

### АНАЛИЗ ВОЛНОВЫХ ДВИЖЕНИЙ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ИСТОЧНИКОМ В ТЕРМОУПРУГОЙ ГЕКСАГОНАЛЬНО АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

The equation of characteristics for system of the movement's equations of anisotropic hexagonal anisotropic environment with account of a thermal relaxation is deduced. Expressions for velocities thermoelastic waves and relations for the coordinates of points of environment determining the geometrical form of wave front are obtained. By the example of zinc and cobalt constructions of surfaces of inverse velocities and wave surfaces are executed, and also the analysis of influence of a field of temperatures on propagation of elastic waves and fields of deformations on propagation of a thermal wave is carried out.

Исследованию закономерностей распространения плоских волн, поверхностей разрывов в изотропных и анизотропных средах, тепловые свойства которых описываются обобщенным (гиперболическим) законом теплопроводности, посвящено достаточно большое количество работ [1, 2]. В частности, в [2] проведены качественный и количественный анализы особенностей распространения двумерных волн в кубически анизотропной и трансверсально-изотропной средах, а также выполнена визуализация двумерных волновых фронтов термоупругих волн. Далее представлены результаты исследования трехмерных фронтов упругих и тепловой волн, распространяющихся в гексагонально анизотропных материалах от сосредоточенного источника термоупругих возмущений (импульсная, ударная нагрузка, стационарный источник тепла), с учетом взаимосвязи теплового и механического полей.

Соответствующую систему уравнений представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 & (A_{11}\partial_1^2 + A_{66}\partial_2^2 + A_{44}\partial_3^2 - \rho\partial_t^2)u_1 + \\
 & + \partial_1((A_{11}-A_{66})\partial_2 u_2 + (A_{13} + A_{44})\partial_3 u_3) + \beta_1\partial_1 T = 0, \\
 & (A_{66}\partial_1^2 + A_{11}\partial_2^2 + A_{44}\partial_3^2 - \rho\partial_t^2)u_2 + \\
 & + \partial_2((A_{11} - A_{66})\partial_1 + (A_{13} + A_{44})\partial_3 u_3) + \beta_1\partial_2 T = 0, \\
 & (A_{44}(\partial_1^2 + \partial_2^2) + A_{33}\partial_3^2 - \rho\partial_t^2)u_3 + \\
 & + (A_{13} + A_{44})\partial_3(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2) + \beta_3\partial_3 T = 0, \\
 & (A_{44}(\partial_1^2 + \partial_2^2) + A_{33}\partial_3^2 - \rho\partial_t^2)u_3 + \\
 & + (A_{13} + A_{44})\partial_3(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2) + \beta_3\partial_3 T = 0, \\
 & c_\varepsilon\partial_t + T_0\partial_t(\beta_1(\partial_1 u_1 + \partial_2 u_2) + \beta_3\partial_3 u_3) + \sum_{k=1}^3 \partial_k q_k = 0, \\
 & \tau_i\partial_t T + q_i + \lambda_i\partial_i T = 0, \quad i = \overline{1,3}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $A_{11}, A_{33}, A_{12}, A_{13}, A_{44}$  – константы упругости гексагонально анизотропной среды ( $A_{66} = (A_{11} - A_{12})/2$ ),  $\beta_1 = (A_{11} + A_{12})\alpha_1, \beta_3 = 2A_{13}\alpha_1 + A_{33}\alpha_3$ ,  $\alpha_1, \alpha_3$  – коэффициенты линейного теплового расширения,  $c_\varepsilon$  – удельная теплоемкость при постоянной деформации,  $T_0$  – начальная температура,  $T$  – изменение абсолютной температуры,  $\rho$  – плотность,  $q_k$  – компоненты вектора поверхностной плотности теплового потока,  $u_k$  – компоненты вектора перемещений,  $\lambda_1 = \lambda_2, \lambda_3$  – коэффициенты теплопроводности,  $\tau_1 = \tau_2, \tau_3$  – время релаксации тепловых возмущений,  $\partial_i = \vec{\phi}\partial x_i, \partial_t = \vec{\phi}\partial t$ .

