

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ НАЛОГОВОЙ ПОЛИТИКЕ НА РЫНКЕ ДВУХ ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМЫХ ТОВАРОВ

Nonlinear differential model of two interchangeable goods/services market is investigated in order to replenish the budget by tax proceeds. The appropriate multiparametric problem of linear programming is formulated, taking into account the stable development of two competitors' relationship.

Математическая модель. Введем следующие обозначения: $p_j(t)$ – цена единицы j -го товара в момент времени t ; p_j^0 – равновесная цена j -го товара; $q_j(t)$ – количество единиц j -го товара, продаваемого в момент t ; q_j^0 – равновесное количество единиц j -го товара по цене p_j^0 ; p_j^* – нижнее пороговое значение цены j -го товара, связанное с осуществленными затратами продавца; p_j^{**} – верхнее потолочное значение цены j -го товара, выше которого покупатели отказываются приобретать данный товар; $p_j' = p_j^0 - p_j^*$ – излишек цены продавца, а $p_j'' = p_j^{**} - p_j^0$ – излишек потребительской цены [2].

Основываясь на предположениях, высказанных в [1–3], приходим к математической модели рынка двух взаимозаменяемых товаров в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{p}_j = -\frac{v_j(p_j - p_j^0)p_j'}{p_j - p_j^*} - \frac{d_j(p_j - p_j^0)p_j''}{p_j^{**} - p_j} + \frac{r_j}{q_j^0}(p_j q_j(p) - p_j^0 q_j^0) - c_j((p_j - p_j^0) - (p_i - p_i^0)), \quad p_j^* < p_j < p_j^{**}, \quad j=1,2, \quad (1)$$

где v_j, d_j, c_j – положительные параметры модели, характеризующие интенсивности экономических сил.

Недостающее звено модели – функции объемов продаж $q_j(p)$, где $p=(p_1, p_2)$ – вектор цен рынка. Определение вида таких функций основывается на анализе экономических зависимостей основных параметров модели и требует специального рассмотрения.

Функции объемов продаж. Продажа $q_j(p)$ есть функция от цен товаров-конкурентов ($p_i, i=1, 2$), которая должна удовлетворять определенным законам рыночной экономики:

1) при цене $p_j = p_j^{**}$ величина $q_j(p)=0$, что соответствует нулевой реализации j -го товара при максимальной (потолочной) цене;

2) если цена p_j стремится к нижнему (пороговому) значению p_j^* , то величина объема продаж $q_j(p)$ неограниченно возрастает;

3) если $p_j = p_j^0$, то по законам конкуренции объем продаж j -го товара увеличивается при $p_i > p_i^0, i \neq j$, и соответственно уменьшается при $p_i < p_i^0$.

Таким образом, для каждой из функций $q_j(p), j=1, 2$, выполняются следующие условия:

$$q_j(p^0) = q_j^0, \quad q_j(p) \Big|_{p_j=p_j^{**}} = 0, \quad \lim_{p_j \rightarrow p_j^{**}} q_j(p) = +\infty; \quad (2)$$

$$q_j(p) = q_j^0 - e_j \frac{q_j^0}{p_j^0} (p_j - p_j^0) + e_{ji} \frac{q_j^0}{p_i^0} (p_i - p_i^0) + o_j(\|p - p^0\|), \quad i \neq j, \quad (3)$$

где с учетом общепринятых определений [4] величины

$$e_j = -\frac{p_j^0}{q_j^0} \frac{\partial q_j(p^0)}{\partial p_j} > 0; \quad e_{ji} = \frac{p_i^0}{q_j^0} \frac{\partial q_j(p^0)}{\partial p_i} > 0, \quad i \neq j, \quad i=1,2, \quad (4)$$

означают соответственно эластичность спроса по цене и перекрестную эластичность спроса j -го товара по цене i -го товара (в точке $p = p^0$).

Нетрудно видеть, что условия (2) отвечают предположениям 1) и 2), а неравенства (4) соответствуют предположению 3).

