

## ПРИЕМ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С МНОГОЧАСТОТНЫМ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ СИГНАЛА

The model of photocurrent spectrum conversion in avalanche photodiode in the regime of multifrequency optoelectronic mixing is proposed. Parametric process based on nonlinearity of avalanche gain has been studied analytically and verified in experiments on the receiving of radiation of multimode gas laser and polyharmonically modulated radiation of semiconductor injection laser.

Нелинейные свойства лавинного фотодиода (ЛФД) позволяют использовать его в комбинированном режиме в качестве детектора оптического излучения и электронного смесителя сигналов. Реализация этого режима позволяет осуществлять преобразование спектра фототока с переносом его в низкочастотную область, что дает возможность повысить спектральное разрешение, а также снизить требования к широкополосности регистрирующей аппаратуры. Нелинейные процессы, лежащие в основе параметрического преобразования сигнала, могут иметь различную природу. Известны преобразователи, использующие модуляцию ширины (емкости) обедненного слоя, туннелирование при обратном смещении, лавинный пробой  $p-n$ -перехода и др. [1, 2]. В работе [2] оценены потери на преобразование гармонически модулированного излучения AlGaAs-лазера при смешении с основной и высшими (вплоть до пятой) гармониками электронного генератора в кремниевом ЛФД. В отличие от [2] в данной статье рассматривается преобразование спектра информационного сигнала при приеме излучения с импульсно-периодической (полигармонической) модуляцией светового потока.

### Фурье-спектр коэффициента умножения ЛФД

В качестве модели вольтовой зависимости коэффициента лавинного умножения воспользуемся эмпирической формулой Миллера [3]

$$M = \left[ 1 - (U/U_b)^a \right]^{-1}, \tag{1}$$

где  $U_b$  – напряжение лавинного пробоя,  $a$  – константа, зависящая от свойств  $p-n$ -перехода. В режиме преобразования напряжение на переходе представляет собой сумму напряжения постоянного смещения и гармонического сигнала от ВЧ-генератора:  $U = U_0 + U_m \cos \omega_m t$ . Подставляя это выражение в формулу Миллера и разлагая функцию  $M(U)$  в ряд Тэйлора в окрестности точки  $U_0$  при  $U_m \ll U_0$ , будем иметь

$$M(t) \approx \frac{w}{b - \cos \omega_m t}, \tag{2}$$

$$w = \frac{1}{a\gamma\beta^{a-1}}, \quad b = \frac{1-\beta^a}{a\gamma\beta^{a-1}}, \quad \beta = \frac{U_0}{U_b}, \quad \gamma = \frac{U_m}{U_b}. \tag{3}$$

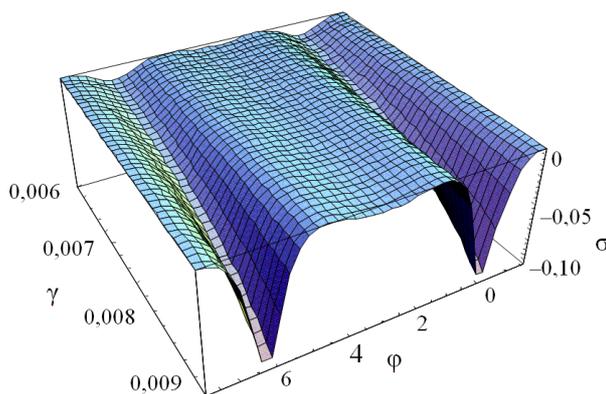


Рис. 1. Зависимость относительной погрешности представления коэффициента лавинного умножения от нормированной амплитуды модулирующего сигнала  $\gamma$  и его фазы  $\varphi$ :  $a = 4$ ;  $\beta = 0,99$

Все параметры в формулах (3) положительны. Во избежание обращения коэффициента умножения в бесконечность полагаем  $U_0 + U_m < U_b$ ,  $b > 1$ . Относительная погрешность  $\sigma$  представления  $M(t)$  приближенной по сравнению с (1) формулой (2) зависит от фазы и амплитуды модулирующего сигнала (рис. 1).

