

Введение в теорию принятия решений

Аннотация

Настоящая статья носит реферативный характер, ориентируясь в основном на книгу [1]. Преследовалась цель кратко изложить основы теории принятия решений как модели исследования операций. Далее описываются основные результаты, полученные в рамках теории принятия решений.

Содержание

1. Теория принятия решений – модель исследования операций	2
1.1. Основные понятия исследования операций	2
1.2. Операционный подход к решению задачи	2
1.3. Виды моделей в исследовании операций	3
2. Основные положения теории принятия решений	3
3. Виды классификаций задач принятия решений	5
4. Характерные черты задач принятия решений	5
5. Аксиомы теории принятия решений	6
6. Формирование возможных исходов	8
6.1. Анализ проблемной ситуации	8
6.2. Формирование целей и ограничений	8
6.3. Определение и оценка возможных исходов	8
7. Описание вероятностей возможных исходов	8
7.1. Вероятность, основанная на физических явлениях	9
7.2. Вероятность, основанная на имеющихся данных и результатах моделирования	9
7.3. Определение вероятности одиночного события	9
7.4. Оценочные суждения о распределении вероятностей	9
7.5. Использование экспертных суждений и выборочной информации	10
7.6. Практические соображения при оценке экспертных вероятностей	10
8. Оценка полезности	10
8.1. Предварительный анализ для фактической оценки	10
8.2. Определение соответствующих качественных параметров	10
8.3. Формирование количественных ограничений	11
8.4. Выбор функции полезности	12
8.5. Проверка на согласованность	12
9. Рациональный синтез информации	12
9.1. Дерево принятия решений	13
9.2. Анализ общей задачи принятия решения	14
10. Применение теории принятия решений	15
11. Список источников	15

1. Теория принятия решений – модель исследования операций

1.1. Основные понятия исследования операций

В настоящее время при решении повседневных задач организационного управления широко применяются методы исследования операций [2].

Исследование операций – научный подход к решению задач организационного управления [3]. Под *задачами организационного управления* понимаются повседневные задачи управления организацией, связанные с выполнением определенных «операций»: календарное планирование, управление запасами, вопросы эксплуатации оборудования и другие. Практика показывает высокую эффективность методов исследования операций при решении практических задач управления.

Именно задача принятия решений (или выбора способов действий) является главной для всех операционных исследований.

1.2. Операционный подход к решению задач

В соответствии с [4], схема решения задачи методом исследования операций выглядит следующим образом (рис. 1).



Рис. 1. Схема решения задачи методами исследования операций

В роли входных данных выступает *реальная задача* – произвольным образом сформулированный набор данных о проблемной ситуации. Первым этапом решения задачи является *уяснение и формулировка задачи* – приведение входных данных к виду, удобному для *построения модели*. *Модель* – приближенное отображение действительности. Построение модели является основной отличительной чертой операционного подхода к решению задач. Далее, по построенной модели различными методами осуществляется поиск оптимальных решений. В случае, если оптимальных решений несколько, из них выбирают наилучшее (по некоторому признаку) и, на основании выбранного решения, производят *выдачу рекомендаций*.

1.3. Классификация моделей в исследовании операций

Модели исследования операций можно разбить на два больших класса: *детерминированные модели* (входные данные однозначно определяют результат) и *стохастические модели* (допускают наличие некоторой неопределенности). Перечислим наиболее важные детерминированные и стохастические модели.

Детерминированные модели:

1. Линейное программирование.
2. Целочисленное программирование и комбинаторика.
3. Теория графов: некоторые методы и приложения.
4. Потоки в сетях.
5. Геометрическое программирование.
6. Нелинейное программирование.
7. Математическое программирование задач большой размерности.
8. Оптимальное управление.

Стохастические модели:

1. Теория массового обслуживания.
2. Теория полезности.
3. *Теория принятия решений*.
4. Теория игр и игровое моделирование.
5. Теория поиска.
6. Имитационное моделирование.
7. Динамическое программирование.

Как мы видим, теория принятия решений принадлежит к классу стохастических моделей и тем самым допускает наличие некоторой неопределенности, свойственной большинству реальных задач.

2. Основные определения теории принятия решений

Задача принятия решения направлена на определение *наилучшего* (оптимального) способа действий для достижения поставленных целей. Под *целью* понимается идеальное представление желаемого результата. Если фактическое состояние не соответствует желаемому, то имеет место *проблема*. Выработка плана действий по устранению проблемы составляет сущность задачи принятия решений.