Устойчивость экономического равновесия. Выведем условия устойчивости точки покоя $p_j = p_j^0, j=1, 2$, системы (1) для достаточно малых возмущений. С этой целью в системе (1) произведе-

дем замену переменных $x_j = p_j - p_j^0$, $j=1, 2$, учитывая при этом зависимость функций объемов продаж $q_j(p)$ от рыночных цен $p=(p_1, p_2)$. Тогда уравнениям (1) будут отвечать два дифференциальных уравнения относительно состояний $x=(x_1, x_2)$:

$$\dot{x}_j = -\frac{v_j p_j' x_j}{x_j + p_j'} - \frac{d_j p_j'' x_j}{p_j'' - x_j} - c_j(x_j - x_i) + \frac{r_j}{q_j^0}((x_j + p_j^0)q_j(x + p^0) - p_j^0 q_j^0),$$

$$-p_j' < x_j < p_j'', \quad i, j=1, 2, \quad i \neq j. \quad (5)$$

Экономическому равновесию теперь соответствует начало координат $x_1=x_2=0$ системы (5). Выделим линейное приближение этой системы в окрестности начала, учитывая разложение в ряд Тейлора функций правых частей. Тогда получим систему двух линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_j = -S_j x_j + (c_j + r_j e_{ji} p_{ji}^0) x_i, \quad i, j=1, 2, \quad i \neq j, \quad (6)$$

где $H_j = v_j + d_j$; $p_{ji}^0 = p_j^0 / p_i^0$, а $S_j = H_j + c_j - r_j(1 - e_j)$ – запас прочности [5].

Для такой системы согласно критерию Рауза – Гурвица [5] условия асимптотической устойчивости равновесия определяются соотношениями:

$$1) S_1 > 0, S_2 > 0; \quad 2) S_1 S_2 - (c_1 + r_1 e_{12} p_{12}^0)(c_2 + r_2 e_{21} p_{21}^0) > 0. \quad (7)$$

Задача об оптимальной налоговой политике. Для рассматриваемого рынка можно дать рекомендации правительству по оптимизации политики в области налогообложения [5]. Такая политика должна учитывать по крайней мере два обстоятельства: во-первых, сохранение устойчивости сложившихся рыночных отношений (условия (7)), а во-вторых, пополнение государственного бюджета наилучшим образом. Эти две цели можно формализовать в виде определенной задачи нелинейного программирования следующим образом.

Совершенно ясно, что правительство заинтересовано в максимально возможном сборе налогов. Поэтому в качестве критерия оптимальности возьмем выражение $T = r_1 p_1^0 q_1^0 + r_2 p_2^0 q_2^0$, пропорциональное суммарному государственному налогу с обоих продавцов. Здесь r_j , $j=1, 2$, являются искомыми переменными, т. е. набором коэффициентов, которые пропорциональны уровням взимаемого налога с каждого продавца. Осуществляя поиск оптимальных в этом смысле величин $r_j = r_j^0$ (доставляющих максимум выражению T) в рамках выполнения условий асимптотической устойчивости равновесных цен, можно добиться достижения обеих указанных целей. Таким образом, приходим к следующей задаче нелинейного программирования:

$$r_1 p_1^0 q_1^0 + r_2 p_2^0 q_2^0 \rightarrow \max,$$

$$S_1 S_2 - (c_1 + r_1 e_{12} p_{12}^0)(c_2 + r_2 e_{21} p_{21}^0) > 0; \quad r_j > 0, \quad r_j(1 - e_j) < H_j + c_j, \quad j=1, 2. \quad (8)$$

Отметим общий вывод, который непосредственно следует из ограничений задачи (8):

– эластичный спрос по цене соответствует положительному запасу прочности рынка;
– из двух рынков, отличающихся только эластичностями спросов по цене, рынок с эластичным спросом более устойчив, чем рынок с неэластичным спросом.

Следовательно, рынки с эластичным спросом по цене могут облагаться более высокими налоговыми ставками по сравнению с рынками, имеющими неэластичный спрос по цене.

Целью математического решения сформулированной задачи оптимизации является выявление скрытых резервов налоговой политики, которые могут оказаться полезными в тех или иных обстоятельствах при выработке экономической политики государства.

Будем решать задачу (8) геометрическим методом на плоскости переменных (r_1, r_2) . Предварительно сделаем два важных замечания.

