АДАПТИВНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПРИ АНАЛИЗЕ СТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЕ

Д. В. Федасюк, П. В. Сердюк, Ю. Б. Семчишин

Национальный университет «Львовская политехника»,
Кафедра программного обеспечения
ул. С. Бандеры 28а, г. Львов, 79013, Украина
телефон/факс: +380 32 2582578; e-mail: 7th@ukr.net
web: lp.edu.ua/IKN/pz

В работе описана реализация адаптивного подхода к иерархически-распределённому решению СЛАУ большой размерности, который позволяет минимизировать суммарное время простоя системы распределения вычислений. Также в работе описан опыт адаптивно-распределённого решения СЛАУ большой размерности, полученной в результате анализа стационарного теплового распределения в многослойной печатной плате.

Ключевые слова — печатная плата, прямое решение, распределённые вычисления, СЛАУ.

1 ВВЕДЕНИЕ

Значительное количество задач математической физики может быть решено с помощью систем дифференциальных уравнений в частных производных. Решение таких систем, после их линеаризации численными методами, сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Вследствие сложной природы многих физических объектов, полученные матрицы коэффициентов могут иметь слишком большую размерность, что затрудняет, а иногда и делает невозможным решение задачи без привлечения мощных вычислительных ресурсов [1].

Если принять во внимание то, что, с одной стороны, организация вычислительных кластеров на базе существующей инфраструктуры (что, к сожалению, часто означает гетерогенность вычислительных ресурсов и денормализированность локальных сетей) позволяет значительную экономию средств, а, с другой стороны, матрицы описанных СЛАУ часто имеют специальную (например, блочно-ленточную) структуру, что делает возможным сравнительно легкое их разделение на слабосвязные части, то актуальность систем распределения вычислений становится очевидной [2, 3].

В работах [4] и [5] авторами введено понятие неоднородных систем распределённой обработки данных, описаны ключевые особенности таких систем и осуществлена их классификация. Также в работах предложен ряд критериев для количественной, качественной и комбинированной оценок степени неоднородности таких систем.

Автор работы [6] продолжила исследования предыдущих авторов, значительно расширив набор доступных критериев для оценки параметров неоднородных систем распределённой обработки данных. Однако, к сожалению, за пределами работы остались вопросы возможности и целесообразности использования предлагаемых критериев при разработке систем распределения вычислений, решающих реальные задачи.

В работах [7] и [8] коллектив авторов детально рассматривает вопрос адаптивности в распределённых средах, однако целью этих исследований является не минимизация суммарного времени простоя аппаратных средств, а обеспечение максимальной надежности и отказоустойчивости вычислительного кластера программными средствами.

Авторы работы [9] пытались решить проблему эффективного разделения задачи на подзадачи с целью максимизации производительности гетерогенной распределённой среды, однако в работе не рассматривается возможность нелинейной зависимости между вычислительной мощностью узла и размерностью данных подзадачи.

Несмотря на многочисленные преимущества рассмотренных работ, проблема реализации адаптивного подхода к иерархически-распределённому решению СЛАУ большой размерности является актуальной и требует более детального изучения.

2 РЕАЛИЗАЦИЯ АДАПТИВНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Задачей работы является реализация адаптивного подхода к иерархически-распределённому решению СЛАУ большой размерности, а также использование повышенной производительности системы распределения вычислений для решения практических задач. Рассмотрим подробнее понятия адаптивного подхода и требования к нему.

Реализация адаптивного подхода к решению СЛАУ заключается в приспособлении алгоритма разделения задачи на подзадачи к вычислительной мощности подчиненных исполнителей с целью, во-первых, минимизации общего времени выполнения задания:

$$\vec{t}_{\max} \to \min, \qquad (1)$$

и, во-вторых, минимизации суммарного времени простоя системы распределения вычислений:

$$\sum_{i=1}^{k}\left(\vec{t}_{\max} - \vec{t}_i\right) \to \min, \qquad (2)$$

где k — количество подчиненных исполнителей у узла, реализующего адаптивный подход, $\vec{t} \in R^k$ — действительный вектор размерности k, содержащий значение времени выполнения частей задания подчиненными исполнителями, а $\vec{t}_{\max}$ — наибольшее значение в векторе $\vec{t}$.

Однако, в данном случае, значения общего времени выполнения задания (1) и суммарного времени простоя системы распределения вычислений (2) являются линейно зависимыми, а потому могут быть минимизированы одновременно благодаря реализации адаптивного подхода к распределению вычислений при решении СЛАУ.

