

ЛОКАЛЬНЫЕ И АДЕЛЬНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ.

(Представлено академиком И. В. Гайшуном)

В этой работе мы изучаем некоторые конкретные локальные (p -адические, действительные) и адельные распределения. Сначала мы касаемся свойств известных локальных распределений и интерпретируем локальную главную часть, как нулевой член в разложении Лорана однородного распределения. Затем мы рассматриваем адельную главную часть, обобщаем распределения Тэйта, и получаем функциональное уравнение, частный случай которого эквивалентен функциональному уравнению для дзета-функции Римана. Общая теория адельных распределений приведена в [1]. Примеры других адельных распределений есть в [5].

Локальные распределения. Обозначим Q_v пополнение рациональных чисел Q по нормированию $|\cdot|_v$, где $v=\infty$ соответствует обычному модулю, а $v=p$ – p -адическому нормированию. Мы часто опускаем v -индексы, когда формула применима ко всем локальным случаям.

Будем обозначать через I_X характеристическую функцию подмножества X в соответствующем пространстве.

Пусть dx_v – аддитивная мера Хаара на Q_v (совпадает с обычной мерой Лебега на $Q_\infty=R$ и принимает значение 1 на множестве p -адических целых чисел Z_p). Нормализуем мультипликативную меру Хаара на Q_v^* константой: $d^*x_v = \lambda_v |x|_v^{-1} d^*x_v$, где $\lambda_\infty=1$, $\lambda_p=(1-p^{-1})^{-1}$ соответственно.

Пусть θ_v – характер подгруппы $U_v = \{x \in Q_v : |x|_v = 1\} \subset Q_v^*$. Он продолжается на всё Q_v^* по формуле

$$\mathcal{G}_\infty(\alpha x) = \mathcal{G}_\infty(x), \quad \alpha > 0, \quad \mathcal{G}_p(p^k x) = \mathcal{G}_p(x), \quad k \in Z.$$

Существует лишь один нетривиальный действительный характер и бесконечно много p -адических. Любой квазихарактер (гомоморфизм $Q_v^* \rightarrow C^*$) единственным образом представляется как $\theta(x)|x|^s$, $s \in C$, [2]. Мы часто опускаем θ в записи, когда характер тривиален.

Рассмотрим пространство Шварца-Брюа $S(Q_v)$ (состоящее из быстро убывающих гладких функций на R и локально постоянных функций с компактным носителем на Q_p) и распределение $\Delta_{s,\theta}^v$, действующее на нём:

$$\Delta_{s,\theta}^v(\varphi) = \int_{Q_v^*} \varphi(x) \mathcal{G}(x) |x|^s d^*x, \quad \varphi \in S(Q_v), \quad \operatorname{Re}(s) > 0.$$

Продолжим $\Delta_{s,\theta}$ на область $\operatorname{Re}(s) > -1$ в действительном случае и на все s в p -адическом. Выберем специальную функцию $\omega_v \in S(Q_v)$, такую что $\omega_v(0) = 1$. Удобно взять $\exp(-\pi x_\infty^2)$ в действительном случае и $\omega(x_p) = I_{Z_p}(x_p)$ – характеристическую функцию Z_p – в p -адическом. Тогда

$$\begin{aligned} \Delta_{s,\theta}(\varphi) &= \int_{Q_v^*} (\varphi(x) - \varphi(0)\omega(x)) \mathcal{G}(x) |x|^s d^*x + \varphi(0) \int_{Q_v^*} \omega(x) \mathcal{G}(x) |x|^s d^*x = \\ &= \Lambda_{s,\theta}^\omega(\varphi) + \delta(\varphi) \Delta_{s,\theta}(\omega) \quad (\delta - \text{распределение Дирака}). \end{aligned}$$