Проблема всегда связана с определенными условиями, которые обобщенно называют *ситуацией*. Совокупность проблемы и ситуации образует *проблемную ситуацию*. Выявление и описание проблемной ситуации дает исходную информацию для постановки задачи принятия решений.

Субъектом всякого решения является *лицо, принимающее решение* (ЛПР). Понятие ЛПР является собирательным. Это может быть одно лицо – *индивидуальное ЛПР* или группа лиц, вырабатывающих коллективное решение, – *групповое ЛПР*. Для помощи ЛПР в сборе и анализе информации и формировании решений привлекаются *эксперты* – специалисты по решаемой проблеме.

Принятие решения происходит во времени, поэтому вводится понятие *процесса принятия решений*. Этот процесс состоит из последовательности этапов и процедур и направлен на устранение проблемной ситуации.

В процессе принятия решений формируются альтернативные (взаимоисключающие) варианты решений и оценивается их предпочтительность. *Предпочтение* – это интегральная оценка качества решений, основанная на объективном анализе (знании, опыте, проведении расчетов и экспериментов) и субъективном понимании ценности и эффективности решений.

Конечным результатом задачи принятия решений является *решение*, которое представляет собой предписание к действию.

Решение называется *допустимым*, если оно удовлетворяет ограничениям: ресурсным, юридическим, правовым, морально-этическим. Решение называется *оптимальным (наилучшим)*, если оно обеспечивает экстремум (максимум или минимум) критерия выбора при индивидуальном ЛПР или удовлетворяет принципу согласованности при групповом ЛПР.

Обобщенной характеристикой решения является его *эффективность*. Эта характеристика включает эффект решения, определяющий степень достижения целей, отнесенный к затратам на их достижение. Решение тем эффективнее, чем больше степень достижения целей и меньше затраты на их реализацию.

Теория принятия решений представляет собой набор понятий и систематических методов, позволяющих всесторонне анализировать проблемы принятия решений в условиях неопределенности.

Цель теории принятия решений – совершенствование процесса принятия решений.

В основе ТПР лежит представление о том, что выбор альтернатив *должен* определяться двумя факторами:

1. Представлениями ЛПР о вероятностях различных возможных исходов, которые могут иметь место при выборе того или иного варианта решения.
2. Предпочтениями, отдаваемыми им различным исходам.

Для удобства изложения, выделим 4 этапа процесса принятия решений:

1. Формирование возможных исходов.
2. Описание вероятностей возможных исходов.
3. Ранжировка предпочтений возможных исходов через их полезность.
4. Рациональный синтез информации, полученной на первых трех этапах.

3. Виды классификаций задач принятия решений

Наиболее общими и существенными признаками классификации задач принятия решений в соответствии с [5] являются:

1. Степень определенности информации.
 - Задачи принятия решений в условиях определенности.
 - Задачи принятия решений в условиях вероятностной определенности (в условиях риска).
 - Задачи принятия решений в условиях неопределенности.
2. Использование эксперимента для получения информации.
 - Задачи принятия решений по априорным данным.
 - Задачи принятия решений по апостериорным данным.
3. Количество целей.
 - Одноцелевые задачи принятия решений.
 - Многоцелевые задачи принятия решений.
4. Количество лиц, принимающих решение.
 - Индивидуальные задачи принятия решений.
 - Групповые задачи принятия решений.
5. Содержание решений.
 - Экономические задачи принятия решений.
 - Политические задачи принятия решений.
 - Военные задачи принятия решений.
 - Другие виды.
6. Значимость и длительность действия решений.
 - Долговременные задачи принятия решений.
 - Среднесрочные задачи принятия решений.
 - Краткосрочные задачи принятия решений.

4. Характерные черты задач принятия решений

Типичные задачи принятия решений имеют много характерных особенностей, которые можно проанализировать и лучше понять с помощью теории принятия решений. Перечислим основные из них.

1. Многоцелевой характер. Часто при принятии решения, ЛПР приходится преследовать сразу несколько целей, причем эти цели могут противоречивыми. Это означает, что попытка продвижения по пути достижения одной из целей, обычно сопровождается ухудшением результатов по другим. Таким образом, ЛПР оказывается перед необходимостью выбора между противоречивыми целями.

