Литература

1. Р5.01.056.09 *Особенности проектирования плитных фундаментов на многослойных основаниях со слабыми слоями грунтов* / О. В. Козунова / Рекомендации по проектированию и устройству рациональных фундаментов на основаниях, сложенных озерно-ледниковыми и лессовидными грунтами – Минск, СТРОЙТЕХНОРМ – 2009 – 79 с. – С. 39 – 47, 49 – 58.
2. Козунова О. В. *Нелинейный расчет балочных плит на слоистых основаниях с биогенными включениями* / О. В. Козунова // Геотехника Беларуси: теория и практика. – Минск: БНТУ, 2008. – С. 37 – 65.
3. Босаков С. В. *Вариационно–разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно–упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Теория расчета. Часть 1*/ С. В. Босаков, О. В.Козунова// Вестник БНТУ. − 2009. − №1. − С. 5 – 13.
4. Босаков С. В. *Вариационно–разностный подход к решению контактной задачи для нелинейно–упругого неоднородного основания. Плоская деформация. Результаты расчета. Часть 2* / С. В. Босаков, О. В.Козунова// Вестник БНТУ. − 2009. − № 2. − С. 15 – 19.
5. Козунова О. В. *Нелинейный расчет фундаментных плит на слоистых основаниях с использованием секущего модуля деформации* / О. В. Козунова// Строительство и архитектура. – Вестник БрГТУ. – 2009. – № 1 (55) – С. 32 – 39.
6. Козунова О. В. *Нелинейный расчет инженерной системы «плита – основание» с использованием переменного модуля деформации* / Козунова О. В., Сигай Е. А. // Научно-технический журнал «Вестник гражданских инженеров» – Санкт-Петербург, СПбГАСУ– № 1 (26) – 2011 –213 с. – С. 72 – 82.
7. Козунова О. В. *Верификация вариационно-разностного подхода при расчете нелинейно-упругого неоднородного основания под балочной плитой* / Козунова О. В., Щетько Н. С. // Научно-технический журнал «Строительная наука и техника» – Минск – № 2 (35) – 2011 –84 с. – С. 57 – 61.
8. Лукаш, П. А. *Основы нелинейной строительной механики*/ П. А Лукаш. –М.: Стройиздат, 1978. –204 с.
9. Быховцев В. Е. *Компьютерное объектно-ориентированное моделирование нелинейных систем деформируемых твердых тел* / В. Е. Быховцев. – Гомель: ГГУ им. Ф. Скарыны, 2007. – 219 с.

НАНОВНЕДРЕНИЕ МНОГОГРАННЫХ ИНДЕНТЕРОВ В ТОНКИЕ КОМПОЗИЦИОННЫЕ ПОКРЫТИЯ

Кравчук А. С.[*], Кравчук А. И.[*], Rymuza Z. [†]

[*]Белорусский государственный университет
220030 Беларусь, Минск, пр. Независимости 4
ask_Belarus@inbox.ru, anzhelika.kravchuk@gmail.ru

[†] Institute of Micromechanics and Photonics, 02-525 Poland, Warszawa, Sw.A.Boboli 8
z.rymuza@mchtr.pw.edu.pl

Введение. Одним из самых перспективных способов создания износостойких композиций, применяемых для защиты поверхности деталей, работающих в агрессивных средах, является использование композиционных покрытий, в частности с использованием углеродных нанотрубок. Известно, что износ определяется упруго-пластическими характеристиками покрытия. Поэтому актуальной является разработка способов теоретического предсказания нано-твердости износостойких защитных композиций на этапе их проектирования.

При моделировании испытаний на нано-твердость выделились несколько подходов. Одним из них является применение уравнений пластичности в традиционной макро-геометрической постановке [1]. Решения данных задач обычно строятся в численном виде, что существенно затрудняет применение их результатов на практике, что стимулировало построение упрощенных моделей деформирования материалов покрытий. Допустимость, а и даже необходимость, применения упрощающих гипотез для моделей деформирования возрастает при переходе от макро к нано уровню. Это обусловлено тем, что на нано-размерном уровне уже необходимо учитывать влияние дискретной структуры материала. Отметим также, что до настоящего времени была решена лишь задача о нано-внедрении четырехгранной правильной пирамиды в многослойное покрытие [2].

