

## ДВУХФЕРМИОННОЕ РОЖДЕНИЕ В ПРОЦЕССАХ АННИГИЛЯЦИИ ФЕРМИОН-АНТИФЕРМИОННОЙ ПАРЫ

The Lorentz-invariant formula of polarized fermion-antifermion annihilation process was obtained in frame of Standard theory of electroweak interaction. We analyzed differential and total cross-section as well as polarized asymmetries of different nature. The dependence of cross-sections and polarized asymmetries on scattering angle and interaction energy was investigated using main characteristics of International Linear Collider.

В рамках современной физики высоких энергий ведутся активные работы по созданию сверхмощных линейных коллайдеров и разрабатываются программы эффективных исследований. Новые возможности, в значительной мере обусловленные достижением больших значений энергий взаимодействующих частиц (вплоть до 1 ТэВ), определяют уникальную программу планируемых экспериментов [1–4]. Они открывают новые возможности для изучения неабелевой структуры электрослабого взаимодействия,  $s$ -канального рождения хиггсовского бозона, а также поиска предсказываемых неминимальными калибровочными теориями нейтральных и заряженных калибровочных бозонов, хиггсовских бозонов, суперсимметричных частиц или технипионов.

Для успешной реализации задач по поиску эффектов и явлений новой физики при анализе и интерпретации экспериментальных данных необходимо учитывать, что  $W^\pm$ - и хиггсовские бозоны распадаются внутри детектора, и их рождение может быть обнаружено только посредством регистрации вторичных продуктов распада ( $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ ,  $\tau^+\tau^-$ -лептонов). В силу высокой точности измерений, которая достигается в таких экспериментах, четкая реконструкция каждого события возможна только при учете всех фоновых процессов, дающих вклад в конечное сечение. Осуществление подобных исследований выдвигает особые требования к калибровке пучков начальных частиц. С этой целью традиционно используются хорошо изученные классические процессы (например,  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ ).

Особенностью нового поколения экспериментов, в которых планируется сделать доступными пучки поляризованных частиц, является то, что возможные спиновые конфигурации начальной пары высокоэнергетичных фермионов, приводящих к принципиально различным спектрам конечных частиц, потребуют соответствующего механизма калибровки. Важную независимую информацию можно получить в экспериментах с поляризованными пучками, а также в случае анализа направлений спина рождающейся фермион-антифермионной пары [5–7], поскольку он открывает новые возможности поиска проявлений неминимальных калибровочных моделей [7–9].

Этим объясняется особая важность применения методов, позволяющих получать лоренц-инвариантные выражения основных экспериментально измеряемых величин, дифференциальных и полных сечений, а также разного рода поляризационных асимметрий.

В данной работе рассмотрен процесс взаимодействия фермион-антифермионной пары для случая, когда в эксперименте также рождается пара фермионов. В рамках стандартной теории электрослабого взаимодействия получены дифференциальное и полное сечения процесса в лоренц-инвариантной форме без каких-либо приближений с учетом состояний поляризации как начальных, так и конечных фермионов:

$$e^+(p, \xi) + e^-(p', \xi') \rightarrow f(P, \Xi) + \bar{f}(P', \Xi'),$$

где  $p, p', P, P'$  – 4-импульсы взаимодействующих фермионов, а  $\xi, \xi', \Xi, \Xi'$  – 4-векторы поляризации соответствующих частиц. Для расчета вероятности процесса использован формализм  $S$ -матрицы. Первый ненулевой вклад вносит матричный элемент  $S^{(2)}$ :