Очевидно, что для реализации адаптивного подхода к иерархически-распределённому решению СЛАУ большой размерности, необходим эффективный метод оценки реальной вычислительной мощности узлов системы распределения вычислений.

Сегодня самой распространенной единицей измерения вычислительной мощности аппаратных средств является FLOPS (англ. FLoating point Operations Per Second — «операций с плавающей запятой в секунду»). Вычислительной мощностью в 1 FLOPS обладает система, способная выполнять одну операцию с плавающей запятой в течение одной секунды. Очевидно, что FLOPS является слишком малой единицей для измерения вычислительной мощности современных компьютеров, поэтому наиболее часто употребляемой является кратная единица — MFLOPS. Одним из популярных способов определения вычислительной мощности компьютера являются решения на нем СЛАУ с заполненной матрицей методом Гаусса без оптимизаций. Обычно используются СЛАУ из ста уравнений, однако, в случае необходимости повышения точности результата, то могут быть использованы СЛАУ из тысячи уравнений.

Известно, что при решении СЛАУ с заполненной матрицей размером $n \times n$ элементов методом Гаусса выполняется в общем количестве $\frac{1}{2}n(n+1)$ операций деления, $\frac{1}{6}\left(2n^3 + 3n^2 - 5n\right)$ операций умножения и $\frac{1}{6}\left(2n^3 + 3n^2 - 5n\right)$ операций вычитания [10]. Следовательно, общее количество операций с плавающей запятой составляет $\frac{1}{2}n(n+1) + \frac{2}{6}\left(2n^3 + 3n^2 - 5n\right) = \frac{2}{3}n^3 + \frac{3}{2}n^2 - \frac{7}{6}n$. Поэтому при решении тестовой СЛАУ из ста уравнений будет всего выполнено $\frac{2}{3}100^3 + \frac{3}{2}100^2 - \frac{7}{6}100 = 681550$ операций с плавающей запятой. Вычислительная мощность компьютера определяется элементарно:

$$p = \frac{681550}{t}\ \text{FLOPS}, \qquad (3)$$

где t — время решения тестовой СЛАУ из ста уравнений в секундах.

Поскольку вычислительная сложность решения СЛАУ с заполненной матрицей составляет в общем случае $O\left(n^3\right)$, то, для минимизации суммарного времени простоя системы при разделении каждой задачи на подзадачи, они должны быть такими, чтобы сумма кубов размеров секций, входящих в каждую подзадачу, была пропорциональна вычислительной мощности подчиненного исполнителя, для которого эта подзадача предназначена:

$$\forall i \in \overline{1,k} : \sum_{j=1}^{m_i} \vec{s}_{ij}^{\,3} \propto \vec{p}_i, \qquad (4)$$

где k — количество подчиненных исполнителей в узла, реализующего адаптивный подход, натуральные векторы $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \ldots, \vec{s}_k$ с размерностями $m_1, m_2, \ldots, m_k$ соответственно — размеры секций предназначенных для каждого подчиненного исполнителя, $\vec{p} \in R^k$ — действительный вектор размерности k, содержащий значение вычислительных мощностей подчиненных исполнителей.

Поскольку узлы системы распределения вычислений могут быть также задействованы в выполнении других задач или в обслуживании пользователей, то значение их вычислительной мощности, доступной системе распределения вычислений, может значительно колебаться в течение суток, а, следовательно, возникает необходимость осуществления повторных тестирований вычислительной сети время от времени, а лучше всего — перед началом выполнения каждого нового задания.

Именно такой адаптивный подход был реализован в разрабатываемой системе распределённого решения СЛАУ с иерархической структурой. Система была разработана средствами среды Microsoft Visual Studio 2005 на языке C# для платформы Microsoft .NET Framework 2.0.

3 МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕЧАТНОЙ ПЛАТЫ

Математическая модель стационарного теплового распределения в многослойной печатной плате с одиннадцатью источниками тепла разработана с целью определения стационарного теплового распределения и сравнения действительных температур электротехнических компонентов при использовании различных видов материалов с допустимыми значениями рабочих температур.

Исследуемая печатная плата представляет собой трехслойную структуру размером 20×10 см. Между двумя внешними слоями полиуретанового лака толщиной 0,1 мм размещен слой диэлектрика CEM–3 толщиной 1 мм. На поверхности платы размещено 11 теплоизлучающих элементов различного размера, основами которых являются кремний и медь, покрытые поливинилхлоридовимы корпусами. Тепловая мощность установленных кристаллов составляет около 10^6 Вт/м^3. Все наружные поверхности печатной платы находятся в свободном конвективного теплообмена с окружающей средой с температурой 20 °С и коэффициентом теплообмена 50 Вт /(°С·м^2).