2. *Воздействие фактора времени.* Не всегда можно сразу наблюдать последствия принятого решения. Часто трудно бывает указать конкретный промежуток времени в течение которого можно наблюдать то или иное последствие.

3. *Неформализуемые понятия.* Такие понятия, как добрая воля, престиж, волнение, шутка, страдание, политические действия и т.д., являются примерами очень важных неформализуемых понятий, которые существенно усложняют задачу.

4. *Неопределенность.* В момент принятия решения неизвестны последствия каждой из альтернатив.

5. *Возможности получения информации.* Часто удастся получить некоторую информацию, помогающую решить, какую из альтернатив следует выбрать. Однако получение такой информации может потребовать больших затрат времени и денег, и к тому же она может быть не вполне достоверной.

6. *Динамические аспекты процесса принятия решений.* После того как некоторое решение выработано, может оказаться, что задача не исчерпана до конца, и потребуются принять очередное решение через некоторый промежуток времени. Важно распознать заранее такие динамические аспекты проблемы и увидеть, какие возможности могут открыться в будущем благодаря данному решению.

7. *Влияние решений на группы.* Принятое решение может повлиять на большое количество различных групп. В такой ситуации полезны любые сведения, способные оказать помощь ЛПР.

8. *Коллективное принятие решений.* Часто ответственность за выбор альтернативы несет не отдельное лицо, а целая группа (коллективное ЛПР).

Многие важные задачи не обладают всеми перечисленными особенностями, но часто их оказывается вполне достаточно, чтобы сделать задачу трудноразрешимой. Теория принятия решений позволяет проводить анализ всех этих вопросов независимо и дает схему для последующего синтеза информации с целью выработки наилучшего способа действия.

5. Аксиомы теории принятия решений

В этом разделе формулируются основные аксиомы теории принятия решений. Из приведенных аксиом следует принцип выбора действия. Он состоит в том, что нужно выбирать такую альтернативу, которая максимизирует ожидаемую полезность. Если сформулированные аксиомы кажутся разумными при рассмотрении какой-либо конкретной проблемы, то такие понятия, как суждения и предпочтения, следует выразить в числовой форме в соответствии с аксиомами 4 и 5. Аксиомы 4 и 5 превращают теорию принятия решений в рабочий инструмент анализа сложных проблем (или, как говорят, эта теория становится операционной). В разделах 7 и 8 описываются процедуры, позволяющие получить необходимые числовые значения.

Прежде чем формулировать аксиомы теории принятия решений, введем обозначения и определения. *Простой лотереей* $L(x_1, p, x_2)$ назовем вероятностное событие, имеющее два возможных исхода x_1 и x_2 , вероятности наступления которых обозначим соответственно через p и $1-p$.

Символами $\sim$, $>$, $\geq$ будем соответственно обозначать понятия «равноценно», «предпочтительнее» и «равноценно или предпочтительнее».

Аксиома 1. *Существование относительных предпочтений.* Для любых двух исходов x_1 и x_2 их предпочтения будут таковыми, что или $x_1 \sim x_2$, $x_1 > x_2$ или $x_2 > x_1$.

Аксиома 2. *Транзитивность.* Для любых лотерей L_1, L_2, L_3 справедливо следующее:

- (а) Если $L_1 \sim L_2$ и $L_2 \sim L_3$, то $L_1 \sim L_3$;
- (б) Если $L_1 > L_2$ и $L_2 \sim L_3$, то $L_1 > L_3$ и т.д.

Аксиома 3. *Сравнение простых лотерей.* Если для ЛПР, $x_1 > x_2$ то

- (а) $L_1(x_1, p_1, x_2) \sim L_2(x_1, p_2, x_2)$ при $p_1 = p_2$;
- (б) $L_1(x_1, p_1, x_2) \sim L_2(x_1, p_2, x_2)$ при $p_1 > p_2$.

Аксиома 4. *Численная оценка предпочтений.* Каждому возможному исходу x , ЛПР может поставить в соответствие число $\pi(x)$ (где $0 \leq \pi(x) \leq 1$), такое, что $x \sim L(x^*, \pi(x), x^0)$.

Аксиомы 3 и 4 определяют для ЛПР, меру относительного предпочтения различных исходов Величина $\pi(x)$, называемая *вероятностью равноценности*, является такой мерой.