Распределение $\Lambda_{s,\theta}^\omega$, зависящее от ω , целое в нашей области; $\Delta_{s,\theta}(\omega)$ легко подсчитать. Это тождественный нуль, когда θ нетривиально и мероморфная функция на C с простым полюсом в $s=0$ для тривиального θ :

$$\begin{aligned} \Delta_s^p(\omega) &= (1 - p^{-s})^{-1} = \frac{1}{\log p} s^{-1} + \frac{1}{2} + \frac{\log p}{2} s + \dots, \\ \Delta_s^\infty(\omega) &= \frac{1}{2} \pi^{-s/2} \Gamma(s/2) = s^{-1} - \frac{1}{2} (\gamma_e + \log \pi) + \dots \end{aligned}$$

$(\gamma_e = -\Gamma'(1) - \text{константа Эйлера-Маскерони})$. Вводя константы $R^v(\omega)$, $S^v(\omega)$, такие что $\Delta_s = Rs^{-1} + S + \dots$, мы получаем ряд Лорана для Δ_s в окрестности $s=0$:

$$\Delta_s = (R\delta)s^{-1} + (\Lambda_o^\omega + S(\omega)\delta) + \dots$$

Единственность разложения гарантирует, что коэффициент $R^v(\omega)$, и распределение $(\Lambda_o^\omega + S^v(\omega)\delta)$ не зависят от ω .

О п р е д е л е н и е *Распределение "главная часть"* P_g^v определим как нулевой член в разложении $\Delta_{s,\theta}$ около $s=0$: $P_g^v = \Delta_{0,\theta}^v$, если $\theta \neq 1$; $P^v = (\Lambda_o^\omega + S^v(\omega)\delta)$, если $\theta \equiv 1$.

П р и м е р $P^p = (1 - p^{-1})^{-1} P \frac{1}{|x|_p} + \delta(x)/2$, где $P \frac{1}{|x|_p}$ – главная часть, введённая Владимиром, [2]:

$$\left\langle P \frac{1}{|x|_p}, \varphi \right\rangle = \int_{Z_p} (\varphi(x) - \varphi(0)) \frac{dx_p}{|x|_p} + \int_{Q_p \setminus Z_p} \varphi(x) \frac{dx_p}{|x|_p}.$$

П р и м е р P_{sign}^∞ совпадает с главной частью Коши $P \frac{1}{x}$.

Преобразование Фурье $F\psi$ для функции $\psi \in S(Q_v)$ определяется по формулам:

$$(F\psi)(\xi) = \int_R \psi(x) \exp(-2\pi i x \xi) dx_\infty, \quad (F\psi)(\xi) = \int_{Q_p} \psi(x) \exp(2\pi i \{x\xi\}_p) dx_p$$

где $\{\cdot\}_p$ есть p -адическая дробная часть, [2]. Преобразование Фурье продолжается до унитарного оператора на $L_2(A)$ и определяется для распределений $u \in S'(Q_v)$ по двойственности: $\langle Fu, \varphi \rangle = \langle u, F\varphi \rangle$, $\varphi \in S(Q_v)$.

Распределение $\Delta_{s,\theta}$ удовлетворяет функциональному уравнению, [2]:

$$F\Delta_{s,\theta}^v = \Gamma_v(s, \mathcal{G})\Delta_{1-s,\bar{\theta}}^v$$

где $\Gamma_v(s, \mathcal{G})$ называется *локальной гамма-функцией*. Так как $F(\omega) = \omega$, то в случае $\theta \equiv 1$ имеем:

$$\Gamma_p(s) = \frac{\Delta_s(\omega_p)}{\Delta_{1-s}(\omega_p)} = \frac{1 - p^{s-1}}{1 - p^{-s}}, \quad \Gamma_\infty(s) = \frac{\Delta_s(\omega_\infty)}{\Delta_{1-s}(\omega_\infty)} = 2(2\pi)^{-s} \cos \frac{\pi s}{2} \Gamma(s).$$