Замечание 1. Ясно, что для существования решения задачи (8) множество планов должно быть замкнутым. Поэтому удобно рассмотреть близкую задачу, где в основных и прямых ограничениях все строгие знаки неравенства следует заменить соответствующими нестрогими знаками. Таким образом, вместо (8) будем рассматривать следующую задачу:

$$r_1 p_1^0 q_1^0 + r_2 p_2^0 q_2^0 \rightarrow \max,$$

$$(H_1 + c_1 - r_1(1 - e_1))(H_2 + c_2 - r_2(1 - e_2)) - (c_1 + r_1 e_{12} p_{12}^0)(c_2 + r_2 e_{21} p_{21}^0) \geq 0;$$

$$r_j \geq 0, \quad r_j(1 - e_j) \leq H_j + c_j, \quad j=1, 2. \quad (9)$$

Отличие экономической интерпретации оптимальных планов задач (8) и (9) состоит в следующем. Если величины $r_j = r_j^0$, $j=1, 2$, определяют решение измененной задачи (9) с замкнутым множеством планов, экономически рекомендуемые значения параметров r_j , $j=1, 2$, (задачи (8)) для выработки налоговой политики должны удовлетворять неравенствам $0 < r_j < r_j^0$, $j=1, 2$.

Замечание 2. В результате решения задачи (9) при тех или иных значениях параметров одна из координат оптимального плана (r_1^0, r_2^0) может быть неограниченной или равной нулю. С экономической точки зрения это обстоятельство вовсе не означает, что соответствующая этой координате величина налога равна 100 % или нулю. Оно лишь означает, что не все предположения модели учтены. Скорее всего, экономические (социальные, политические или иные) соображения диктуют дополнительные ограничения шкалы налогообложения вида

$$0 \leq r_0^* \leq r_j \leq r_0^{**} < +\infty, j=1, 2. \quad (10)$$

Учет этих ограничений и устранил бы неестественную ситуацию с бесконечным или нулевым значением оптимальных величин r_1^0 или r_2^0 . Тем не менее будем решать задачу (9) без ограничений вида (10), полагая, что геометрический метод ее решения с возможностью изображения множества допустимых планов на плоскости переменных (r_1, r_2) позволит без особого труда учесть и двусторонние ограничения (10).

Принимая во внимание, что полученная задача оптимизации (9) зависит от многих параметров, в данной работе рассматриваются все возможные случаи с точностью до симметрии свойств первого и второго товаров по эластичности и другим параметрам. Результаты же исследований всех остальных (симметричных) вариантов можно изложить, используя взаимную замену оптимальных значений координат r_1 и r_2 . Выбранная для исследования классификация содержит 28 вариантов. Приведем решение лишь одного из них, имея в виду, что остальные рассматриваются аналогичным образом.

Неэластичные спросы по цене ($0 < e_1 < 1$, $0 < e_2 < 1$). Сделаем замену переменных $y_j = r_j(1 - e_j) > 0$, $j=1, 2$.

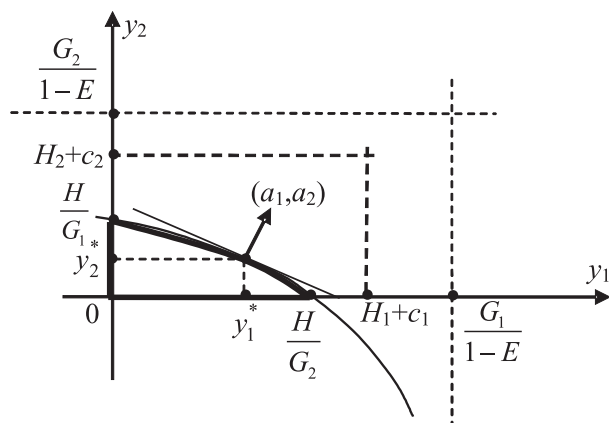
Тогда от задачи (9) переходим к следующей равносильной задаче нелинейного программирования:

$$\begin{aligned} a_1 y_1 + a_2 y_2 &\rightarrow \max, \\ y_1 y_2 (1 - E) - G_2 y_1 - G_1 y_2 + H &\geq 0; \quad 0 \leq y_j \leq H_j + c_j, \quad j=1, 2, \end{aligned} \quad (11)$$