$$\begin{aligned} \langle f | S^{(2)} | i \rangle = & - \int N_p \bar{u}(P) \gamma^\beta e_Q (2\pi)^4 \delta(P + P' + k) N_{p'} u(-P') \frac{1}{k^2} \times \\ & \times \frac{-i}{(2\pi)^4} g_{\alpha\beta} N_{p'} \bar{u}(-p') \gamma^\alpha e_q (2\pi)^4 \delta(p + p' + k) N_p u(p) d^4 k - \\ & - \int N_p \bar{u}(P) \frac{g}{2 \cos \vartheta_w} \gamma^\alpha (g_V + g_A \gamma_5) N_{p'} u(-P') (2\pi)^4 \times \\ & \times \delta(P + P' - q) \frac{-i}{(2\pi)^4} \frac{g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{m_Z^2}}{q^2 - m_Z^2} \frac{g}{2 \cos \vartheta_w} N_p u(p) \gamma^\beta \times \\ & \times (g_V + g_A \gamma_5) (2\pi)^4 \delta(q - p - p') N_{p'} \bar{u}(-p') d^4 q, \end{aligned}$$

где  $|i\rangle$  ( $|f\rangle$ ) – вектор начального (конечного) состояния.

После выполнения интегрирования по 4-импульсу виртуального фотона  $k$  матричный элемент определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \langle f | S^{(2)} | i \rangle = & i N_p N_{p'} N_p N_{p'} (2\pi)^4 \delta(P + P' - p - p') (-e_q e_Q \bar{u}(P) \times \\ & \times \gamma^\beta u(-P') g_{\alpha\beta} \bar{u}(-p') \gamma^\alpha u(p) \frac{1}{(p + p')^2} + \bar{u}(P) \gamma^\alpha \times \\ & \times (g_V + g_A \gamma_5) u(-P') \left( \frac{g}{2 \cos \vartheta_w} \right)^2 \frac{g_{\alpha\beta} - \frac{(p + p')_\alpha (p + p')_\beta}{m_Z^2}}{(p + p')^2 - m_Z^2} u(p) \gamma^\beta \times (g_V + g_A \gamma_5) \bar{u}(-p')). \end{aligned}$$

Для случая поляризации всех элементарных частиц, участвующих во взаимодействии, получим выражение для дифференциального сечения процесса:

$$\begin{aligned} d\sigma = & \frac{1}{\sqrt{(pp')^2 - m^2}} \frac{1}{16} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d^3 P}{P^0} \frac{d^3 P'}{P'^0} \delta(P + P' - p - p') \times \\ & \times \left( \frac{e_q^2 e_Q^2}{(p + p')^4} (t + t_\xi + t_\Xi + t_{\xi\Xi}) - \frac{2qQ}{(p + p')^2} \frac{1}{(p + p')^2 - m_Z^2} \times \right. \\ & \times \left( \frac{g}{2 \cos \theta_w} \right)^2 (u + u_\xi + u_\Xi + u_{\xi\Xi}) + \frac{1}{((p + p') - m_Z^2)^2} \times \\ & \left. \times \left( \frac{g}{2 \cos \theta_w} \right)^4 (w + w_\xi + w_\Xi + w_{\xi\Xi}), \right. \end{aligned} \tag{1}$$

где  $t$  и  $w$  – слагаемые, соответствующие электромагнитному и слабому взаимодействию, а  $u$  – интерференционные слагаемые, скобками обозначены произведения 4-векторов. Так, например,  $(pp') = p^0 p'^0 - \mathbf{pp}'$ . В силу громоздкости всех слагаемых выражения (1) приведем далее вклад электромагнитного взаимодействия, в основном определяющий величину сечения процесса.

Слагаемое  $t$  формулы (1) не зависит от поляризации начальных и конечных частиц и всегда вносит вклад в сечение процесса вне зависимости от поляризации взаимодействующих и рассеянных частиц:

$$t = NZ + YT + 2m^2T + 2M^2Y + 8m^2M^2.$$

Здесь и далее введены лоренц-инвариантные переменные:

$$2(pp') = Y, \quad 2(PP') = T, \quad 2(pP') = N, \quad 2(p'P) = Z, \quad 2(pP) = W.$$