Начальные данные к системе (1) зададим на поверхности  $z(x_1, x_2, x_3, t) = 0$  и перейдем к новым переменным  $g_i = z_i(x_1, x_2, x_3, t)$  и  $g = z(x_1, x_2, x_3, t)$  [3]. Записав производные по переменным  $x_i, t$  через производные по переменным  $g_i, g$ , получим систему неоднородных алгебраических уравнений относительно частных производных  $\frac{\partial^2 u_i}{\partial g^2}, \frac{\partial T}{\partial g}, \frac{\partial q_i}{\partial g}$ . Приравняв к нулю главный определитель системы, придем к следующему характеристическому уравнению для (1):

$$\det \|w_{ij}\| = 0. \tag{2}$$

Компоненты определителя (2) имеют вид

$$\begin{aligned} w_{11} &= a_{11}p_1^2 + \frac{1}{2}(a_{11} - a_{12})p_2^2 + a_{44}p_3^2 - \frac{p_0^2}{c_1^2}, \quad w_{12} = w_{21} = \frac{1}{2}p_1p_2(a_{11} + a_{12}), \\ w_{22} &= a_{11}p_2^2 + \frac{1}{2}(a_{11} - a_{12})p_1^2 + a_{44}p_3^2 - \frac{p_0^2}{c_1^2}, \quad w_{13} = w_{31} = (a_{13} + a_{44})p_1p_3, \\ w_{33} &= a_{44}(p_1^2 + p_2^2) + a_{33}p_3^2 - \frac{p_0^2}{c_1^2}, \quad w_{23} = w_{32} = (a_{13} + a_{44})p_2p_3, \quad w_{4,i+3} = p_i, \\ w_{44} &= w_{55} = n_*^{(1)}p_0, \quad w_{66} = n_*^{(3)}p_0, \quad w_{k7} = -p_k, \quad w_{37} = -\beta p_3, \quad w_{3+k,7} = p_k, \quad w_{67} = \lambda p_k, \\ w_{7,k} &= \varepsilon p_0 p_k, \quad w_{73} = \beta \varepsilon p_0 p_3, \quad w_{i+3,7} = p_i, \quad w_{77} = p_0, \end{aligned}$$

где  $n_*^{(m)} = \tau_m \omega_*$  – характерное время колебаний,  $\omega_* = (c_\varepsilon c_1^2)/\lambda_1$  – характерная величина, имеющая размерность частоты,  $\varepsilon = T_0 \beta_1^2 / (c_\varepsilon A_{11})$  – безразмерный коэффициент связанности механического и температурного полей,  $a_{mn} = A_{mn} / A_{11}$ ,  $c_1 = \sqrt{A_{11} / \rho}$ ,  $\beta = \beta_3 / \beta_1$ ,  $\lambda = \lambda_3 / \lambda_1$ ,  $p_i = \partial z / \partial x_i$ ,  $p_0 = \partial z / \partial t$ ,  $i = \overline{1, 3}$ ,  $k = \overline{1, 2}$ .

Раскрыв определитель (2), получим уравнение характеристической поверхности

$$\begin{aligned} p_0^2 \left( (a_{11} - a_{12})(p_1^2 + p_2^2) + 2a_{44}p_3^2 - 2\frac{p_0^2}{c_1^2} \right) \times \\ \times \left( \frac{q_0 p_0^6}{c_1^6} + \frac{q_1 p_0^4}{c_1^6} + \frac{q_2 p_0^2}{c_1^6} + q_3 \right) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициенты уравнения (3) представим в виде