Аксиома 5. *Численная оценка неопределенности суждений.* Каждому возможному событию E , которое может влиять на исход решения, можно поставить в соответствие число $P(E)$, где $0 \leq P(E) \leq 1$, такое, что становятся равноценными лотерея $L(x^*, P(E), x^0)$ и ситуация, при которой ЛПР получает x^* , если происходит событие E , и x^0 , если событие E не происходит. Значение $P(E)$ определяется ЛПР.

Аксиома 6. *Возможность замены.* Если модифицировать задачу принятия решения путем замены одного исхода (или лотереи) другим исходом (или лотереей), которые равноценны для ЛПР, то обе задачи принятия решения (старая и модифицированная) будут равноценны для этого лица.

Аксиома 7. *Эквивалентность условного и безусловного предпочтений.* Пусть L_1 и L_2 – две лотереи, возможные только при наступлении события E . Если известно, наступит событие E или нет, то ЛПР, должно иметь те же предпочтения между L_1 и L_2 , как и при отсутствии этой информации.

6. Формирование возможных исходов

Процесс формирования возможных исходов состоит из 3 этапов:

1. Анализ проблемной ситуации.
2. Формирование целей и ограничений.
3. Определение и оценка возможных исходов.

Рассмотрим каждый этап процесса формирования возможных исходов более подробно.

6.1. Анализ проблемной ситуации.

Содержанием анализа проблемной ситуации является:

1. Определение существования проблемы.
2. Определение новизны проблемной ситуации.
3. Установление причин возникновения проблемной ситуации.
4. Определение взаимосвязи с другими проблемами.
5. Определение степени полноты и достоверности информации о проблемной ситуации.
6. Определение возможности разрешимости проблемы.
7. Определение способа сбора информации.
8. Указание способа развития задачи во времени.

6.2. Формирование целей и ограничений

Напомним, что под *целью* понимается идеальное представление желаемого результата состояния или результата деятельности. Должен быть задан подходящий набор целей и указаны соответствующие им меры эффективности. Это дает возможность определить степень, с которой заданные цели могут быть достигнуты с помощью различных способов действий. Кроме того, должен быть задан соответствующий набор ограничений.

6.3. Определение и оценка возможных исходов

Определение возможных исходов подразумевает под собой поиск вариантов решений для достижения поставленных целей. Для каждого способа действия возможные исходы описываются в единицах принятых мер эффективности.

7. Описание вероятностей возможных исходов

Перед принятием решения ЛПР должно определить вероятность каждого возможного исхода. Для выполнения этой задачи используют теорию вероятностей.

В соответствии с аксиомой 5 каждому событию E может быть сопоставлено число $p(E)$ – субъективная вероятность наступления события E .

Рассмотрим основные соображения, по которым ЛПР может указать свои субъективные вероятности для различных возможных исходов.

7.1. Вероятность, основанная на физических явлениях

В случае если все N возможных исходов эксперимента равновероятны, то вероятность наступления каждого из них равна $1/N$. Вероятности, которые можно проверить исчерпывающими экспериментами называют объективными вероятностями. Если ЛПР принимает их как руководство к действию, то объективные вероятности, по определению, являются также и субъективными.

7.2. Вероятность, основанная на имеющихся данных и результатах моделирования

Если имеются данные о возможности наступления интересующих нас событий, то их можно использовать для формирования суждений о вероятностях событий. Построение аналитической или имитационной модели может уточнить имеющиеся данные. Такая модель позволяет выяснить влияние различных параметров на входе на важнейшие параметры на выходе.

7.3. Определение вероятности одиночного события

Вероятности интересующих нас событий часто трудно получить из-за недостатка статистических данных и сведений. Особенно это касается ситуаций, в которых приходится принимать единственные в своем роде стратегические решения.

Предположим, что нас интересует событие E , которому приписана субъективная вероятность $p(E)$, которая пока не определена.

Сначала построим две лотереи $L_1(x^*, p, x^0)$ и L_2 , которая имеет исход x^* , если осуществилось событие E и исход x^0 , если событие E не произошло. Исход x^* выбирается так, что он является более предпочтительным, чем исход x^0 . Затем при фиксированном значении p , ЛПР задается вопрос: «Какая лотерея более предпочтительна или они равноценны?» Если $L_1 > L_2$, то величину p уменьшают и повторяют вопрос. Если $L_2 > L_1$, то величину p увеличивают и снова повторяют вопрос. Через несколько итераций найдется такое значение p (обозначим его p'), при котором лотереи равноценны ($L_1 \sim L_2$). Тогда субъективная вероятность события E равна p' (т.е. вероятность события, определенная на основе суждения ЛПР). Если $E_i (i = 1, 2, \dots, n)$ – полный набор всех взаимоисключающих событий, то $\sum_{i=1}^m p(E_i) = 1$. Оценки вероятностей, полученные на основе суждений некоторого лица, следует подставить в эту сумму и, если сумма не равна единице, то необходимо изменить рассматриваемые оценки.