Основные геометрические гипотезы, используемые при моделировании нано-внедрения пирамидального индентера в тонкое композиционное покрытие. Предполагается, что поверхность композиционного покрытия плоская. Это значит, что отклонения поверхности малы в сравнении с глубиной внедрения пирамидального индентера. Композиционное покрытие покрывает гладкое жесткое полупространство.

Для создания модели деформирования покрытия предполагается, что оно может быть заменено призматическими стержнями с постоянным квадратным сечением шириной Δ и высотой h. Ширина Δ пренебрежимо мала в сравнении с радиусом a вписанной окружности в треугольную область контакта. Стержни могут деформироваться только в Z-направлении. Индентером является правильная пирамида с m гранями, имеющая $m-1$ треугольных граней.

Определение перемещений $w(x, y, 0)$ в области контакта после внедрения правильной многогранной пирамиды. Следует определить размер области контакта с помощью радиуса a и формы поверхности пирамиды $f(x, y)$ в области $\Gamma = \left\{(x, y) : 0 \le x \le a, -\operatorname{tg}\left(\frac{180}{m-1}\right)x \le y \le \operatorname{tg}\left(\frac{180}{m-1}\right)x\right\}$, ($\Gamma \subset S$). Максимальная глубина внедрения δ определяется уравнением:

$$\delta = -f(a, 0)\big|_{\Gamma} = -\operatorname{tg}(\alpha)a.$$

Тогда краевое условие по перемещениям в области контакта определяется уравнением:

$$w(x, y, 0)\big|_{\Gamma} = f(x, y)\big|_{\Gamma} + \delta = \operatorname{tg}(\alpha)(x-a).$$

Основные геометрические гипотезы анализа композиционного покрытия. Микроточкой в композиционном твердом теле называется элементарный микрообъем, размеры которого значительно меньше характерных размеров неоднородной смеси, однако существенно превосходят молекулярные размеры. Макроточкой называется элементарный макрообъем, размеры которого значительно превосходят характерные размеры неоднородностей, однако существенно меньше размеров тела. Будем предполагать, что призматические стержни с постоянным квадратным сечением шириной Δ и высотой h, используемые при решении задачи, представляют собой макроточку.

Общая схема нагружения элементарного объема (макроточки) композиционного материала. Для решения задачи определения эффективных модулей рассматривается элемент композиционного материала (макроточка), на границе которого задаются воздействия, имитирующие воздействия, возникающие в твердом теле, т. е. рассматривается сжатие призматических стержней, находящихся под внедряемой пирамидой.

Подход, используемый при вычислении эффективных коэффициентов композиционных материалов. Анализ литературных источников позволяет выделить следующий теоретический подход, используемый при исследовании процессов в структурно-неоднородных средах [3], – гомогенизация гетерогенной среды – основан на введении параметров, усредненных по элементарным макрообъемам, значительно превосходящим размеры неоднородностей, но достаточно малым по сравнению с размерами тела. При таком методе основные уравнения механики сплошной среды формулируются в пространстве, точками которого являются элементарные макрообъемы.

Принцип реализации данного подхода заключается в следующем [3]. Если армированный материал состоит из N фаз и в среднем изотропен (например, имеет место хаотическое армирование и т. п.), то можно использовать гипотезу Фойгта, которая заключается в том, что в простейших опытах на чистое растяжение и всестороннее сжатие деформации по всему объему композиционного материала постоянны. В этом случае для модуля сдвига и модуля всестороннего растяжения – сжатия получаются известные формулы, составленные по правилу «смеси», т.е. концентрации материала в объеме. Второй предельный случай (гипотеза Рейса) заключается в том, что в тех же простейших экспериментах предполагаются постоянные по объему напряжения.

