– известные конструктивно-схемные и технологические решения предполагают, как правило, раздельное изготовление обечайки и шпангоутов и их последующее клеевое соединение, что не обеспечивает необходимой точности их формы и геометрических размеров, а также сдвиговой прочности соединения;

– известные технологические решения не позволяют создавать эффективные шпангоуты различных профилей;

– известные решения, как правило, не ориентированы на изготовление подкрепленных оболочек в рамках совмещенного технологического процесса (интегральные конструкции).

Преодолеть указанные недостатки во многом возможно, если ориентироваться на методы трансформации при изготовлении конструкций способом намотки. Суть способа изготовления шпангоута заключается в следующем [1, 2]. Нетканая лента, либо плоская лента диагонального плетения или лента типа «сплющенный оплеточный рукав» наматывается на оправку с кольцевой канавкой или кольцевым выступом по форме наружного профиля меридианального сечения шпангоута.

Подводя итог обзору формования силового набора, можно отметить, что наиболее прогрессивной является технология, основанная на намотке и трансформации диагонально армированных структур: нетканой псевдоленты, ленты или рукавов диагонального плетения.

Литература

1. Грове К. С., Росато Д. В. *Намотка стеклонитью* – М.: Машиностроение, 1969. – 310 с.
2. Васильев В. В., Протасов В. Д, Болотин В. В. и др. *Композиционные материалы: справочник; под ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского.* – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.

КОЛЕБАНИЯ ТРЕХСЛОЙНОЙ КОЛЬЦЕВОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Громыко Ю. В.
Белорусский государственный университет транспорта
Гомель, Кирова, 34, Кафедра «Строительная механика»
gromuv@mail.ru

Локальные нагрузки. Свободные колебания кольцевой трехслойной пластины исследованы в [1–2]. Здесь рассмотрены вынужденные колебания этой пластины при локальных нагрузках изгибающим моментом. Решение получено методом разложения в ряд по системе собственных ортонормированных функций. Для аналитической записи локальной нагрузки воспользуемся функцией Хевисайда нулевого порядка:

$$H_0(z) = \begin{cases} 1, \ z \ge 0, \\ 0, \ z < 0. \end{cases}$$

Задача по исследованию вынужденных колебаний, как правило, сводится к отысканию параметров $q_n(t)$ разложения в ряд заданной нагрузки и определению функции $T_n(t)$.

Момент. Предположим, что на поверхность кольцевой трехслойной пластины действуют динамические погонные моменты интенсивности $m_0 = \mathrm{const}$, распределенные по окружности радиуса $r = a$:

$$m(r,t) = m_0 H_0(r-a) H_0(a-r).$$

Уравнение для определения неизвестной временной функции $T_n(t)$ будет иметь вид

$$\ddot{T}_n + \omega_n^2 T_n = q_n.$$

Его общее решение принято в виде

$$T_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) + \frac{1}{\omega_n}\int_0^t \sin(\omega_n(t-\tau)) q_n(\tau) d\tau .$$

Константы интегрирования A_n, B_n получены из начальных условий движения.

$$A_n = \int_{r_0}^1 f(r) v_n r dr,\ B_n = \frac{1}{\omega_n}\int_{r_0}^1 g(r) v_n r dr .$$

Далее начальные условия принимались однородными $w(r,0) \equiv \dot{w}(r,0) \equiv 0$, что приводит к нулевым константам интегрирования $A_n = B_n = 0$. Решение задачи проведем, используя сумму известных решений для двух поперечных погонных сил, равных по величине, направленных в противоположные стороны и действующих на близко расположенных окружностях радиусов $r = a - \xi$ и $r = a + \xi$ [3]. В этой сумме произведем замену $q_0 = m_0/(2\xi)$ и устремим ξ к нулю. В результате для функций времени получаем ее выражение с помощью функций Бесселя:

$$T_n = \frac{m_0(1-\cos(\omega_n t))}{M d_n \omega_n^2} \lim_{\xi\to 0}\left(\frac{1}{2\beta_n \xi}\left((a+\xi)\left(J_0(\beta_n(a+\xi)) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)} \times \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. \times I_0(\beta_n(a+\xi))\right) - (a-\xi)\left(J_0(\beta_n(a-\xi)) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)} I_0(\beta_n(a-\xi)) \right)\right)\right).$$

После вычисления предела получим

$$T_n(t) = \frac{m_0(1-\cos(\omega_n t))}{M_0 d_n \omega_n^2}\left(J_0(\beta_n a) - a\beta_n J_1(\beta_n a) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}\left(I_0(\beta_n a) + a\beta_n I_1(\beta_n a)\right)\right).$$

При движении кольца моментов от внутреннего контура к центру пластины прогиб сначала увеличивается до максимального значения ($a \approx 0{,}37$), а затем уменьшается практически до нуля. При движении кольца моментов от центра пластины к внешнему контуру прогиб сначала уменьшается до минимума ($a \approx$ 0,81), а затем увеличивается до нуля.

Теперь примем постоянство равнодействующей погонных моментов $m = 2\pi a m_0$ при изменении радиуса окружности, вдоль которой они приложены. Интенсивность m_0 будет при этом переменной, компенсируя увеличение или уменьшение радиуса моментной окружности a. Тогда, с помощью замены $m_0 = m/(2\pi a)$ получаем выражение для искомых функций времени

$$T_n(t) = \frac{m\left(1-\cos(\omega_n t)\right)}{2\pi M_0 d_n \omega_n^2}\left(\frac{J_0(\beta_n a)}{a} - \beta_n J_1(\beta_n a) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}\left(\frac{I_0(\beta_n a)}{a} + \beta_n I_1(\beta_n a)\right)\right).$$

Полученное решение справедливо всюду, кроме центра пластины, где $a = 0$.