7.4. Оценочные суждения о распределении вероятностей

Наиболее общим подходом к оценке функции распределения вероятностей величин, принимающих бесконечное количество значений, является так называемый дробный метод. Согласно этому методу, берут несколько точек функции распределения рассматриваемой величины и затем «подгоняют» кривую, оптимальным образом проходящую через эти точки.

7.5. Использование экспертных суждений и выборочной информации

Часто бывает полезным совместное использование экспертных оценок и имеющихся данных. Например, теорема Байеса дает соотношение, позволяющее уточнить вероятностные оценки с учетом полученной дополнительной информации.

7.6. Практические соображения при оценке экспертных вероятностей

Трудность использования экспертных оценок вероятностей связана с тем, что полученные результаты требуют достаточно громоздкой процедуры обработки и не могут быть использованы непосредственно. Однако результаты теории статистических решений упрощают процесс оценок и последующий анализ. Основная идея состоит в выборе функций распределения из определенного класса функций, с которыми проще работать.

8. Оценка полезности

Будем исходить из предположения, что существует единственная мера эффективности X , относительно которой необходимо оценить предпочтения ЛПР. Если множество исходов конечно, то можно было бы ограничиться указанием вероятности равноценности каждого исхода (Аксиома 4). Однако множество исходов обычно велико, и поэтому лучше оценить функцию полезности.

Процесс оценки полезности состоит из 5 этапов:

1. Предварительный анализ для фактической оценки.
2. Определение соответствующих качественных параметров.
3. Формирование количественных ограничений.
4. Выбор функции полезности.
5. Проверка на согласованность.

8.1. Предварительный анализ для фактической оценки

Успех в области оценки функций полезности тесно связан со способностью исследователя вступать в контакт с ЛПР. Прежде чем приступить к оценке функции полезности, следует обсудить концепцию принятия решения.

8.2. Определение соответствующих качественных параметров

Рассмотрим такие качественные параметры как монотонность и отношение ЛПР к риску. Для того, чтобы установить, выполняется ли условие монотонности, эксперту необходимо спросить у ЛПР, что оно больше предпочитает: x_1 или x_2 (где $x_2 > x_1$). Если x_2 предпочтительнее, то можно предположить, что предпочтения монотонно возрастают на множестве свойств (признаков) X . А затем (чтобы окончательно удостовериться) эксперту следует спросить, всегда ли большее значение x предпочтительнее меньшего.

Допустим, что предпочтения монотонно возрастают в X , как, например, предполагается в случае прибыли. Будем говорить, что некий субъект *уклоняется от риска*, если для любых двух значений x_1 и x_2 сумма $(x_1 + x_2)/2$ предпочтительнее лотереи $L(x_1, \frac{1}{2}, x_2)$.

Величина $(x_1 + x_2)/2$ представляет собой математическое ожидание лотереи L . Кроме того, будем говорить, что субъект *стремится к риску*, если он предпочитает лотерею L по сравнению с величиной $(x_1 + x_2)/2$ при всех значениях x_1 и x_2 . Наконец, субъект *безразличен* (нейтрален) к риску, если ему безразлично, что он получит: лотерею L или величину $(x_1 + x_2)/2$. Приведенные характеристики отношения к риску удобно использовать для описания областей и функций полезности (рис. 2).