Слагаемые  $t_\xi$  ( $t_\Xi$ ) зависят от поляризаций начальных (конечных) фермионов и дают дополнительный вклад в случае рассеяния поляризованных фермионов (при регистрации спиновых состояний рождающейся пары частиц):

$$\begin{aligned} t_\xi &= 8(2(\xi'P)(Y(\xi P) - W(\xi p')) - 2Z(\xi'p)(\xi P) + WZ(\xi\xi')) + \\ &+ m^2(3(\xi'p)(\xi P) + (\xi'P)(4(\xi P) + 3(\xi p')) - 2(\xi\xi')(Z + W) + \\ &+ 2M^2(2(\xi'p)(\xi p') - Y(\xi\xi')) - m^2M^2(\xi\xi')), \\ t_\Xi &= 16((\Xi p')(W(\Xi p') - W(\Xi'P) - W(\Xi p)) + WZ(\Xi\Xi')) + \\ &+ M^2(3(\Xi'p')( \Xi p) + 3(\Xi'p)(\Xi p') - 2Y(\Xi\Xi')) - m^2M^2(\Xi\Xi') + \\ &+ 4m^2(2(\Xi'P)((\Xi p) + (\Xi p')) - (\Xi\Xi')(W - Z)). \end{aligned}$$

Последнее слагаемое части выражения (1), описывающей электромагнитную аннигиляцию, ( $t_{\xi\Xi}$ ) зависит от векторов поляризации как начальных, так и конечных частиц и вносит вклад в сечение аннигиляции пары поляризованных фермионов только в том случае, когда регистрируются также поляризации конечных частиц:

$$\begin{aligned} t_{\xi\Xi} &= 16((\Xi\Xi')(4Z(\xi'p)(\xi P) - 4Y(\xi'P)(\xi P) + 2W(\xi'p)(\xi p') + \\ &+ 2Z(\xi'p)(\xi p') + 4W(\xi'P)(\xi p') - (\xi\xi')(Y(W + Z) + 2WZ)) + \\ &+ 2(\xi\xi')((\Xi'P)(Y((\Xi p) + (\Xi p')) + W(\Xi p') + 2Z(\Xi p)) + 2(\Xi'p') \times \\ &\times (Z(\Xi p) - W(\Xi p')) + (\Xi'p)(W(\Xi p') - Z(\Xi p))) + 2(\xi'\Xi) \times \\ &\times ((\Xi'P)(Y(\xi P) - W(\xi p')) - (\xi p')(\Xi'p)(W - Z)) + (\xi'\Xi) \times \\ &\times ((\Xi\Xi)Y(W + Z) - 2Y(\xi P)((\Xi p) + (\Xi p')) + (\xi p')(W(\Xi p') - \\ &- Z(\Xi p))) + 2(\xi\Xi)((\Xi'P)(Y(\xi'P) - Z(\xi'p)) - (\Xi'p)(\xi'p) \times \\ &\times (W + Z)) + 2(\xi\Xi')((\xi'p)(Z(\Xi p) - W(\Xi p')) - (\xi'P)Y((\Xi p) + \\ &+ (\Xi p'))) + 4(\xi'p)((\xi P)(\Xi'p')((\Xi p) + (\Xi p')) - (\Xi'P)((\xi p') \times \\ &\times ((\Xi p) - (\Xi p')) - (\xi P)(\Xi p'))) + 4(\xi'P)((\xi p')(\Xi p)((\Xi'p) - \\ &- (\Xi'P)) + (\Xi'p)(\xi p')(\Xi p')) + 7mM(Y((\xi'\Xi) + (\xi'\Xi') + \\ &+ (\xi\Xi) + (\Xi'\xi)) + 2(\xi'p)((\Xi p') + (\Xi'p) + (\Xi'p'))) + 2M^2 \times \\ &\times (7(\Xi\Xi')(Y(\xi\xi') - 2(\xi'p)(\xi p')) - 3(\xi\xi')((\Xi'p)(\Xi p') + (\Xi'p') \times \\ &\times (\Xi p)) + 3(\xi'\Xi)(2(\Xi'p)(\xi p') - Y(\xi\xi')) + 3(\xi'\Xi')(2(\xi p') \times \\ &\times (\Xi p) - Y(\xi\xi)) + 6(\xi'p)((\Xi'p')(\xi\Xi) + (\xi\Xi')(\Xi p'))) + 2m^2 \times \\ &\times ((\Xi\Xi')(3(\xi\xi')(W + Z) - 2(\xi P)(3(\xi'p) - 2(\xi'P)) - 3(\xi'P) \times \\ &\times (\xi p')) - 6(\xi\xi')(\Xi'P)((\Xi p') + (\Xi p)) + (\xi'\Xi)(2(\Xi'P)((\xi P) + \\ &+ 3(\xi p')) + (\xi\Xi')(W + Z)) + (\xi'\Xi')((\xi\Xi)(W + Z) - (\xi P)((\Xi p') + \\ &+ (\Xi p))) + 2(\xi\Xi)(\Xi'P)(3(\xi'p) + (\xi'p')) - 2(\xi'P)(\xi\Xi')((\Xi p) + \\ &+ (\Xi p'))) - m^2M^2(3(\xi'\Xi')(\xi\Xi) + 3(\xi'\Xi)(\xi\Xi') + 4(\xi\xi')(\Xi\Xi')) + \\ &+ 14m^3M((\xi\Xi') + (\xi\Xi) + (\xi'\Xi') + (\xi'\Xi)). \end{aligned}$$