Введём константы γ_v и τ_v , такие что $\Gamma_v(1-\varepsilon) = \gamma_v \varepsilon + \tau_v \varepsilon^2 + \dots$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, а именно

$$\Gamma_p(1-\varepsilon) = \frac{\log p}{1-p^{-1}} \varepsilon + \frac{(\log p)^2 p(p-3)}{2(p-1)^2} \varepsilon^2 + \dots, \quad \Gamma_\infty(1-\varepsilon) = \frac{1}{2} \varepsilon + \frac{1}{2} (\gamma_e + \log 2\pi) \varepsilon^2 + \dots$$

С одной стороны $\Gamma_v(\varepsilon)\Delta_\varepsilon = (\gamma_v R\delta) + (\gamma_v P + \tau_v R\delta)\varepsilon + \dots$. С другой стороны $|x|_v^\varepsilon d^*x_v = \lambda_v \exp(-\varepsilon \log|x|) dx_v$, $F(\Delta_{1-\varepsilon}) = \lambda_v \delta + \lambda_v F(-\log|y|)\varepsilon + \dots$. Из функционального уравнения получаем $\lambda_v F(-\log|y|) = \gamma_v P + \tau_v R\delta$, откуда

$$F(-\log|y|_p) = \log p \cdot P^p + \frac{(\log p)^2 (p-3)}{2(p-1)} \delta, \quad F(-\log|y|_\infty) = P^\infty + (\gamma_e + \log 2\pi) \delta.$$

Адельные распределения Рассмотрим мультипликативный *квазихарактер* на группе A^*/Q^* классов идеалов, [3], другими словами, такие квазихарактеры на идеалах, что $\theta(q)=1$ когда $q \in Q^*$. Он единственным образом представляется в виде $\theta(x)|x|^s$, где $|x| = \prod_v |x_v|_v$, $\mathcal{G}(x) = \prod_v \theta_v(x_v)$, при этом $\theta_v \equiv 1$ для всех v за исключением конечного числа.

Пространство $S(A)$ функций Шварца-Брюа состоит из конечных линейных комбинаций цилиндрических функций $\varphi(\lambda) = \prod_v \varphi_v(\lambda_v)$, где $\varphi_v \in S(Q_v)$ является характеристической функцией Z_p при больших p . Преобразование Фурье $F: S(A) \rightarrow S(A)$ действует "покомпонентно" на цилиндрические функции:

$$F: \otimes_v \varphi_v \mapsto \otimes_v \tilde{\varphi}_v.$$

Преобразование Фурье на $S'(A)$ определено по двойственности, это линейный изоморфизм как на S , так и на S' .

Распределение Тэйта и главные значения Адельным аналогом $\Delta_{s,\theta}^\vee$ является *распределение Тэйта* $\Delta_{s,\theta} \in S'(A)$:

$$\Delta_{s,\theta}(\varphi) = \int_{A^*} \varphi(x) \theta(x) |x|^s d^*x, \quad d^*x = \prod_v d^*x_v, \quad \varphi \in S(A).$$

Интеграл сходится при $\text{Re}(s) > 1$. Рассмотрим целое аналитическое распределение (доказательства в случае более общей конструкции приведены ниже, см. также [3])

$$\Delta_{s,\theta}^+(\varphi) = \int_{|x| \geq 1} \varphi(x) \theta(x) |x|^s d^*x.$$

Аналитическое продолжение $\Delta_{s,\theta}$ даётся формулой:

$$\Delta_{s,\theta}(\varphi) = \Delta_{s,\theta}^+(\varphi) + \Delta_{1-s,\bar{\theta}}^+(\tilde{\varphi}) + \varepsilon_g \left(\frac{\tilde{\varphi}(0)}{1-s} - \frac{\varphi(0)}{s} \right).$$

Здесь $\varepsilon_\theta = 1$, когда θ тривиально, и 0 в противном случае, $s \in \mathbb{C}$, $s \neq 0$ и $s \neq 1$ при $\theta \neq 1$ (здесь распределение Тэйта имеет простые полюса).