Так как функция  $M(t)$  четная, ее разложение в ряд Фурье имеет вид

$$M(t) = \bar{M} + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \cos k\omega_m t,$$

$$M_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} M(x) \cos kx \cdot dx,$$

$$M_k = \frac{2w}{\pi} \int_0^\pi \frac{\cos kx}{b - \cos x} dx = \frac{4w\xi^{k+1}}{1 - \xi^2}, \quad \bar{M} = \frac{2w\xi}{1 - \xi^2}, \quad M_k = 2\bar{M}\xi^k, \\ \xi = b - \sqrt{b^2 - 1} < 1. \quad (4)$$

Таким образом, для фурье-спектра коэффициента лавинного умножения ЛФД получаем

$$M(t) = \bar{M} \left[ 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \xi^k \cos k\omega_m t \right], \quad (5)$$

где  $\bar{M}$  – среднее по времени значение  $M(t)$ .

### Спектр мощности лазерного излучения

В работе [2] исследован режим преобразования частоты при приеме светового потока, модулированного гармоническим сигналом. С практической точки зрения более интересен случай излучения с импульсно-периодической (полигармонической) модуляцией, а также задача определения модового состава лазерного излучения.

Рассмотрим спектр средней по периоду световых колебаний мощности газового лазера с синхронизированными продольными модами. Предположим, что лазер генерирует  $2p + 1$  моду с напряжениями электрических компонент

$$E_q(z, t) = E_{0q} \sin(\omega_q t - k_q z + \varphi_q),$$

где  $E_{0q}$ ,  $\omega_q$  и  $\varphi_q$  – амплитуда, частота и начальная фаза колебаний в  $q$ -й моде соответственно,  $z$  – пространственная координата. При синхронизации начальные фазы оказываются связанными, а спектр мод становится эквидистантным. В этом случае можно положить  $\varphi_q = q\varphi$ ,  $\varphi = \text{const}$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\omega_q = \omega_0 + q\Delta\omega$ ,  $k_q = (\omega_0 + q\Delta\omega)z/c$ , где  $\Delta\omega$  – межмодовый интервал,  $c$  – скорость света в вакууме. Результирующее лазерное поле в точке  $z$  в момент времени  $t$  будет равно

$$E(z, t) = \sum_{q=-p}^p E_{0q} \sin \left[ (\omega_0 + q\Delta\omega) \left( t - \frac{z}{c} \right) + q\varphi \right].$$

Для перехода от напряженности поля к мощности излучения возведем  $E(z, t)$  в квадрат и усредним результат на временном интервале  $\Delta t$ , который велик по сравнению с периодом световых колебаний, но мал по сравнению с интервалом  $2\pi/2p\Delta\omega$ , где  $2p\Delta\omega$  – ширина спектра генерации лазера. Перенесем начало отсчета времени таким образом, чтобы новая переменная  $t'$  удовлетворяла условию  $t' = t - z/c + \varphi/\Delta\omega$ , но сохраним для нее прежнее обозначение  $t$ . Умножим результат усреднения на  $A\varepsilon_0 c$  ( $A$  – площадь приемной апертуры ЛФД,  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная). В результате получим мгновенное значение средней мощности светового поля на фотодетекторе

$$P(t) = \sum_{q=-p}^p P_q + 2 \sum_{n=1}^{2p} \sum_{q=-p}^{p-n} (P_q P_{q+n})^{1/2} \cos n\Delta\omega t, \quad (6)$$

где  $P_q$  – средняя по периоду световых колебаний мощность  $q$ -й моды. Обозначив  $\bar{P}$  – среднее, а  $P_{an}$  – амплитудное значение мощности на частотах биений мод  $n\Delta\omega$ , на основании (6) для спектра мощности окончательно получим

$$P(t) = \bar{P} + \sum_{n=1}^{2p} P_{an} \cos n\Delta\omega t, \quad (7)$$

$$\bar{P} = \sum_{q=-p}^p P_q, \quad P_{an} = 2 \sum_{q=-p}^{p-n} (P_q P_{q+n})^{1/2}. \quad (8)$$

В качестве модели сигнала с иным полигармоническим спектром рассмотрим излучение полупроводникового инжекционного лазера, модулированного срезанной косинусоидой. Используем кусочно-линейную аппроксимацию реальной ватт-амперной характеристики лазера, что в рассматриваемой задаче не приводит к потере общности получаемых результатов.

Инжекционный лазер питается от генератора тока. Уровень постоянного смещения  $I_b$  выбирается меньшим порогового тока  $I_{th}$ . На ток  $I_b$  накладывается модулирующий сигнал вида  $I_a \cos \omega_a t$ . В ка-

ждом периоде модуляции  $T = 2\pi/\omega_a$  лазерная генерация имеет место в течение времени  $\Delta t = 2\theta_c/\omega_a$ , где  $\theta_c = \arccos[(I_{th} - I_b)/I_a]$  – угол отсечки излучения. Мгновенная мощность лазерного импульса во временном интервале  $-\theta_c/\omega_a \leq t \leq \theta_c/\omega_a$  равна

$$P(t) = \beta_d(I_b - I_{th} + I_a \cos \omega_a t),$$

где  $\beta_d = dP/dI$  – дифференциальная эффективность лазера. При выбранном начале отсчета времени функция  $P(t)$  четная, поэтому ее разложение в ряд Фурье имеет вид

$$P(t) = P_0 + \sum_{n=1}^{\infty} P_n \cos n\omega_a t. \quad (9)$$

Здесь  $P_0$  ( $n=0$ ) – постоянная составляющая мощности,  $P_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ) – амплитуды ее основной и высших гармоник, выражающиеся через функции Берга  $\gamma_n(\theta_c)$  [4]:

$$P_n = \beta_d I_a |\gamma_n(\theta_c)|, \quad (10)$$

$$\gamma_0(\theta_c) = \frac{1}{\pi}(\sin \theta_c - \theta_c \cos \theta_c), \quad \gamma_1(\theta_c) = \frac{1}{\pi}(\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c), \quad (11)$$

$$\gamma_n(\theta_c) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{(\sin n\theta_c \cos \theta_c - n \cos n\theta_c \sin \theta_c)}{n(n^2 - 1)}, \quad n = 2, 3, \dots \quad (12)$$

### Многочастотное параметрическое преобразование в ЛФД

Фототок короткого замыкания ЛФД  $I_{ph}(t)$  в отсутствие умножения равен

$$I_{ph}(t) = \frac{\eta e}{\hbar \omega} P(t), \quad (13)$$

где  $\eta$  – квантовый выход фотодетектора,  $e$  – заряд электрона. Если мощность лазерного излучения достаточно велика и фототок значительно превышает темновой ток приемника, выходной ток ЛФД будет определяться произведением

$$I(t) = M(t) \cdot I_{ph}(t). \quad (14)$$

Как видно из (14) и (5), фототок в ЛФД подвергается усилению с переменным коэффициентом  $M(t)$ , имеющим полигармонический спектр (многочастотному параметрическому преобразованию).

Найдем спектр фототока при регистрации излучения лазера с синхронизированными модами. На основании (14), (13), (7) и (5) получаем

$$I(t) = \bar{M} \left\{ \bar{I} + 2 \sum_{n=1}^{2p} \sum_{k=1}^{\infty} I_{an} \xi^k \left\{ \cos [(n\Delta\omega - k\omega_m)t] + \cos [(n\Delta\omega + k\omega_m)t] \right\} \right\} + \\ + \bar{M} \left\{ \sum_{n=1}^{2p} I_{an} \cos n\Delta\omega t + 4\bar{I} \sum_{k=1}^{\infty} \xi^k \cos k\omega_m t \right\}, \quad (15)$$

$$\bar{I} = \frac{\eta e}{\hbar \omega} \bar{P}, \quad I_{an} = \frac{\eta e}{\hbar \omega} P_{an}, \quad (16)$$

где  $\bar{I}$  и  $I_{an}$  – постоянная составляющая и амплитуда  $n$ -й гармоники фототока ЛФД в отсутствие умножения. Для газовых лазеров с длиной резонатора от 2 до 0,2 м и показателем преломления активной среды  $\bar{n} \approx 1$  межмодовый интервал  $\Delta\omega/2\pi$  составляет 75÷750 МГц. Будем полагать, что общая полоса  $\Delta f_s$  ЛФД и подключенного к его выходу электронного спектроанализатора не превышает частоты межмодовых биений ( $\Delta f_s \leq \Delta\omega/2\pi$ ). В этих условиях компонентами тока с частотами, большими  $\Delta f_s$ , можно пренебречь. Тогда, обозначив  $\Delta\omega - \omega_m = \delta\omega$ , вместо (15) будем иметь

$$I(t) = \bar{M} \left\{ \bar{I} + 2 \sum_{n=1}^{2p} \sum_{k=1}^{\infty} I_{an} \xi^k \cos \{ [(n-k)\Delta\omega + k\delta\omega]t \} + 4\bar{I} \sum_{k=1}^{\infty} \xi^k \cos [k(\Delta\omega - \delta\omega)t] \right\}. \quad (17)$$

Рассмотрим режим работы ЛФД, когда частота генератора  $\omega_m$  близка к величине межмодового интервала настолько, что выполняется условие

$$2p|\delta\omega| \ll \Delta\omega. \tag{18}$$

В этом случае составляющие спектра, представленные последней суммой в (17), не попадут в полосу анализа. От первых сумм по  $n$  и  $k$  останутся только слагаемые с  $k = n$ . Таким образом, выражение (17) преобразуется к следующему:

$$I(t) = \bar{M} \left( \bar{I} + 2 \sum_{n=1}^{2p} I_{an} \xi^n \cos n\delta\omega t \right). \tag{19}$$

Близкий по форме результат получается и в случае приема излучения полупроводникового лазера со спектром мощности (9). Пусть  $n_{\max}$  – номер наивысшей гармоники спектра, амплитуда которой еще не слишком мала по сравнению с амплитудами его низших гармоник. Частота генератора  $\omega_m$  выбирается настолько близкой к частоте  $\omega_a$ , чтобы выполнялось условие, аналогичное (18):

$$n_{\max} |\delta\omega| \ll \omega_a,$$

где  $\delta\omega = \omega_a - \omega_m$ . В условиях, когда полоса анализа  $\Delta f_s$  не превышает частоты сигнала, модулирующего ток накачки лазера ( $\Delta f_s \leq \omega_a / 2\pi$ ), для тока ЛФД получаем

$$I(t) = \bar{M} \left( I_0 + 2 \sum_{n=1}^{n_{\max}} I_n \xi^n \cos n\delta\omega t \right), \tag{20}$$

$$I_0 = \frac{\eta e}{\hbar\omega} P_0, \quad I_n = \frac{\eta e}{\hbar\omega} P_n, \tag{21}$$

где  $I_0$  и  $I_n$  – постоянная составляющая и амплитуда  $n$ -й гармоники тока ЛФД в отсутствие умножения.

На рис. 2 а показан спектр гармоник излучения He-Ne-лазера ( $\lambda = 0,63$  мкм) с самосинхронизацией продольных мод, полученный экспериментально в режиме многочастотного преобразования в германиевом ЛФД на частоте  $\omega_m / 2\pi$ , близкой к величине межмодового интервала  $\Delta\omega / 2\pi$  (86 МГц). Двухсторонний спектр наблюдался на экране электронного спектроанализатора. Количество мод, участвующих в синхронизации, задавалось с помощью механизма регулировки оптических потерь в резонаторе лазера. Аналогичный режим реализован при приеме излучения полупроводникового лазера ( $\lambda = 845$  нм), модулированного срезанной косинусоидой. Спектр выходного тока ЛФД получен при  $\omega_m / 2\pi = 130$  МГц и  $\omega_a / 2\pi = 138$  МГц (рис. 3). Ток накачки лазера  $I_b = 160$  мА, пороговый ток  $I_{th} = 180$  мА. Как видно, спектр гармоник в этом случае значительно беднее, что подтверждается расчетами по функциям Берга (10) – (12).

**Коэффициент спектрального преобразования**

Как следует из выражений (19) и (20), для определения истинных амплитуд спектральных гармоник тока  $I_{an}$  или  $I_n$  необходимо знать коэффициент преобразования  $\xi$ . Расчетные значения  $\xi$  можно получить из формулы Миллера (1) и соотношений (3) и (4). Необходимые для этого параметры  $U_b$  и  $a$  определяются экспериментально. Однако в предложенной нами модели коэффициент  $\xi$  может быть оценен непосредствен-

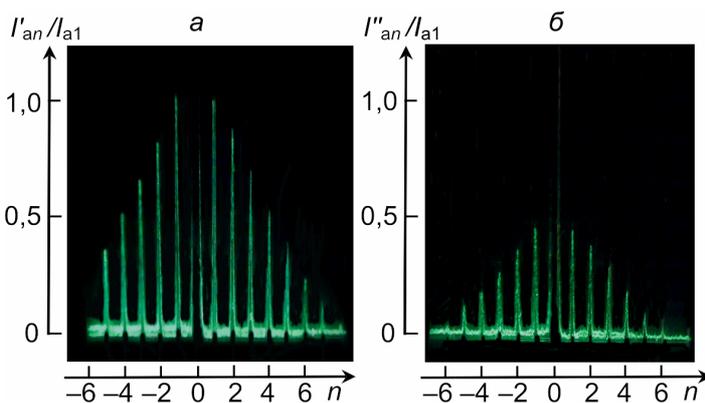


Рис. 2. Спектр гармоник тока ЛФД при приеме излучения газового лазера с самосинхронизацией мод в режимах преобразования с  $\omega_m \sim \Delta\omega$  (а) и  $\omega_m \sim \Delta\omega/2$  (б)

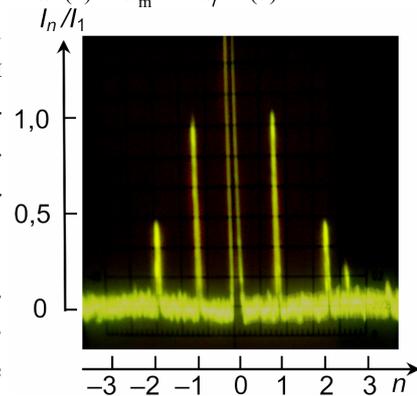


Рис. 3. Спектр гармоник тока ЛФД при приеме модулированного излучения полупроводникового лазера в режиме преобразования с  $\omega_m \sim \omega_a$

но из измерений спектральных характеристик выходного сигнала ЛФД в режиме параметрического преобразования.

Вернемся к случаю приема излучения лазера с синхронизированными модами. Предположим, что частота  $\omega_m$  выбирается теперь близкой к частоте  $\Delta\omega/2$ , причем  $\delta\omega$  определяется как разность  $\delta\omega = \Delta\omega - 2\omega_m$ . В этом случае из (15) получим

$$I(t) = \bar{M} \left\{ \bar{I} + 2 \sum_{n=1}^{2p} \sum_{k=1}^{\infty} I_{an} \xi^k \cos \left\{ \frac{1}{2} [(2n-k)\Delta\omega + k\delta\omega] t \right\} \right\} + \bar{M} \left\{ 4\bar{I} \sum_{k=1}^{\infty} \xi^k \cos \left[ \frac{1}{2} k(\Delta\omega - \delta\omega) t \right] \right\}. \quad (22)$$

Если величина  $\delta\omega$  по-прежнему удовлетворяет условию (18), от последней суммы в (22) в полосу  $\Delta f_s$  попадет только одна составляющая с частотой  $\sim \Delta\omega/2$ , которая нас не интересует. В двойной сумме по  $n$  и  $k$ , кроме составляющих с частотами  $\sim \Delta\omega/2$ , останутся информативные слагаемые с  $k = 2n$ . Таким образом, вместо (22) получим

$$I(t) = \bar{M} \left( \bar{I} + 2 \sum_{n=1}^{2p} I_{an} \xi^{2n} \cos n\delta\omega t \right). \quad (23)$$

Сравнивая выражения (19) и (23), нетрудно заметить, что преобразование гармоник в последнем случае происходит с меньшей эффективностью. Отношение амплитуд одинаковых гармоник в двух режимах равно  $\xi^n$ , откуда

$$\xi = \sqrt[n]{I_{an}'' / I_{an}'},$$

где  $n$  – номер гармоники выходного тока ЛФД,  $I_{an}'$  и  $I_{an}''$  – амплитуды гармоник в режимах преобразования с  $\omega_m \sim \Delta\omega$  и  $\omega_m \sim \Delta\omega/2$  соответственно и одинаковых амплитудах переменного напряжения на  $p$ - $n$ -переходе. Экспериментально полученные спектры выходного тока ЛФД в двух указанных режимах приведены на рис. 2 а, б. Для поддержания постоянной амплитуды напряжения при изменении частоты ВЧ-генератора  $\omega_m$  обеспечивалось постоянство среднего тока через ЛФД.

Таким образом, по измеренным амплитудам гармоник тока  $I_{an} \xi^n$  в режиме многочастотного параметрического преобразования и найденному коэффициенту преобразования  $\xi$  можно восстановить амплитуды исходных гармоник фототока  $I_{an}$ . Очевидно, коэффициент преобразования аналогичным образом можно определить и в случае приема модулированного излучения полупроводникового лазера. Из формул (7) и (16), (9) и (21) следует, что восстановленные значения  $I_{an}$  и  $I_n$  с точностью до константы соответствуют амплитудам спектра гармоник детектируемого излучения  $P_{an}$  и  $P_n$ . Следует иметь в виду, однако, что вследствие комбинированного взаимодействия, определяющего спектр межмодовых биений лазера (формулы (8)), восстановление истинного спектра фототока не дает однозначной информации о спектральном распределении мощностей синхронизированных продольных мод лазера [5].

Как показал эксперимент, значения  $\xi$ , определенные для различных гармоник, несколько различаются. Это связано с использованием малосигнального приближения при расчете фурье-спектра коэффициента умножения ЛФД (формула (2), см. рис. 1). В то же время реальный спектр функции  $M(t)$  из-за более сильной нелинейности вольтовой зависимости коэффициента умножения  $M(U)$  содержит высшие гармоники с увеличенной амплитудой. По данным рис. 2 а, б, эффективные (трактуемые в рамках малосигнального приближения) значения  $\xi$  изменяются от 0,45 ( $n = 1$ ) до 0,77 ( $n = 5$ ).

Отметим, что предложенная модель многочастотного параметрического преобразования при приеме полигармонически модулированного излучения является, строго говоря, квазистационарной. Она основывается на представлении коэффициента  $M$  в форме (1), не отражающей в явном виде инерционности процесса лавинного умножения. Однако при работе ЛФД в режиме параметрического преобразования с понижением частоты проблема конечной полосы пропускания фотоприемника практически снимается, так как измерения производятся в диапазоне частот, значительно более низких, чем его верхняя граничная частота.

1. Протопопов В.В., Устинов Н.Д. Лазерное гетеродинамирование. М., 1985.
2. Seeds A.J., Lenoir B. // IEEE Proc. 1986. Vol. 133. P. 353.
3. Карих Е.Д. Оптоэлектроника. Мн., 2000.
4. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1988.
5. Карих Е.Д. // Квантовая электроника: Материалы VI Междунар. науч.-техн. конф., Минск, 2006. Мн., 2006. С. 172.

Поступила в редакцию 11.12.07.

*Евгений Дмитриевич Карих* – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и оптоэлектроники.