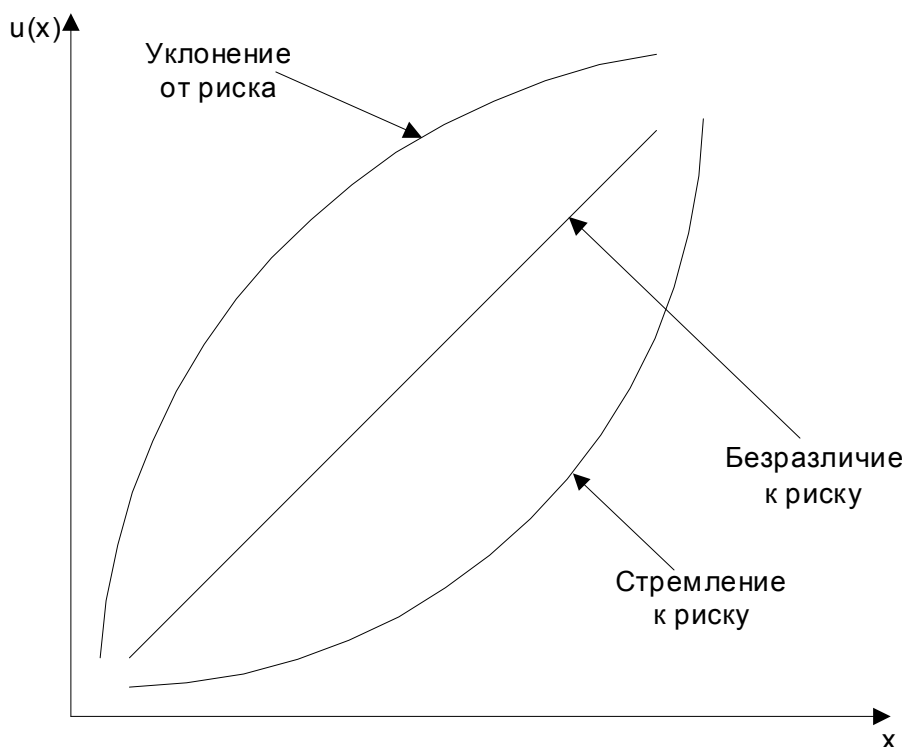


Рис. 2. Отношение к риску

Функция полезности вогнута, выпукла или линейна соответственно, если ЛПР уклоняется, стремится или безразлично к риску.

8.3. Формирование количественных ограничений

Формирование количественных ограничений – определение нескольких точек на кривой, описывающей функцию полезности ЛПР. Следуя аксиоме 4, выберем x^* и x^0 , такие, что x^* по крайней мере так же предпочтителен, как и другие исходы, каждый из которых, в свою очередь не менее предпочтителен, чем x^0 . Присвоим x^* и x^0 произвольные значения полезности $u(x^*)$ и $u(x^0)$, такие что $u(x^*) > u(x^0)$. Далее мы хотим получить исход x_1 ,

равноценный лотерее $L_1(x^*, \frac{1}{2}, x^0)$ с точки зрения ЛПР. Такой исход x_1 называется гарантированным эквивалентом лотереи L_1 . Тогда, поскольку полезности такого исхода и лотереи L_1 должны быть равны, можно записать

$$u(x_1) = \frac{1}{2}u(x^*) + \frac{1}{2}u(x^0).$$

Это уравнение дает третью точку на графике функции полезности. С помощью такого метода всегда можно получить по известным значениям полезности двух исходов значение полезности третьего исхода.

8.4. Выбор функции полезности

Предположим, что можно найти некоторое параметрическое семейство функций полезности, которые обладают определенными заранее установленными свойствами. Обозначим такое семейство функций полезности через $u(x|\lambda)$, где λ – параметр. Тогда выбор соответствующей функции полезности сводится к выбору значений параметров.

Используя параметрическую форму записи и предыдущие оценки отдельных частей кривой полезности, можно записать уравнение

$$u(x_1|\lambda) = \frac{1}{2}u(x^*|\lambda) + \frac{1}{2}u(x^0|\lambda),$$

где число неизвестных равно числу параметров. Используя значения гарантированных эквивалентов, полученных экспертным путем, запишем столько уравнений, сколько неизвестных, и разрешим их относительно параметров. Таким образом мы получим искомую функцию полезности.

8.5. Проверка на согласованность

Проверка на согласованность – обнаружение ошибок функции полезности.

Ошибка – ситуация, при которой функция полезности неадекватно отражает истинные предпочтения ЛПР. Наиболее распространены два типа ошибок:

1. Невыполнение качественных параметров.
2. Ошибки, связанные с подбором параметров при использовании очень узких диапазонов изменения гарантированных эквивалентов лотерей.

9. Рациональный синтез информации

ЛПР имеет возможность выбора решений. Предпочтительность того или иного решения зависит от совокупности внешних условий. Чтобы получить информацию о внешних условиях, ЛПР имеет возможность провести несколько различных экспериментов. Каждый эксперимент требует определенных затрат. Исходы, представляющие интерес для данного лица и зависящие от внешних условий, реализуются в результате этих экспериментов и последующих решений. Однако в момент принятия решения неизвестно, какой исход будет

фактически иметь место.