О п р е д е л е н и е В адельном случае возможны два полюса. Поэтому мы определим *адельные распределения "главная часть"* $P_{0,\theta}$ и $P_{1,\theta}$ как нулевые коэффициенты разложения $\Delta_{s,\theta}$ в окрестности $s=0$ и $s=1$ соответственно:

$$P_{0,\theta}(\varphi) = -\delta(\tilde{\varphi}) \varepsilon_g + \Delta_{0,\theta}^+(\varphi) + \Delta_{1,\bar{\theta}}^+(\tilde{\varphi}),$$

$$P_{1,\theta}(\varphi) = -\delta(\varphi) \varepsilon_g + \Delta_{1,\theta}^+(\varphi) + \Delta_{0,\bar{\theta}}^+(\tilde{\varphi}).$$

Из определения немедленно вытекает

Т е о р е м а *Две адельные главные части Фурье-двойственны:*

$$FP_{0,\theta} = P_{1,\bar{\theta}}, \quad FP_{1,\theta} = P_{0,\bar{\theta}}.$$

Адельное распределение $\Delta_{g,\theta}$ Рассмотрим произвольную функцию $g: R_+ \rightarrow \mathbb{C}$, $R_+ = (0, +\infty)$ и характер θ на классах иделей. Пока мы налагаем на g только одно условие: она должна быть локально интегрируема на R_+ и задавать там умеренное распределение:

$$g \in L_1^{\text{loc}}(R_+) \cap S'(R_+). \quad (\text{A})$$

К примеру, $g(t) = \sqrt{t} \log t$ подходит. Положим

$$\Delta_{g,\theta}(\varphi) = \int_{A^*} \varphi(\lambda) \theta(\lambda) g(|\lambda|) d^*\lambda, \quad \varphi \in S(A).$$

Подсчитаем формально $\Delta_{g,\theta}(\varphi)$ для *цилиндрической* $\varphi(\lambda) = \prod_v \varphi_v(\lambda_v) \in S(A)$. Для этого разобьём A^* на классы qT , $q \in Q^*$, $T = R_+ \times \prod_p U_p$, где U_p – p -адическая единичная сфера (любой идеаль λ единственным образом представляется в виде $q\lambda_0$, где $q \in Q^*$, $\lambda_0 \in T$, т.е. T – *фундаментальная область* при действии Q^* на A^* , [3]).

$$\int_{A^*} \varphi(\lambda) \theta(\lambda) g(|\lambda|) d^*\lambda = \sum_{q \in Q^*} \int_{(qR_+) \times \prod_p (qU_p)} \varphi(\lambda) \theta(\lambda) g(|\lambda|) d^*\lambda.$$

Функция $|\lambda|$ на qT зависит только от λ_∞ и равняется $|\lambda_\infty|_\infty / |q|_\infty$. Далее,

$$\begin{aligned} & \sum_{q \in Q^*} \int_{(qR_+) \times \prod_p (qU_p)} \varphi_\infty(\lambda_\infty) \theta_\infty(\lambda_\infty) g(|\lambda_\infty|_\infty / |q|_\infty) d^*\lambda_\infty \prod_p \varphi_p(\lambda_p) \theta_p(\lambda_p) d^*\lambda_p = \\ & = \sum_{q \in Q^*} \left(\theta_\infty(q) \int_{(qR_+)} \varphi_\infty(\lambda_\infty) g(\lambda_\infty |q|_\infty^{-1}) d^*\lambda_\infty \right) \left(\prod_p \int_{(qU_p)} \varphi_p(\lambda_p) \theta_p(\lambda_p) d^*\lambda_p \right). \quad (*) \end{aligned}$$

З а м е ч а н и е Для больших p локальный множитель φ_p есть характеристическая функция единичного шара. Если в знаменателе q присутствует такое большое p , то $Z_p \cap (qU_p)$ пусто и локальный интеграл равняется нулю, т.е. сумма (*) не содержит члена для q .