Печатная плата разработана в программном комплексе численных вычислений задач математической физики Comsol Multiphysics 3.5. Основные проекции печатной платы изображены на Рис. 1.

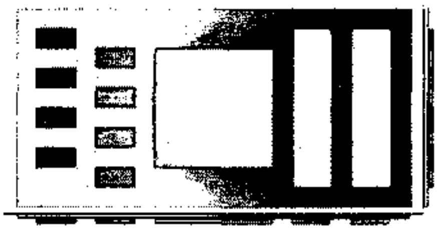


Рис.1. Основные проекции печатной платы.

Формирование матрицы было выполнено с помощью программного комплекса Comsol Multiphysics 3.5. Для построения сетки конечных элементов были использованы тетраэдральные элементы. Внешний вид сетки конечных элементов печатной платы изображен на Рис. 2.

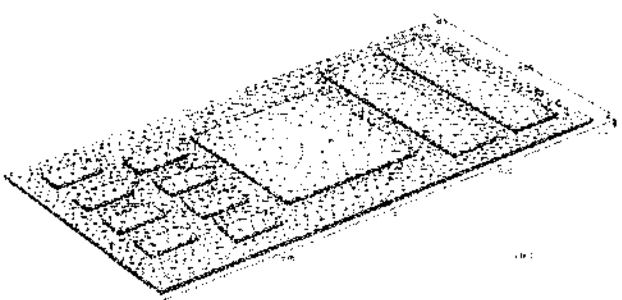


Рис.2. Сетка конечных элементов печатной платы.

В целом сетка содержала 8252 элементов с 114940 степенями свободы, что обусловило невозможность прямого решения СЛАУ существующими средствами. Некоторые другие статистические характеристики сетки конечных элементов печатной платы представлены на Рис. 3.

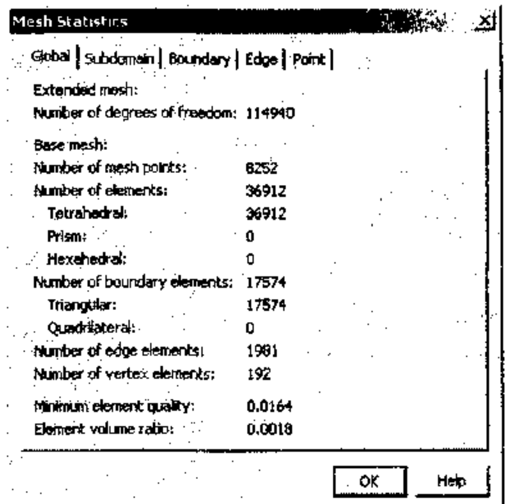
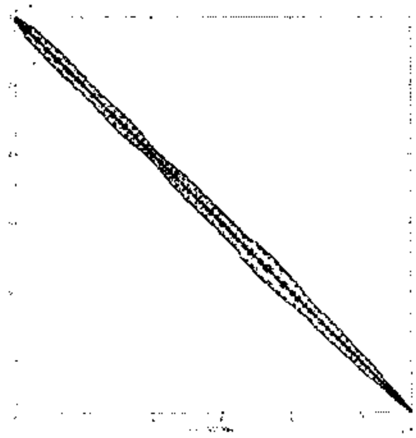


Рис.3. Статистические характеристики сетки конечных элементов.

Адаптивно-распределённое решение СЛАУ проводилось в вычислительной сети из десяти компьютеров на базе процессоров Intel Core 2 Duo с тактовой частотой 3,2 ГГц и 2 ГБ оперативной памяти у каждого.

Сначала было осуществлено упорядочение матрицы СЛАУ обратным методом Катхилла-МакКи (Cuthill-McKee). Применение данного преобразования позволило уменьшить ширину ленты матрицы СЛАУ с 5143 элементов (до упорядочения) до 2595 элементов (после упорядочения). Изображения матрицы решаемой СЛАУ до и после упорядочения представлены на Рис. 4.



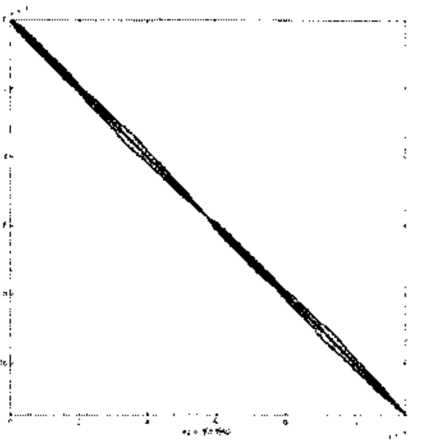


Рис.4. Изображение матрицы СЛАУ до и после упорядочения.