9.1. Дерево принятия решений

На рис. 3 задача принятия решения графически представлена в виде так называемого *дерева принятия решений*.

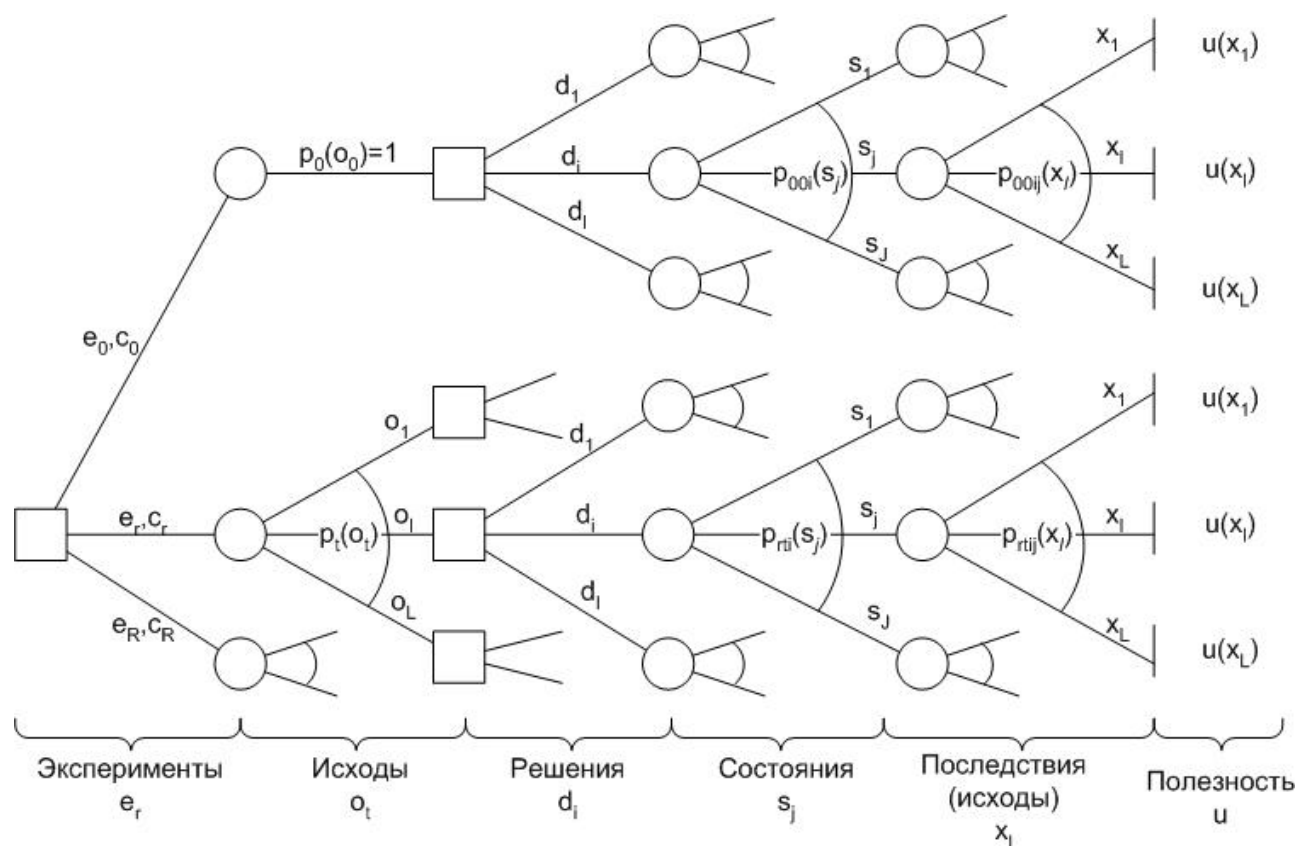


Рис. 3. Часть дерева принятия решений

Для иллюстрации введенных выше понятий рассмотрим типичную ветвь дерева. Двигаясь слева направо, ЛПР должно сначала либо выбрать эксперимент e_r стоимостью c_r , либо не проводить экспериментов, что обозначается через e_0 , а соответствующие затраты (нулевые) – c_0 . При условии выбора данного эксперимента наблюдается исход o_t . Эксперимент e_r приводит к различным исходам, вероятности появления которых описываются с помощью распределения условных вероятностей p_r . Если исход известен, должно быть выбрано следующее решение d_i . После такого выбора наличие внешних условий s_j задается распределением условных вероятностей p_{rit} , где индекс r относится к эксперименту, t обозначает исход, а i – решение. В результате этих шагов получается исход x . Вероятность различных исходов численно выражается через распределение условных вероятностей p_{rij} , где индекс j относится к внешним условиям. Относительная предпочтительность возможных

исходов задается функцией полезности $u(x)$.