Применяя формулу (*) к $\varphi(\lambda) = \prod_v \omega_v(\lambda_v)$ и $g(t) = I_{(0,1)}(t)$, получаем расходящийся ряд

$$\sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} \int_0^{|k|} \exp(-\pi t^2) d^*t,$$

проблема возникает из-за интегрирования в окрестности нуля в действительном члене.

Т е о р е м а Если $\text{supp } g \subset [T, +\infty)$ для некоторого $T > 0$, то $\Delta_{g,\theta}(\varphi)$ хорошо определено с помощью (*).

В самом деле, внутренне произведение по p оценивается как

$$\left| \prod_p \int_{(qU_p)} \varphi_p(\lambda_p) \theta_p(\lambda_p) d^* \lambda_p \right| \leq \prod_p \max_{\lambda_p \in Q_p} |\varphi_p(\lambda_p)| < +\infty.$$

Носитель $\text{supp } \varphi_p \subset p^{a_p} Z_p$, $a_p \in Z$, причём $a_p = 0$ для почти всех p . Определим $B = \prod_p p^{a_p}$. Если $q \notin B^{-1}Z \setminus \{0\}$, то соответствующий q член в (*) равен нулю.

$$\sum_{q \in B^{-1}Z \setminus \{0\}} \mathcal{G}_\infty(q) \int_{qR_+} g(\lambda_\infty | q |_\infty^{-1}) \varphi_\infty(\lambda_\infty) d^* \lambda_\infty = \int_{R_+} \sum_{k=1}^{\infty} g(Bt/k) (\varphi_\infty(t) + \theta_\infty(-1) \varphi_\infty(-t)) d^* t.$$

Распределение $\sum_{k=1}^{\infty} g(Bt/k)$ имеет носитель в $[T/B, +\infty)$ и является умеренным, откуда вытекает нужное утверждение.

По этой теореме $\Delta_{g,\theta}^+$ можно корректно определить как $\Delta_{f,\theta}$, где $f(t) = I_{[1,+\infty)} g(t)$. Чтобы определить $\Delta_{g,\theta}$ в общем случае используем формулу суммирования Пуассона-Тэйта, [3]:

$$\sum_{q \in Q} \varphi(q\lambda) = |\lambda|^{-1} \sum_{q \in Q} \tilde{\varphi}(q\lambda^{-1}).$$

Обозначим $\Phi(g, \theta) = \Delta_{g,\theta}(\varphi)$ и разобьём интеграл для $\Phi(g, \theta)$ на две части:

$$\Phi(g, \theta) = \Phi^+(g, \theta) + \Phi^-(g, \theta) = \left(\int_{|\lambda| \geq 1} + \int_{|\lambda| \leq 1} \right) \varphi(\lambda) \theta(\lambda) g(|\lambda|) d^* \lambda.$$

Строгость знаков неравенства не играет роли, так как $\{\lambda \in A^* : |\lambda| = 1\}$ имеет нулевую меру.

Рациональное число $q \in Q^*$ действует на $\{\lambda \in A^* : |\lambda| \leq 1\}$ по формуле $q : \lambda \mapsto q\lambda$. Фундаментальной областью является $E = (0, 1] \times \prod_p U_p$. Используя формулу суммирования Пуассона-Тэйта, получаем

$$\begin{aligned} \Phi^-(g, \theta) &= \int_E \sum_{q \in Q} \varphi(q\lambda) \theta(q\lambda) g(|q\lambda|) d^* \lambda = \\ &= \int_E \left(\sum_{q \in Q} \tilde{\varphi}(q\lambda^{-1}) \right) \theta(\lambda) |\lambda|^{-1} g(|\lambda|) d^* \lambda + \tilde{\varphi}(0) \int_E \theta(\lambda) |\lambda|^{-1} g(|\lambda|) d^* \lambda - \varphi(0) \int_E \theta(\lambda) g(|\lambda|) d^* \lambda. \end{aligned}$$