Импульс момента. На рассматриваемую пластину воздействует импульс погонных моментов m_1 распределенных по окружности $r = a$:

$$m(r,t) = m_1 \delta(t) H_0(r-a) H_0(a-r).$$

Для нахождения соответствующей функции времени воспользуемся разностью решений от двух одинаковых импульсных погонных сил, действующих по окружностям $r = a - \xi$ и $r = a + \xi$ [3]. Проведя замену $Q_1 = m_1/(2\xi)$ и устремив ξ к нулю, получим

$$T_n(t) = \frac{m_1 \sin(\omega_n t)}{M_0 d_n \beta_n \omega_n} \lim_{\xi\to 0}\left(\frac{1}{2\xi}\left((a+\xi)\left(J_0(\beta_n(a+\xi)) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)} I_0(\beta_n(a+\xi))\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}(a-\xi)\left(I_0(\beta_n(a-\xi)) - J_0(\beta_n(a-\xi))\right)\right)\right).$$

После вычисления предела имеем

$$T_n(t) = \frac{m_1 \sin(\omega_n t)}{M_0 d_n \omega_n}\left(J_0(\beta_n a) - a\beta_n J_1(\beta_n a) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}\left(I_0(\beta_n a) + a\beta_n I_1(\beta_n a)\right)\right).$$

Теперь примем постоянство равнодействующей импульса погонных моментов $m = 2\pi a m_1$ при изменении радиуса окружности a, вдоль которой он действует. Величина m_1 будет переменной, компенсируя изменение радиуса моментной окружности a. В этом случае после замены $m_1 = m/(2\pi a)$ следует

$$T_n(t) = \frac{m \sin(\omega_n t)}{2\pi M_0 d_n \omega_n}\left(\frac{J_0(\beta_n a)}{a} - \beta_n J_1(\beta_n a) - \frac{J_0(\beta_n)}{I_0(\beta_n)}\left(\frac{I_0(\beta_n a)}{a} + \beta_n I_1(\beta_n a)\right)\right).$$

Полученное решение справедливо всюду, кроме центра пластины.

Литература

1. Громыко Ю. В. *Собственные колебания кольцевой металлополимерной пластины / Динамика металлополимерных систем*. Мн.: Бел. навука, 2004. С. 253 – 267.
2. Громыко Ю. В., Старовойтов Э. И., Тарлаковский Д. В. *Собственные частоты колебаний кольцевой трехслойной пластины* // Материалы X междунар. симп. «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред». Ярополец, 9 – 13 февраля 2004 г. – М.: 2004. – С. 103 – 110.
3. Плескачевский Ю. М., Старовойтов Э. И., Яровая А. В. *Деформирование металлополимерных систем*. – Мн.: Бел. навука, 2004. – 386 с.

ИЗГИБ УПРУГОГО ТРЕХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛОКАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ

Гу Юй

Пекинский университет транспорта, Пекин, КНР

bjhuangzhou@yahoo.com.cn

Постановка задачи. Рассматривается несимметричный по толщине трехслойный стержень со сжимаемым заполнителем под воздействием равномерно распределенной нагрузки, сосредоточенных сил и моментов. Для изотропных несущих слоев приняты гипотезы Бернулли, в жестком заполнителе справедливы точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемещений его точек от поперечной координаты z. На границах контакта используются условия непрерывности перемещений. Материалы несущих слоев несжимаемы в поперечном направлении, в заполнителе учитывается его обжатие, деформации малые.

Распределенная поверхностная нагрузка $p(x), q(x)$ приложена к внешней плоскости первого слоя. Искомыми считаем прогибы и продольные перемещения несущих слоев $w_1(x), w_2(x), u_1(x), u_2(x)$.

Уравнения равновесия следуют из принципа Лагранжа

$$\delta A = \delta W\,, \tag{1}$$

где $\delta A, \delta W$ – вариации работы внешних сил и внутренних сил упругости.

После подстановки в (1) вариаций работ получим следующую систему уравнений

$$\begin{gathered}
a_1u_1 - a_1u_2 - a_4u_{1},_{xx} - a_5u_{2},_{xx} + a_2w_{1},_{x} + a_3w_{2},_{x} - 2a_6w_{1},_{xxx} + a_7w_{2},_{xxx} = p,\\
-a_1u_1 + a_1u_2 - a_5u_{1},_{xx} - a_9u_{2},_{xx} - a_3w_{1},_{x} - a_2w_{2},_{x} - a_6w_{1},_{xxx} + 2a_7w_{2},_{xxx} = 0,\\
a_{10}u_{1},_{x} - a_{17}u_{2},_{x} + 2a_6u_{1},_{xxx} + a_6u_{2},_{xxx} + a_{11}w_{1},_{xx} - a_{12}w_{2},_{xx} +\\
a_{15}w_{1},_{xxxx} - a_{16}w_{2},_{xxxx} + a_8w_1 - a_8w_2 = q + \frac{1}{2}p,_{x}h_1,\\
-a_{18}u_{1},_{x} + a_{19}u_{2},_{x} - a_7u_{1},_{xxx} - 2a_7u_{2},_{xxx} - a_{12}w_{1},_{xx} + a_{14}w_{2},_{xx} -\\
-a_{16}w_{1},_{xxxx} + a_{13}w_{2},_{xxxx} - a_8w_1 + a_8w_2 = 0.
\end{gathered} \tag{2}$$

Принимаются условия свободного опирания стержня по торцам на неподвижные в пространстве жесткие опоры. Соответствующие граничные усло-