Важными экспериментально определяемыми характеристиками взаимодействия поляризованных частиц являются поляризационные асимметрии различного рода. В этой связи для исследования спиновых эффектов в процессах электрон-позитронной аннигиляции в планируемых экспериментах на Международном линейном коллайдере (ILC) рассматриваются следующие асимметрии:

$$A_{\xi} = \frac{d\sigma_{\xi}(\uparrow\uparrow) - d\sigma_{\xi}(\uparrow\downarrow)}{d\sigma_{\xi}(\uparrow\uparrow) + d\sigma_{\xi}(\uparrow\downarrow)} = \frac{R_{lu}}{R},$$

где

$$R = -2WZ + Y(Z + W) + 2M^2Y + 4m^2(W + Z) + 4m^2M^2,$$

$$R_{lu} = \frac{4}{m^2}((Y^-)^2(\frac{Y(Y-W)}{Y^+} - W) + Z(WY - (Y-W)Y^-) + M^2(Y^+Y^- - Y^2)) + 6Y^-(Y-W)(\frac{1}{2} + \frac{Y^-}{Y^+}) + 3(Y^-)^2 - 4Y(W + Z) - 2M^2Y.$$

Здесь  $Y^- = Y - 2m^2$ ,  $Y^+ = Y + 2m^2$ ,  $d\sigma_{\xi}$  – дифференциальное сечение аннигиляции линейно поляризованной фермион-антифермионной пары при усреднении по спиновым состояниям конечных частиц, стрелки  $\uparrow\uparrow$  ( $\uparrow\downarrow$ ) обозначают одинаковые (противоположные) линейные поляризации начальных фермионов;

$$A_{\Xi} = \frac{d\sigma_{\Xi}(\uparrow\uparrow) - d\sigma_{\Xi}(\uparrow\downarrow)}{d\sigma_{\Xi}(\uparrow\uparrow) + d\sigma_{\Xi}(\uparrow\downarrow)} = \frac{R_{2u}}{R},$$

где

$$R_{2u} = \frac{2}{M^2}(2WZT + \frac{T^-}{T^+}T^-W(2M^2 - W) - T^-(Z(T - W) + WT^-)) + 3\frac{T^-}{T^+}((T - W)^2 + (T^-)^2 - YT) + \frac{4m^2}{M^2}(T^-(2T - W - 2M^2) - T(W + Z)) - 2m^2T.$$

Здесь  $T^- = T - 2M^2$ ,  $T^+ = T + 2M^2$ ,  $d\sigma_{\Xi}$  – дифференциальное сечение аннигиляции пары поляризованных фермиона и антифермиона в эксперименте, где регистрируются также поляризационные состояния конечных фермионов, стрелки  $\uparrow\uparrow$  ( $\uparrow\downarrow$ ) соответствуют одинаковому (противоположному) направлению их поляризаций;

$$A_{\xi}^f = \frac{\sigma_{\xi}(\uparrow\uparrow) - \sigma_{\xi}(\uparrow\downarrow)}{\sigma_{\xi}(\uparrow\uparrow) + \sigma_{\xi}(\uparrow\downarrow)}, \quad \Phi$$

где  $\sigma_{\xi}$  – полное сечение процесса аннигиляции поляризованных начальных фермионов. Стрелки указывают направления их поляризаций.