Перед началом решения было осуществлено секционирование данных матриц с помощью двунаправленного (Bidirectional, BD) алгоритма секционирования ленточных матриц большой размерности, а также выполнено итерационное улучшения полученных результатов секционирования с помощью итерационного (Iterative, IT) алгоритма. Связка двунаправленного и итерационного алгоритмов (BD+IT), предложенная авторами в одной из предыдущих работ, подтвердила свою эффективность.

Результаты выполненного секционирования матриц подтверждают также целесообразность применения метода Катхилла-МакКи при распределённом решении СЛАУ. Изображение стационарного теплового распределения в печатной плате, полученного в результате решения СЛАУ представлено на Рис. 5.

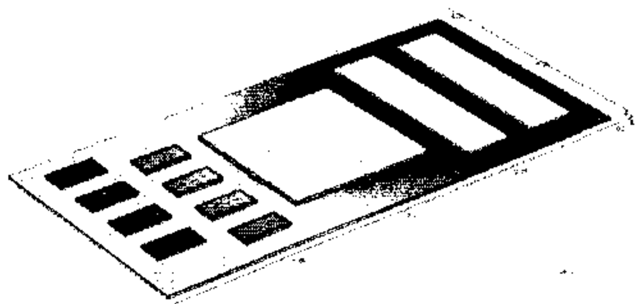


Рис.5. Стационарное тепловое распределение в печатной плате.

4 ВЫВОДЫ

В работе описана реализация адаптивного подхода к иерархически-распределённому решению СЛАУ большой размерности, который позволяет минимизировать суммарное время простоя системы распределения вычислений, а также продемонстрирована возможность использования повышенной производительности системы распределения вычислений для решения практических задач.

Также в работе представлена математическая модель стационарного теплового распределения в многослойной печатной плате с одиннадцатью источниками тепла, после чего было выполнено адаптивно-распределённое решение СЛАУ большой размерности, полученной в результате анализа стационарного теплового распределения в печатной плате.

ЛИТЕРАТУРА

[1] М. Ю. Баландин, Э. П. Шурина. Методы решения СЛАУ большой размерности. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. — 70 с.

[2] Д. В. Федасюк, П. В. Сердюк, Ю. Б. Семчишин. Математичне та програмне забезпечення для розподіленого розв'язування параметричних задач математичної фізики // Вісник НУ «Львівська політехніка» Комп'ютерні системи проектування: теорія і практика. — Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка». — 2008. — № 626. — С. 94 – 102.

[3] Д. В. Федасюк, П. В. Сердюк, Ю. Б. Семчишин. Ієрархічне розподілення розв'язування блоково-стрічкових систем лінійних рівнянь великої розмірності // Вісник НУ «Львівська політехніка» Комп'ютерні науки та інформаційні технології. — Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка». — 2009. — № 638. — С. 261 – 266.

[4] В. П. Симоненко, А. А. Демиденко. Измерение неоднородности распределённых вычислительных систем // Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, управління та обчислювальна техніка. — 1999. — № 32. — С. 53 – 58.

[5] В. П. Сімоненко, О. Є. Осадчий. Оцінка рівня неоднорідності розподілених обчислювальних систем // Вісник НТУУ «КПІ». — 2000. — С. 35 – 41.

[6] З. В. Князькова. Аналіз та врахування неоднорідності в системах розподільної обробки даних // Математичні машини і системи. — 2003. — № 2. — С. 136 – 139.

[7] F. Di Giandomenico, A. Bondavalli, J. Xu, S. Chiaradonna. Hardware and software fault tolerance: definition and evaluation of adaptive architectures in a distributed computing environment // Proceedings of the International Conference on Safety and Reliability ESREL 1997. — Portugal: Lisbon. — 17 – 20 June 1997. — Volume 1. — PP. 341 – 348.

[8] A. Bondavalli, S. Chiaradonna, F. Di Giandomenico, J. Xu. An adaptive approach to achieving hardware and software fault tolerance in a distributed computing environment // Journal of Systems Architecture. — March 2002. — Volume 47, Issue 9. — PP. 763 – 781.

[9] B. Hong, V. K. Prasanna. Distributed adaptive task allocation in heterogeneous computing environments to maximize throughput // Proceedings of the 18th International Parallel and Distributed Processing Symposium. — 2004. — PP. 52.

[10] R. W. Farebrother. Linear Least Squares Computations. — STATISTICS: Textbooks and Monographs. — Marcel Dekker Inc. — 1988. — PP. 12.