где использованы обозначения

$$\begin{aligned} E_{12} &= \frac{e_{12}}{(1 - e_1)} \frac{p_1^0}{p_2^0}, \quad E_{21} = \frac{e_{21}}{(1 - e_2)} \frac{p_2^0}{p_1^0}; \quad E = E_{12} E_{21}, \quad A_1 = p_1^0 q_1^0; \quad a_j = \frac{p_j^0 q_j^0}{(1 - e_j)}, \quad j=1, 2; \\ H &= H_1 H_2 + c_1 H_2 + c_2 H_1; \quad G_2 = H_2 + c_2(1 + E_{12}), \quad G_1 = H_1 + c_1(1 + E_{21}). \end{aligned} \quad (12)$$

$$g_1 = c_1 e_{21} p_2^0 / p_1^0, \quad g_2 = c_2 e_{12} p_1^0 / p_2^0; \quad L = G_1 G_2 - (1 - E)H, \quad E' = e_{12} e_{21} / (1 - e_2), \quad L' = G_1 g_2 + E'H.$$



Случай $0 < e_1 < 1$, $0 < e_2 < 1$, $G_1 > 0$, $G_2 > 0$, $1 - E > 0$, $L > 0$

угольника множества планов. Несложные рассуждения показывают, что координаты точки (y_1^*, y_2^*) можно выразить следующим образом:

$$y_1^* = \frac{G_1}{1 - E} - \frac{1}{1 - E} \sqrt{\frac{a_2 L}{a_1}}, \quad y_2^* = \frac{G_2}{1 - E} - \frac{1}{1 - E} \sqrt{\frac{a_1 L}{a_2}}.$$

На рисунке представлена схема расположения множества планов задачи (11) для конкретного случая.

Это множество ограничено положительными полуосями осей Oy_1 , Oy_2 и гиперболой, соответствующей границе основного ограничения задачи.

Из рисунка видно, что точка (y_1^*, y_2^*) касания гиперболы и прямой с нормальным вектором (a_1, a_2) (т. е. целевой функции) определяет оптимальный план задачи (11), если последний находится в первой четверти координатной плоскости. Если же эта точка выходит за пределы четверти, оптимальным планом является точка, соответствующая одной из вершин криволинейного треугольника множества планов.

С учетом направления вектора целевой функции (a_1, a_2) и прямых ограничений задачи $(y_j \geq 0)$ иско-
мое оптимальное решение задачи (11) может быть записано в виде $r_1^0 = y_1^0 / (1 - e_1)$, $r_2^0 = y_2^0 / (1 - e_2)$,
где

$$y_1^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } y_1^* < 0, \\ y_1^*, & \text{если } 0 \leq y_1^* \leq H / G_2, \\ H / G_2, & \text{если } y_1^* > H / G_2, \end{cases} \quad y_2^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } y_2^* < 0, \\ y_2^*, & \text{если } 0 \leq y_2^* \leq H / G_1, \\ H / G_1, & \text{если } y_2^* > H / G_1. \end{cases}$$

Ниже приведены результаты решений задачи оптимизации (9) для всех возможных вариантов в
виде табл. 1–5, где использованы обозначения (12).

Таблица 1

Неэластичный спрос по цене: $0 < e_1 < 1$, $0 < e_2 < 1$

$r_1^0 = \begin{cases} 0, & \text{при } r_1^* < 0, \\ r_1^*, & \text{при } 0 \leq r_1^* \leq H / G_2(1 - e_1), \\ H / G_2(1 - e_1) & \text{при } r_1^* > H / G_2(1 - e_1), \end{cases}$ $r_2^0 = \begin{cases} 0 & \text{при } r_2^* < 0, \\ r_2^*, & \text{при } 0 \leq r_2^* \leq H / G_1(1 - e_2), \\ H / G_1(1 - e_2) & \text{при } r_2^* > H / G_1(1 - e_2) \end{cases}$ $r_1^* = \frac{1}{1 - e_1} \left(\frac{G_1}{1 - E} - \frac{1}{1 - E} \sqrt{\frac{a_2 L}{a_1}} \right),$ $r_2^* = \frac{1}{1 - e_2} \left(\frac{G_2}{1 - E} - \frac{1}{1 - E} \sqrt{\frac{a_1 L}{a_2}} \right)$	1-E>0
$r_1^0 = H / G_2(1 - e_1), \quad r_2^0 = 0 \quad \text{при } a_2 G_1 \leq a_1 G_2,$ $r_1^0 = 0, \quad r_2^0 = H / G_1(1 - e_2) \quad \text{при } a_2 G_1 \geq a_1 G_2$	1-E≤0
$G_2(1 - e_1)r_1^0 + G_1(1 - e_2)r_2^0 = H \quad \text{при } a_2 G_1 = a_1 G_2$	1-E=0

