроенных функций Mathcad. Программирование в Mathcad.

Тема 18. Численное решение краевых задач для УЧП второго порядка. Сеточные методы. Явные и неявные схемы. Блок-схема алгоритма. Программа. Результат. Аппроксимация, устойчивость, погрешность. Решение краевых задач с помощью встроенного модуля Mathcad PDE. Программирование в Mathcad.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
(примерная форма)

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ²
1.			

² При наличии предложений об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (название кафедры) (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

_____ (ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

_____ (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

_____ (ученая степень, ученое звание)

_____ (подпись)

_____ (И.О.Фамилия)