$$\begin{aligned} q_0 &= n_1^{(*)} n_3^{(*)}, \\ q_1 &= -\lambda n_*^{(3)} \left( 1 + (\varepsilon + a_{11} + a_{44}) n_*^{(1)} \right) (p_1^2 + p_2^2) - n_*^{(1)} \left( 1 + (\varepsilon \beta^2 + a_{33} + a_{44}) \lambda n_*^{(3)} \right) p_3^2, \\ q_2 &= \left( (a_{11} + a_{44}) n_*^{(1)} + (a_{33} + a_{44}) \lambda n_*^{(3)} + (a_{11} a_{33} - a_{13} (a_{13} + 2a_{44}) + \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon \lambda (a_{33} - 2\beta (a_{13} + a_{44}) + a_{11} \beta^2)) n_*^{(1)} n_*^{(3)} \right) p_3^2 (p_1^2 + p_2^2) + \\ &\quad + (a_{11} + a_{44} + (\varepsilon + a_{11}) a_{44} n_*^{(1)}) \lambda n_*^{(3)} (p_1^2 + p_2^2)^2 + (a_{33} + (1 + \varepsilon \beta^2 + a_{33}) a_{44} \lambda n_*^{(3)}) n_*^{(1)} p_3^4, \\ q_3 &= \left( (p_1^2 + p_2^2) p_3^2 (a_{13}^2 - a_{11} a_{33} + 2a_{13} a_{44}) - \right. \\ &\quad \left. - a_{44} (a_{11} (p_1^2 + p_2^2)^2 + a_{33} p_3^4) \right) (\lambda n_*^{(3)} (p_1^2 + p_2^2) + n_*^{(1)} p_3^2). \end{aligned}$$

Из уравнения (3) следует существование стационарной поверхности разрыва ( $p_0 = 0$ ) одной квазипоперечной чисто упругой волны, модифицированных квазипоперечной и квазипродольной упругих волн, на распространение которых влияет температурное поле, а также модифицированной тепловой волны, распространение которой сопровождается упругими деформациями. С учетом того, что скорость распространения поверхности разрыва  $V = -p_0 / \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}$  [3], из уравнения (3) после несложных преобразований будем иметь

$$\begin{aligned} \left( (a_{11} - a_{12})(n_1^2 + n_2^2) + 2a_{44}n_3^2 - 2v^2 \right) \times \\ \times (q_0 v^6 + \hat{q}_1 v^4 + \hat{q}_2 v^2 + \hat{q}_3) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь коэффициенты  $\hat{q}_s$  получаются из выражений для коэффициентов  $q_s$ ,  $s = \overline{1, 3}$ , заменой параметров  $p_s$  на направляющие косинусы нормали к характеристической поверхности  $n_s = \cos \alpha_s$  ( $\alpha_s$  – угол между нормалью и осью координат  $x_s$ ). В результате решения уравнения (4) относительно безразмерной скорости  $v$  распространения термоупругой волны получим

$$v_n = \sqrt{2\sqrt{\frac{\hat{p}}{3}} \cos\left(\frac{\hat{\Lambda} + 2\pi(4-n)}{3}\right) - \frac{\hat{q}_1}{3q_0}}, \quad (5)$$

$$v_4 = \sqrt{\frac{1}{2}(1-a_{12})(n_1^2 + n_2^2) + a_{44}n_3^2},$$

где  $\hat{\Lambda} = \arccos\left(-\frac{\hat{q}}{2}\sqrt{-\left(\frac{3}{\hat{p}}\right)^3}\right)$ ,  $\hat{p} = -\frac{\hat{q}_1^2}{3q_0^2} + \frac{\hat{q}_2}{q_0}$ ;  $\hat{q} = \frac{2\hat{q}_1^3}{27q_0^3} - \frac{\hat{q}_1\hat{q}_2}{3q_0^2} + \frac{\hat{q}_3}{q_0}$ ,  $n = \overline{1,3}$ .

В формулах (5)  $v_1$  является скоростью модифицированной тепловой волны (тепловой волны, сопровождающейся полем деформаций),  $v_2$  – скоростью модифицированных квазипродольной и квазипоперечных волн (упругих волн, сопровождающихся полем температур),  $v_4$  – скоростью чисто упругой квазипоперечной волны.

Применим выражения для скоростей (5) с целью построения безразмерных поверхностей обратных скоростей квазипродольной и квазипоперечной волн, распространяющихся в гексагонально анизотропной среде от точечного источника возмущений. На рис. 1 представлены безразмерные поверхности обратных скоростей для квазипоперечной волны, распространяющейся в цинке и кобальте.