Таблица 2

Наличие единичной эластичности спроса по цене

$r_1^0 = H / g_2, \quad r_2^0 = 0 \quad \text{при } a_2 G_1 \leq A_1 g_2$ $r_1^0 = 0, \quad r_2^0 = H / G_1(1 - e_2) \quad \text{при } a_2 G_1 \geq A_1 g_2$	$e_1 = 1,$ $0 < e_2 < 1$
$r_1^0 = H / g_2, \quad r_2^0 = 0 \quad \text{при } A_2 g_1 \leq A_1 g_2$ $r_1^0 = 0, \quad r_2^0 = H / g_1 \quad \text{при } A_2 g_1 \geq A_1 g_2$	$e_1 = 1, \quad e_2 = 1$

Таблица 3

Единичный и эластичный спросы по цене: $e_1=1, e_2>1$

$r_1^0 = \frac{H + G_1(H_2 + c_2)}{g_2 - E'(H_2 + c_2)}, \quad r_2^0 = \frac{H_2 + c_2}{e_2 - 1}$	$G_1 > 0,$ $E' < 0$
$r_1^0 = \frac{H}{g_2 - E'(H_2 + c_2)}, \quad r_2^0 = \frac{H_2 + c_2}{e_2 - 1}$	$G_1 = 0,$ $E' < 0,$ $L' < 0$
$r_1^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } a_2 G_1 > A_1 g_2, \\ H / g_2, & \text{если } a_2 G_1 \leq A_1 g_2 \end{cases}$ $r_2^0 = \begin{cases} -H / G_1(1 - e_2), & \text{если } a_2 G_1 > A_1 g_2, \\ 0, & \text{если } a_2 G_1 \leq A_1 g_2 \end{cases}$	$G_1 < 0,$ $E' < 0,$ $L' < 0$

Эластичный спрос по цене: $e_1 > 1, e_2 > 1$

$r_1^0 = +\infty, r_2^0 = \infty$	$1-E > 0, G_1 > 0$
$r_1^0 = +\infty, r_2^0 = \frac{G_2}{(E-1)(e_2-1)}$ либо $r_1^0 = \frac{G_1}{(E-1)(e_1-1)}, r_2^0 = \infty$	$G_1 \geq 0,$ $1-E < 0, L > 0$
$r_1^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } a_2 G_1 > a_1 G_2, \\ -H / G_2 (e_1 - 1), & \text{если } a_2 G_1 \leq a_1 G_2 \end{cases}$ $r_2^0 = \begin{cases} -H / G_1 (e_2 - 1), & \text{если } a_2 G_1 > a_1 G_2, \\ 0, & \text{если } a_2 G_1 \leq a_1 G_2 \end{cases}$	$G_1 < 0, G_2 < 0,$ $1-E < 0, L > 0$
$r_1^0 = H / G_2 (1 - e_1), r_2^0 = 0$ при $a_2 G_1 < a_1 G_2$ $r_1^0 = 0, r_2^0 = H / G_1 (1 - e_2)$ при $a_2 G_1 > a_1 G_2$ $-r_1^0 G_2 (1 - e_1) - r_2^0 G_1 (1 - e_2) = H$ при $a_2 G_1 = a_1 G_2$	$G_1 < 0, G_2 < 0,$ $1-E = 0$

Таблица 5

Эластичный и неэластичный спросы по цене: $e_1 > 1, 0 < e_2 < 1$

$r_1^0 = +\infty, 0 \leq r_2^0 \leq \frac{G_2}{(1-E)(1-e_2)}$	$G_2 > 0$
$r_1^0 = \begin{cases} 0, & \text{если } a_2 G_1 \geq a_1 G_2, \\ -H / G_2 (e_1 - 1), & \text{если } a_2 G_1 < a_1 G_2 \end{cases}$ $r_2^0 = \begin{cases} H / G_1 (e_2 - 1), & \text{если } a_2 G_1 > a_1 G_2, \\ 0, & \text{если } a_2 G_1 \leq a_1 G_2 \end{cases}$	$G_2 < 0, L < 0$

Экономическая интерпретация результатов. Дадим пояснение результатов решения задачи (9) с экономической точки зрения в случаях, где соотношение параметров представляется в форме, удобной для соответствующих иллюстраций. При этом сравнительный анализ оптимально выбранных налогов с продавцов будем проводить при равенстве доходов, т. е. когда $p_1^0 q_1^0 = p_2^0 q_2^0$.