Заменяя переменную $\lambda \mapsto \lambda^{-1}$ в первом интеграле, имеем

$$\int_E \left(\sum_{q \in Q} \tilde{\varphi}(q\lambda^{-1}) \right) \theta(\lambda) |\lambda|^{-1} g(|\lambda|) d^* \lambda = \int_{E^{-1}} \left(\sum_{q \in Q} \tilde{\varphi}(q\lambda) \right) \bar{\theta}(\lambda) |\lambda| g(|\lambda|^{-1}) d^* \lambda.$$

Заметим, что $g(|\lambda|)$ не зависит от λ_p для всех p . В случае нетривиального θ второй и третий интегралы дают нуль. Таким образом всё выражение преобразуется к виду

$$\Phi^-(g, \theta) = \tilde{\Phi}^+(g^\tau, \theta) + \varepsilon_\theta \tilde{\varphi}(0) \int_{(0,1]} g(t) t^{-1} d^* t - \varepsilon_\theta \varphi(0) \int_{(0,1]} g(t) d^* t.$$

где $g^\tau(t) = t \cdot g(t^{-1})$, $\varepsilon_\theta = 1$, если $\theta \equiv 1$ и 0 в противном случае.

Таким образом, $\Delta_{g,\theta}$ определено при нетривиальном θ . В случае $\theta \equiv 1$ необходимо приписать значения второму и третьему интегралам. Будем считать, что

$$\int_{(0,1]} g(t) t^{-1} d^* t, \quad \int_{(0,1]} g(t) d^* t \quad \text{имеют значения} \quad (B') \quad$$

З а м е ч а н и е При $g(t) = t^s$ интегралы в (B') дают функции $(s-1)^{-1}$ и s^{-1} , мы приходим к формуле аналитического продолжения из предыдущей части.

Функциональное уравнение и преобразование Фурье Распределение $\Delta_{g,\theta}$ принадлежит $S'(A)$ и, следовательно, имеет преобразование Фурье. Чтобы записать его в удобном виде предположим, что

$$\int_{(0,1]} g^\tau(t) d^* t, \quad \int_{(0,1]} g^\tau(t) t^{-1} d^* t \quad \text{имеют значения} \quad (B'') \quad$$

Вычитая формулы регуляризации для $\tilde{\Phi}^-(g, \theta)$ и $\Phi^-(g^\tau, \bar{\theta})$, получаем соотношение для преобразования Фурье (функциональное уравнение):

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}(g, \vartheta) &= \Phi(g^\tau, \bar{\vartheta}) + \varepsilon_g \varphi(0) \int_{(0,1]} g(t) t^{-1} d^* t + \varepsilon_g \varphi(0) \int_{(0,1]} g^\tau(t) d^* t - \varepsilon_g \tilde{\varphi}(0) \int_{(0,1]} g(t) d^* t - \\ &- \varepsilon_g \tilde{\varphi}(0) \int_{(0,1]} g^\tau(t) t^{-1} d^* t = \Phi(g^\tau, \bar{\vartheta}) + \varepsilon_g \varphi(0) \int_{(0,+\infty)} g(t) t^{-1} d^* t + \varepsilon_g \tilde{\varphi}(0) \int_{(0,+\infty)} g^\tau(t) d^* t.\end{aligned}$$

Интегралы в (В') и (В'') существуют для g с компактным носителем и для $g \in S(R_+)$. Как следствие, получаем

Т е о р е м а *Всякая функция Шварца-Брюа на группе классов идеалов $\pi \in S(A^* / Q^*)$ может трактоваться как распределение на аделях, т.е. имеет место вложение: $S(A^* / Q^*) \rightarrow S'(A)$.*