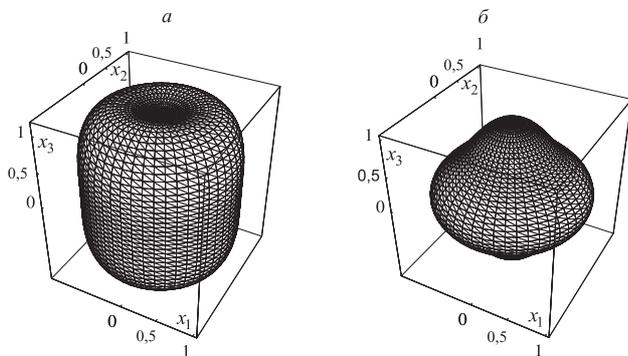


Рис. 1. Поверхности обратных скоростей для термоупругих квазипоперечных волн, распространяющихся со скоростью  $v_3$  в цинке (а), кобальте (б)

Упругие и тепловые свойства цинка описываются константами  $A_{11} = 161$ ,  $A_{13} = 50,1$ ,  $A_{44} = 38,3$ ,  $A_{33} = 61$ ,  $A_{12} = 34,2$  ГПа,  $\alpha_1 = -6,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\alpha_3 = 16,1 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ ,  $c_\epsilon = 2,688 \cdot 10^6$  Дж/(град $\cdot$ м $^3$ ),  $\lambda_1 = 111$  Вт/(м $\cdot$ град),  $\rho = 6920$  кг/м $^3$ ; для кобальта  $A_{11} = 307$ ,  $A_{13} = 103$ ,  $A_{44} = 75,3$ ,  $A_{33} = 358,1$ ,  $A_{12} = 165$  ГПа,  $\alpha_1 = 3,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $\alpha_3 = 5 \cdot 10^{-6}$  град $^{-1}$ ,  $c_\epsilon = 3,632 \cdot 10^6$  Дж/(град $\cdot$ м $^3$ ),  $\lambda_1 = 117$  Вт/(м $\cdot$ град),  $\rho = 8710$  кг/м $^3$ . Начальная температура  $T_0$  для двух материалов принимается равной 300 К. Характерные числа  $n_*^{(i)}$  также принимаются одинаковыми для цинка и кобальта и составляют  $n_*^{(1)} = 1$ ,  $n_*^{(3)} = 2,25$ . Для цинка эти значения соответствуют времени релаксации тепловых возмущений  $\tau_1 = 1,78$ ,  $\tau_3 = 3,99$  пкс (характеристическая частота  $\omega_* = 5,63 \cdot 10^{11}$  1/с), для кобальта  $\tau_1 = 0,90$ ,  $\tau_3 = 2,06$  пкс ( $\omega_* = 1,09 \cdot 10^{12}$  1/с). Числовые значения взяты из справочников [4, 5].

Поверхности обратных скоростей модифицированных тепловых и квазипродольных упругих волн для цинка и кобальта имеют вид эллипсоидов вращения, осью вращения которых выступает координатная ось  $x_3$ . Поверхность обратных скоростей для квазипродольной волны, распространяющейся со скоростью  $v_4$ , является эллипсоидом вращения с полуосями  $\sqrt{2/(1-a_{12})}$  по осям координат  $x_1, x_2$  и  $\sqrt{1/a_{44}}$  по оси  $x_3$ .

Для определения взаимного влияния полей деформаций и температур на распространение термоупругих волн рассмотрим зависимости отношений скоростей  $v_n/v_{0n}$ ,  $n = \overline{1,3}$ , от угла наклона нормали к волновой поверхности ( $v_{01}$  – скорость распространения тепловой волны,  $v_{02}, v_{03}$  – скорости распространения упругих квазипродольной и квазипоперечной волн без учета температурного поля соответственно). На рис. 2 представлены зависимости  $v_1/v_{01}$  для цинка и кобальта в плоскости  $x_1 = 0$  (те же зависимости можно наблюдать в любой плоскости, проходящей через координатную ось  $x_3$  и перпендикулярной плоскости  $x_1 0x_2$ ). Построение кривых выполнено с использованием приведенных ранее числовых данных.

Из рис. 2 видно, что в результате действия поля деформаций скорость распространения тепловой волны уменьшается, в частности, для цинка максимальное уменьшение составляет  $\approx 11\%$ , для ко-

бальта –  $\approx 2\%$ . Анализ зависимости  $v_2/v_{02}$  показывает, что влияние поля температур на распространение квазипродольной упругой волны приводит к соответствующему увеличению ее скорости. На распространение квазипоперечных волн со скоростью  $v_3$  в плоскости  $x_1 = 0$  изменение температуры практически не влияет, так, для цинка максимальное уменьшение скорости составляет  $\approx 0,15\%$ . Также отметим, что на распространение тепловой и упругих волн в плоскости  $x_3 = 0$  взаимосвязь температурного и механического полей не оказывает влияния.