Следует отметить, что сформулированные предельные гипотезы внутри макрообъема никогда не выполняются. Так получаемые из соотношений Фойгта напряжения таковы, что на поверхности контакта арматуры и связующего они не уравновешиваются, а получаемые из соотношения Рейсса деформации имеют значения, при которых между связующим и арматурой не может быть сцепления. Тем не менее, формулы, полученные на основании этих гипотез, имеют практическую ценность, так как являются соответственно верхней и нижней оценкой истинных модулей композиционного материала [4].

Вычисление усредненных деформационных характеристик идеального композиционного упруго-пластического материала. Идеальным композиционным материалом будем называть материал, не имеющий межфазовых дефектов, т.е. материал матрицы и зерна заполнителя идеально сцеплены и общая прочность композиционного материала определяется минимальной прочностью одной из компонент (обычно прочностью материала матрицы).

Будем предполагать, что деформируемое тело выполнено из материала из N компонент и деформационные свойства каждой из компонент композиционного материала описываются билинейной диаграммой Прандтля, т. е. для каждой компоненты с номером i известны следующие характеристики: E_i – модуль упругости компоненты, $\sigma_{\mathrm{T},i}$ – предел текучести при растяжении, $E_{\mathrm{T},i}$ – модуль пластичности при растяжении.

Среднеквадратичное усреднение модулей упругости, вычисленных по гипотезе Фойгта и Рейса:

$$\langle E\rangle = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N}\gamma_i E_i\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\gamma_i}{E_i}\right)},$$

где $\langle E\rangle$ – средний модуль упругости идеального композиционного материала.

Среднеквадратичный предел текучести идеального композиционного материала при растяжении $\langle\sigma_{\mathrm{T}}\rangle$, вычисленный по гипотезе Фойгта и Рейса:

$$\langle\sigma_{\mathrm{T}}\rangle = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\gamma_i\sigma_{\mathrm{T},i}\frac{E_{\mathrm{T},i}-E_i}{E_{\mathrm{T},i}E_i}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\sigma_{\mathrm{T},i}}{\gamma_i\dfrac{E_{\mathrm{T},i}E_i}{E_{\mathrm{T},i}-E_i}}\right)\frac{\left(\sum_{i=1}^{N}\gamma_i E_{\mathrm{T},i}\right)}{\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\gamma_i}{E_{\mathrm{T},i}}\right)}}.$$

Среднеквадратичный модуль пластичности идеального композиционного материала при растяжении $\langle E_T\rangle$, вычисленный по гипотезе Фойгта и Рейса:

$$\langle E_{\mathrm{T}}\rangle = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{N}\gamma_i E_{\mathrm{T},i}\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{N}\frac{\gamma_i}{E_{\mathrm{T},i}}\right)}.$$

Заключение. В этой статье разработана простейшая модель упруго-пластического внедрения произвольной правильной многогранной пирамиды в композиционное упруго-пластическое многокомпонентное покрытие. Определены эффективные упруго-пластические коэффициенты многокомпонентного покрытия. Распределение контактных напряжений и глубина погружения пирамидального индентера получены для различных углов при вершине пирамиды.

Литература

1. Писаренко Г. С., Можаровский Н. С. *Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести* – Киев: Наук. думка, 1981. – 496 с.
2. Kravchuk A., Rymuza Z., Jarzabek D. *Penetration of a pyramid indenter into a multi-layer coating*// Int. J. Mat. Res. 2009. - Vol. 100, N 7. – P. 933 – 935.
3. Кравчук А. С., Чигарев А. В. *Механика контактного взаимодействия тел с круговыми границами*. – Минск, Технопринт, 2000. – 196 с.
4. Hill R. *A self-consistent mechanics of composite materials //* J. Mech. Phys. Solids. 1965. - Vol. 13, No. 4. - P. 213 – 222.