Таблица. 1. Заметим, что значения $r_1 = r_1^*$ и $r_2 = r_2^*$ можно преобразовать к виду

$$r_1^* = \frac{1}{1-E} \left(\frac{G_1}{1-e_1} - \sqrt{\frac{L}{(1-e_1)(1-e_2)}} \right), \quad r_2^* = \frac{1}{1-E} \left(\frac{G_2}{1-e_2} - \sqrt{\frac{L}{(1-e_1)(1-e_2)}} \right).$$

Поэтому при $E < 1$ и $r_1^0 = r_1^*, r_2^0 = r_2^*$ налог с первого продавца будет больше, если $G_1 / (1 - e_1) > G_2 / (1 - e_2)$, отсюда этот будет больше, если:

- $0 < e_2 < e_1 < 1$ при прочих равных;
- $p_1^0 < p_2^0$ при прочих равных;
- $e_{12} < e_{21}$ при прочих равных;
- $H_1 > H_2$ при прочих равных.

В случае же, когда $E > 1$, согласно результатам (вторая строка табл. 1) при равенстве доходов, в частности, имеем: $r_1^0 = H / G_2 (1 - e_1), r_2^0 = 0$ при $G_1 / (1 - e_2) < G_2 / (1 - e_1)$. Поэтому налог с первого продавца будет больше, если:

- $p_1^0 > p_2^0$ при прочих равных;
- $e_{12} > e_{21}$ при прочих равных;
- $H_1 < H_2$ при прочих равных.

Наконец, если $E = 1$ и $G_1 / (1 - e_1) = G_2 / (1 - e_2) = G > 0$ (третья строка табл. 1), то выбор ставки налогообложения подчиняется линейному закону $r_1^0 + r_2^0 = H / G = \text{const} > 0$.

Таблица 2. Из последней строки табл. 2 видно, что при условии $e_1=1, e_2=1$ (при совпадении доходов $p_1^0 q_1^0 = p_2^0 q_2^0$) налог с первого продавца будет больше, если $g_1 < g_2$, т. е. когда $c_1 e_{21} p_{21}^0 < c_2 e_{12} p_{12}^0$. Отсюда можно сделать следующие выводы: для случая единичных ценовых эластичностей налог с первого продавца будет больше, если:

- $c_1 < c_2$ при прочих равных;
- $p_1^0 > p_2^0$ при прочих равных;
- $e_{12} > e_{21}$ при прочих равных.

Таблица 4. Из третьей строки табл. 4 при $E>1$ (при равенстве доходов $p_1^0 q_1^0 = p_2^0 q_2^0$), в частности, будем иметь

$$r_1^0 = -H / G_2 (e_1 - 1), \quad r_2^0 = 0 \quad \text{при} \quad a_2 G_1 < a_1 G_2 \quad (G_1 < 0, G_2 < 0, L > 0).$$

Поэтому налог с первого продавца будет больше, если $-G_1 / (e_2 - 1) < -G_2 / (e_1 - 1)$. Отсюда можно сделать вывод о том, что при выполнении неравенств $G_1 < 0, G_2 < 0, L > 0$ налог с первого продавца будет больше, если:

- $1 < e_1 < e_2$ при прочих равных;
- $p_1^0 > p_2^0$ при прочих равных;
- $e_{12} > e_{21}$ при прочих равных;
- $H_1 > H_2$ при прочих равных.

Если же $E=1$ и $-G_1 / (e_1 - 1) = -G_2 / (e_2 - 1) = G > 0$ (последняя строка табл. 4), то имеем $r_1^0 + r_2^0 = H / G = \text{const} > 0$. Поэтому здесь выбор ставки налогообложения подчиняется линейному закону.

1. Калитин Б.С. // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2003. № 3. С. 67.
2. Калитин Б.С. // Экономика. Управление. Право. 2004. № 2. С. 3.
3. Калитин Б.С. // Вестн. БГУ. Сер. 1. 2005. № 2. С. 80.
4. Долан Э.Дж., Линсдей Д. Рынок: микроэкономическая модель. СПб., 1992.
5. Калитин Б.С. Математические модели экономики. Мн., 2004.

Поступила в редакцию 16.01.08.

Борис Сергеевич Калитин – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры методов оптимального управления.

Екатерина Владимировна Трухан – аспирант кафедры методов оптимального управления. Научный руководитель – Б.С. Калитин.