Рассмотрим уравнение характеристик (3) как алгебраическое уравнение третьего порядка относительно  $p_0^2$  и найдем его решение по формулам, аналогичным (5). Полученные выражения применим для построения поверхности разрыва (трехмерного фронта волны), определив систему бихарактеристик, отвечающую искомому волновому фронту. При этом бихарактеристики определяются как решения следующих систем обыкновенных дифференциальных уравнений [3]:

$$\frac{dx_s^{(n)}}{dt} = \frac{\partial p_0^{(n)}}{\partial p_s}, \quad n, s = \overline{1,3}. \quad (6)$$

Подставляя выражения для соответствующих частных производных в соотношения (6) и учитывая то, что их правая часть не зависит от времени, получим формулы для безразмерных координат  $x_s^{(n)}/(c_1 t)$ ,  $s = \overline{1,3}$ ,  $n = \overline{1,4}$ , точек среды, до которых дошло волновое возмущение (одновременно подставляем  $p_i = n_i \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2}$ ):

$$\begin{aligned} \frac{x_s^{(k)}}{c_1 t} = & \frac{1}{v_n} \left( \frac{1}{2\sqrt{-3\bar{p}}} \left( \frac{2\bar{q}_1\bar{q}_{1s}}{3q_0^2} - \frac{\bar{q}_{2s}}{q_0} \right) \cos \left( \frac{\bar{\Lambda} + 2\pi(4-k)}{3} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\bar{p}}{-3}} \sin \left( \frac{\bar{\Lambda} + 2\pi(4-k)}{3} \right) \sqrt{\frac{\bar{p}^3}{4\bar{p}^3 + 27\bar{q}^2}} \times \right. \\ & \times \left( \left( \frac{2\bar{q}_1^2\bar{q}_{1s}}{9q_0^3} - \frac{\bar{q}_2\bar{q}_{1s} + \bar{q}_1\bar{q}_{2s}}{3q_0^2} + \frac{\bar{q}_{3s}}{q_0} \right) \sqrt{\left( \frac{-3}{\bar{p}} \right)^3} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{9\bar{q}\sqrt{3}}{2} \sqrt{\left( \frac{-1}{\bar{p}} \right)^5 \left( \frac{2\bar{q}_1\bar{q}_{1s}}{3q_0^2} - \frac{\bar{q}_{2s}}{q_0} \right)} \right) \right), \quad k = \overline{1,3}, \\ \frac{x_s^{(4)}}{c_1 t} = & \frac{(1-a_{12})n_s}{2v_4}, \quad \frac{x_3^{(4)}}{c_1 t} = \frac{a_{44}n_3}{v_4}. \end{aligned} \quad (7)$$

Коэффициенты  $\bar{q}_{kn}$ ,  $k, n = \overline{1,3}$ , определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} q_{1i} = & -2\lambda n_*^{(3)} \left( 1 + (\varepsilon + a_{11} + a_{44}) n_*^{(1)} \right) n_i, \quad q_{13} = -2n_*^{(1)} \left( 1 + (\varepsilon\beta^2 + a_{33} + a_{44}) \lambda n_*^{(3)} \right) n_3, \\ q_{2i} = & 2 \left( \left( (a_{11} + a_{44}) n_*^{(1)} + (a_{33} + a_{44}) \lambda n_*^{(3)} + (a_{11}a_{33} - a_{13}(a_{13} + 2a_{44}) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \varepsilon\lambda(a_{33} - 2\beta(a_{13} + a_{44}) + a_{11}\beta^2)) n_*^{(1)} n_*^{(3)} \right) n_3^2 + \right. \\ & \left. + 2(a_{11} + a_{44} + (\varepsilon + a_{11})a_{44}n_*^{(1)}) \lambda n_*^{(3)} (n_1^2 + n_2^2) \right) n_i, \end{aligned}$$