Заметим, что у дерева принятия решений есть два типа узлов: узлы решений, обозначенные квадратиками, и узлы возможностей, обозначенные кружками. Двигаясь по дереву справа налево, с помощью полученного распределения вероятностей, вычислим ожидаемую полезность, соответствующую рассматриваемому узлу. Для любого узла решений, ЛПР выбирает альтернативу, которая приводит к наибольшей ожидаемой полезности, и приписывает полученную полезность узлу решений.

9.2. Анализ общей задачи принятия решений

Чтобы пояснить метод поиска оптимального решения, исследуем дерево решений, представленное на рис. 2.

Обозначим через $\bar{u}_{rtij}$ ожидаемую полезность проведения эксперимента e_r при наблюдаемом исходе o_i , выбранном решении d_i и внешних условиях s_j , а через $\bar{u}_{rt}$ – ожидаемую полезность выбранного эксперимента e_r и наблюдаемого o_i . В принятых обозначениях $\bar{u}_{rtij}$ является функцией полезности $u(x_l)$ в силу ее определения. Тогда

$$\bar{u}_{rtij} = \int_x u(x_l) p_{rtij}(x_l),$$

где $\int_x$ означает суммирование или интегрирование по x соответственно для дискретных или непрерывных задач. Аналогично ожидаемая полезность выбранного эксперимента e_r , наблюдаемого исхода o_i и выбранного решения d_i равна

$$\bar{u}_{rti} = \int_s \bar{u}_{rtij} p_{rti}(s_j).$$

В узле решений выбирается решение d_i , приводящее к максимальной ожидаемой полезности. Следовательно,

$$\bar{u}_{rt} = \max_{d_i} \bar{u}_{rti}.$$

Сделав еще один шаг в обратном направлении (справа налево), получим выражение для ожидаемой полезности выбранного эксперимента e_r :

$$\bar{u}_r = \int_o \bar{u}_{rt} p_r(o_i).$$

Таким образом, наилучшим является эксперимент e_{r*} , который позволяет получить максимальное значение ожидаемой полезности, определяемое из соотношения:

$$e_{r*} = \max_{e_r} \bar{u}_r.$$

Пусть выбран эксперимент e_{r*} и реализовался исход o_i , тогда оптимальное решение d_i^* определяется с помощью выражения

$$\bar{u}_{r^*ti^*} = \max_{d_i} \bar{u}_{r^*ti}.$$

Желательно, чтобы в результате применения теории принятия решений была выработана полная стратегия, указывающая, какой выбор должен быть сделан в каждом узле решений. Такую стратегию можно получить, если следовать аксиомам теории принятия решений. Любую задачу принятия решений можно представить последовательностью узлов решения и узлов возможностей. Следовательно, используя описанные выше процедуры – вычисление ожидаемых полезностей в узлах возможностей и максимизацию ожидаемой полезности в узлах решений, – можно исследовать любую задачу.

10. Применение теории принятия решений

В настоящее время многие специальные приемы и методы теории принятия решений развиты до такой степени, что позволяют охватить большинство трудных вопросов, которые возникают при анализе сложных проблем. Нужно стремиться к тому, чтобы успешно применять теорию для решения актуальных проблем, и использовать накопленный опыт для совершенствования «искусства» применения.

11. Список источников

1. Исследование операций: методологические основы и математические методы (под ред. Дж. Моудера и С. Элмаграби). — М.: Мир, 1981.
2. Исследование операций: модели и применение (под редакцией Дж. Моудера и С. Элмаграби) — М.: Мир, 1981.
3. Вагнер Г. Основы исследования операций. — М.: Мир, 1972.
4. Кочетов Ю. Курс лекций по теории принятия решений. <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/>
5. Евланов Л Г. Теория и практика принятия решений. — М.: Экономика, 1984.