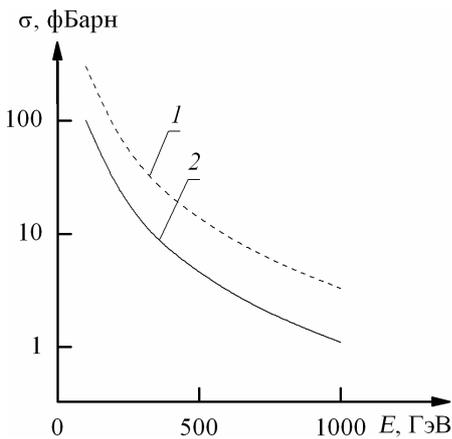


Рис. 1. Полное сечение процесса для предельно поляризованных начальных фермионов в зависимости от энергии взаимодействия:  
1 – фермионы имеют одинаковую  
2 – противоположную спиральность

Основные результаты выполненного исследования отражены на рис. 1–3, где представлены сечения и поляризационные асимметрии электрон-позитронной аннигиляции в мюон-антимюонную пару. При выполнении численных расчетов были использованы параметры и характеристики планируемых экспериментов на ILC. Исследование полного сечения процесса показало, что сечение рассеяния падает с ростом энергии  $E$  и существенно зависит от выбора поляризации взаимодействующих частиц (см. рис. 1). В связи с этим наиболее удобной для калибровки установки является область энергий 100–200 ГэВ, а в качестве используемого процесса – взаимодействие пучков поляризованных электронов и позитронов с одинаковой спиральностью. Очевидно также, что в силу сравнительно небольшой величины полного сечения в области энергий 500 ГэВ и более необходим тщательный анализ вклада эффектов высшего порядка, относительная величина которых может быть значительной.

На рис. 2 представлена теоретическая зависимость поляризационной асимметрии  $A_{\xi}^f$  рассматриваемого процесса в случае поляризованных начальных и неполяризованных конечных фермионов. Во

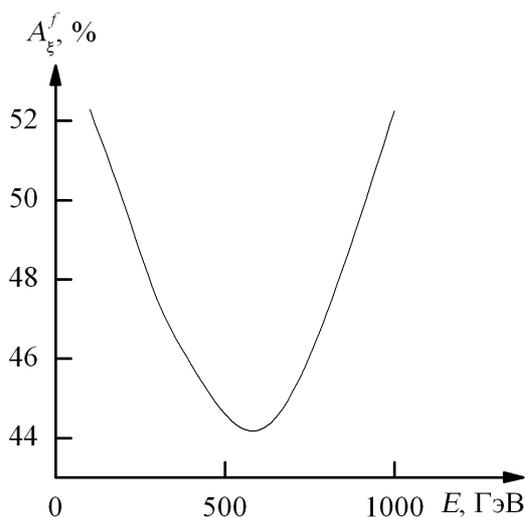


Рис. 2. Зависимость поляризационной асимметрии  $A_{\xi}^f$  от энергии рассеяния