Преобразование Фурье конкретных распределений Пусть $g(t) = t^\alpha$ при $t \in (0,1]$ и t^β при $t \in [1,+\infty)$. Тогда $g^\tau(t) = t^{1-\beta}$ при $t \in (0,1]$ и $t^{1-\alpha}$ при $t \in [1,+\infty)$:

$$\tilde{\Phi}(g) = \Phi(g^\tau) + \varphi(0) \left(\frac{1}{\alpha-1} - \frac{1}{\beta-1} \right) - \tilde{\varphi}(0) \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \right).$$

Мы применили аналитическое продолжение по α и β , они не должны быть 0 или 1. При $\alpha=\beta$ получаем формулу Тэйта: $\tilde{\Phi}(t^\alpha) = \Phi(t^{1-\alpha})$.

Для характеристической функции отрезка $g(t)=I_{[a,b]}(t)$, $a, b > 0$ имеем

$$\tilde{\Phi}(I_{[a,b]}) = \Phi(I_{[1/b, 1/a]}) + \varphi(0)(\log b - \log a) - \tilde{\varphi}(0)(b - a).$$

Для $g(t)=t^s h(t)$, зависящей от $s \in C$, уравнение принимает вид

$$\tilde{\Phi}(t^s h(t)) = \Phi(t^{1-s} h(t^{-1})) + \varphi(0)(Mh)(s-1) - \tilde{\varphi}(0)(Mh)(s)$$

где $(Mh)(s)$ – значение преобразование Меллина функции h в точке s . В этом случае мы можем применить аналитическое продолжение по s . К примеру,

$$\begin{aligned}\tilde{\Phi}(t^s e^{-t}) &= \Phi(t^{1-s} e^{1/t}) + \varphi(0)\Gamma(s-1) - \tilde{\varphi}(0)\Gamma(s), \quad s \neq -1, 0, 1, 2, \dots, \\ \tilde{\Phi}\left(\frac{t^s}{a+t^r}\right) &= \Phi\left(\frac{t^{1-s}}{a+t^{-r}}\right) + \varphi(0) \frac{\pi a^{((s-1)/r)-1}}{r \sin(\pi(s-1)/r)} - \tilde{\varphi}(0) \frac{\pi a^{(s/r)-1}}{r \sin(\pi s/r)}.\end{aligned}$$

Литература

1. Волович И.В., Радыно Я.В., Хренников А.Ю. Обобщённые функции и оператор Владимиров на группе конечных аделей. // Выбранные працы БДУ. т.VI, стр.117-139, Минск, 2001.
2. Владимиров В.С., Волович И.В., Зеленов Е.И., Р-адический анализ и математическая физика. Москва, Наука, 1994.
3. Гельфанд И.М., Граев М.И., Пятёцкий – Шапиро И.И. Теория представлений и обобщённые функции. Москва, Наука, 1966.
4. Ленг С. Алгебраические числа. Москва, Мир, 1966.
5. Dragovich B. On Generalized Functions in Adelic Quantum Mechanics // Integral Transforms and Special Functions, Vol.6, No.1-4, pp. 197-203, 1998.

Radyna Ya.M. Local and Adelic Distributions. Fourier Transform.

We study concrete local (p-adic and real) and adelic distributions. Finite part distribution is interpreted as zero term in Laurent series for homogenous distribution. We introduce adelic finite part distribution, give generalization of Tate distribution and obtain analog of functional equation for it using Fourier transform.

Радыно Е.М. Локальные и адельные распределения. Преобразование Фурье.

Мы изучаем некоторые конкретные локальные (р-адические, действительные) и адельные распределения. Дана интерпретация локальной главной часть как нулевого члена в разложении Лорана однородного распределения. Введено распределение адельная главная часть, дано обобщение распределения Тэйта и доказано функциональное уравнение для него.