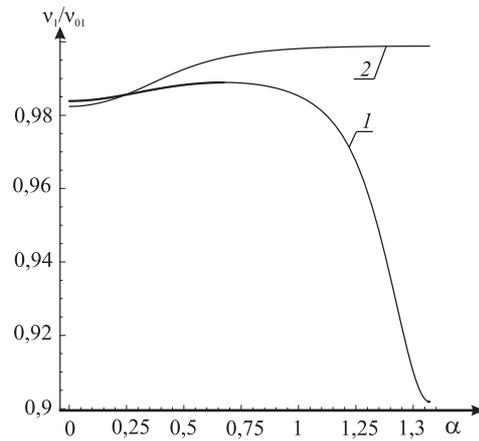


Рис. 2. Зависимости отношений скоростей  $v_1/v_{01}$  от угла наклона нормали к волновой поверхности для цинка и кобальта в плоскости  $x_1 = 0$ : 1 – цинк, 2 – кобальт

$$\begin{aligned}
 q_{23} &= 2\left(\left((a_{11} + a_{44})n_*^{(1)} + (a_{33} + a_{44})\lambda n_*^{(3)} + (a_{11}a_{33} - a_{13}(a_{13} + 2a_{44}) + \right.\right. \\
 &\quad \left. + \varepsilon\lambda(a_{33} - 2\beta(a_{13} + a_{44}) + a_{11}\beta^2))n_*^{(1)}n_*^{(3)}\right)(n_1^2 + n_2^2) + \\
 &\quad + 2\left(a_{33} + (1 + \varepsilon\beta^2 + a_{33})a_{44}\lambda n_*^{(3)}\right)n_*^{(1)}n_3^2, \\
 q_{3i} &= 2\left(\left(2n_i n_3^2(a_{13}^2 - a_{11}a_{33} + 2a_{13}a_{44}) - \right.\right. \\
 &\quad \left. - 2n_i a_{44} a_{11}(n_1^2 + n_2^2)\right)\left(\lambda n_*^{(3)}(n_1^2 + n_2^2) + n_*^{(1)}n_3^2\right) + \\
 &\quad + \lambda n_*^{(3)}\left(\left(n_1^2 + n_2^2\right)n_3^2(a_{13}^2 - a_{11}a_{33} + 2a_{13}a_{44}) - a_{44}\left(a_{11}(n_1^2 + n_2^2)^2 + a_{33}n_3^4\right)\right)\right)n_i, \\
 q_{33} &= 2\left(\left(\left(n_1^2 + n_2^2\right)(a_{13}^2 - a_{11}a_{33} + 2a_{13}a_{44}) - 4a_{44}a_{33}n_3^2\right)\left(\lambda n_*^{(3)}(n_1^2 + n_2^2) + n_*^{(1)}n_3^2\right) + \right. \\
 &\quad \left. + n_*^{(1)}\left(\left(n_1^2 + n_2^2\right)n_3^2(a_{13}^2 - a_{11}a_{33} + 2a_{13}a_{44}) - a_{44}\left(a_{11}(n_1^2 + n_2^2)^2 + a_{33}n_3^4\right)\right)\right)n_3.
 \end{aligned}$$

Выражения для коэффициентов  $\hat{q}_k$  получаются из выражений для коэффициентов  $q_k$  в результате замены параметров  $p_k$  на направляющие косинусы  $n_k$ .

Соотношения (6), (7) позволяют выполнить построения безразмерных трехмерных фронтов модифицированных упругих и тепловых волн, распространяющихся в гексагонально анизотропных материалах. На рис. 3 представлены фронты модифицированных тепловой и квазипоперечной волн, распространяющихся в цинке от точечного источника возмущений (числовые данные прежние). Для нахождения абсолютных значений координат точек волновых фронтов необходимо умножить значения, приведенные по осям координат, на величину, равную  $c_i t$ .

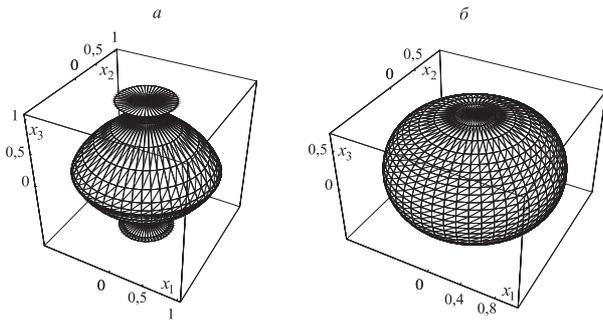


Рис. 3. Безразмерные трехмерные фронты (а) квазипоперечной модифицированной волны, имеющей скорость  $v_3$ , и (б) тепловой модифицированной волны, распространяющихся в цинке

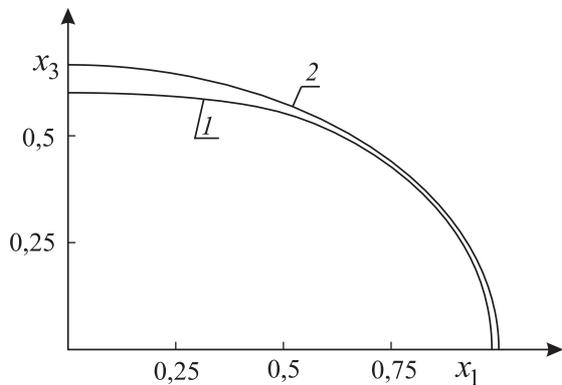


Рис. 4. Фронты модифицированной тепловой волны (1) и тепловой волны (2), распространяющиеся в цинке (плоскость  $x_1 = 0$ )

Из рис. 3 а видно, что распространение квазипоперечной модифицированной волны происходит с возникновением двух лакун в виде конусов, осями которых является координатная ось  $x_3$ . На волновой поверхности квазипоперечной волны в кобальте также образуются две лакуны, которые имеют вид двух колец, центр которых расположен на оси  $x_3$ . Заметим также, что волновая поверхность модифицированной тепловой волны имеет вид, представленный на рис. 3 б. Трехмерный волновой фронт квазипоперечной волны, распространяющейся со скоростью  $v_4$ , описывается уравнением эллипсоида вращения.

Сравнительный анализ сечений трехмерных волновых фронтов модифицированных упругих и тепловых волн, проведенный для цинка и кобальта, показывает, что в плоскости  $x_1 = 0$  волновой фронт модифицированной тепловой волны отстает от фронта тепловой волны, а фронт модифицированной квазипродольной волны опережает фронт чисто упругой квазипродольной волны. В частности, на рис. 4 представлены безразмерные фронты тепловой и модифицированной тепловой волн в плоскости  $x_1 = 0$  для цинка (числовые данные прежние).

Максимальное опережение фронтом тепловой волны фронта модифицированной тепловой волны для цинка составляет  $0,064c_1 t_1$  ( $t_1 = 1$  с). Практически на такую же величину происходит отставание

фронта чисто упругой квазипродольной волны от фронта модифицированной квазипродольной волны. Отметим также, что расположение волновых фронтов, аналогичное тому, что представлено на рис. 4, можно наблюдать в цинке для модифицированных тепловых и квазипродольных волн в любой плоскости, которая проходит через ось  $x_3$  и перпендикулярна плоскости  $x_1 0x_2$ . Волновой фронт модифицированной квазипоперечной волны в цинке в зависимости от направления распространения волны может как отставать, так и опережать фронт чисто упругой квазипоперечной волны в пределах  $-0,002c_1t_1 \dots 0,003c_1t_1$ . В плоскости  $x_3 = 0$  взаимного влияния полей деформаций и температур на распространение волн не наблюдается.

Полученные в работе результаты могут быть использованы для идентификации времени тепловых возмущений и других физико-механических констант гексагонально анизотропных материалов посредством измерения фазовой и лучевой скоростей распространения термоупругих волн.

1. Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю. Волновые явления теплопроводности: Системно-структурный подход. Мн., 1993.
2. Banerjee D.K., Pao Yih-Hsing // J. Acoust. Soc. Am. 1974. Vol. 56. № 5. P. 1444.
3. Курант Ф. Уравнения с частными производными. М., 1964.
4. Современная кристаллография. Физические свойства кристаллов. М., 1984.
5. Таблицы физических величин: Справ. / Под ред. И.К. Кикоина. М., 1976.

Поступила в редакцию 25.01.07.

**Сергей Михайлович Босяков** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической и прикладной механики.