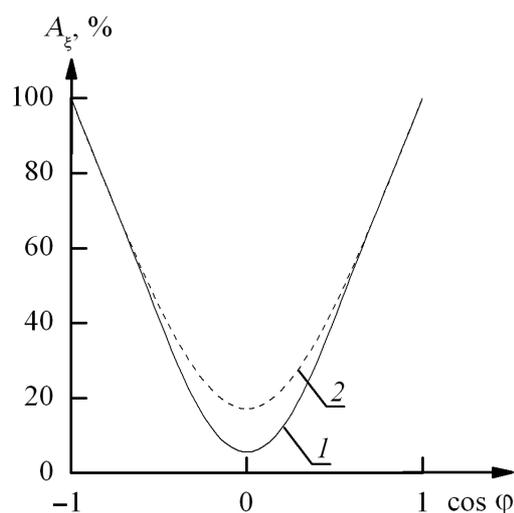


Рис. 3. Поляризационная асимметрия  $A_{\xi}$  процесса при энергии рассеяния  $E$ : 1 – 100, 2 – 500 ГэВ

всем диапазоне исследуемых энергий асимметрия изменяется от 44÷52 % и имеет выраженный минимум при 500 ГэВ. Последнее, по-видимому, определяется увеличением относительного вклада поляризационной части сечения с ростом энергии взаимодействия, в то время как полное сечение, начиная с энергии ~500 ГэВ, изменяется крайне незначительно. В связи с этим область энергий 100÷200 ГэВ удобна для калибровки установки ИЛС. В области энергий около 500 ГэВ следует изучать эффекты, не связанные с поляризацией, с ростом же энергий взаимодействия от 500 до 1000 ГэВ условия для экспериментов с поляризованными частицами становятся все более благоприятными.

Зависимость поляризационной асимметрии  $A_{\xi}$  изучаемого процесса от косинуса угла рассеяния показана на рис. 3. При энергии 500 ГэВ асимметрия имеет заметно большее значение, максимальная разница соответствует углу  $\pi/2$ , где рост величины асимметрии с энергией достигает двух раз.  $A_{\xi}$  заметно возрастает при стремлении угла рассеяния к 0 и  $\pi$ . В результате исследования зависимости поляризационной асимметрии, полученной на основе дифференциальных сечений рассеяния, от энергии установлено, что энергетическая область  $\sqrt{s} = 500$  ГэВ оптимальна для изучения рассеяния поляризованных частиц на угол  $\pi/2$ , где она достигает максимума и по абсолютной величине составляет 20 %. Дальнейший рост энергии приводит к уменьшению  $A_{\xi}$  в этой области до значений (при энергии 1 ТэВ), практически совпадающих с полученными при 100 ГэВ.

Выполненное исследование спиновых эффектов в процессе электрон-позитронной аннигиляции с рождением двух фермионов показало, что этот процесс может быть использован с высокой эффективностью для калибровки линейных коллайдеров, а также для изучения характеристик электрослабого взаимодействия поляризованных частиц при тщательном выборе кинематической области и энергии исследований. Значительная величина поляризационных асимметрий делает их интересными также для поиска эффектов, выходящих за рамки стандартной теории электрослабого взаимодействия.

1. Aguilar-Saavedra J. A. et al. // DESY. 2001. Vol. 011; arXiv: hep-ph/0106315.
2. Abe T. et al. // SLAC-R-570; arXiv: hep-ex/0106055.
3. Abe K. et al. // KEK-REPORT. 2001. Vol. 11; arXiv: hep-ph/0109166.
4. Moortgat-Pick G., Gudrid A. et al. // CERN-PH-TH. 2005. Val. 036; arXiv: hep-ph/0507011.
5. Makarenko V. V., Monig K., Shishkina T. V. // Eur. Phys. J. 2003. Vol. C32S1. P. 143.
6. Шишкина Т. В., Макаренко В. В. // Вести НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. 2005. № 1. С. 96.
7. Shishkina T. V. // Etudes on Theoretical Physics. Singapore, 2004. P. 213.
8. Shishkina T. V. // Proc. of «Foundations and Advances in Nonlinear Science». Мн., 2006. P. 104.
9. Marfin I., Shishkina T. // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2005. Vol. 8. № 4. P. 150; Elem. Part. and Field. 2006. Vol. 69. № 4. P. 710.

Поступила в редакцию 17.12.07.

**Андрей Игоревич Ковалев** – студент 4-го курса физического факультета.

**Татьяна Викентьевна Шишкина** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики.