

обработке для корректного построения конечноэлементной сетки. Выполняются «обрезания» частей поверхностей, выходящих за границы модели, и в соответствующих местах пересечений, находятся точные точки и линии пересечения, создается входной файл для построения сетки. На рисунке 2 представлен пример поверхностей, пригодных для построения конечно-элементной модели.

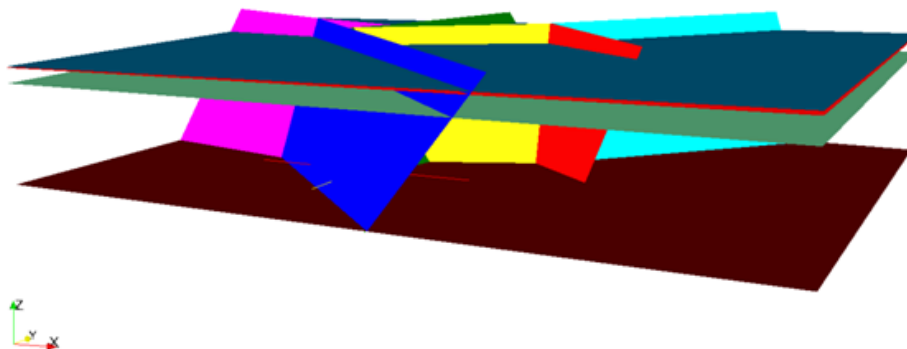


Рисунок 2 –Пример построения поверхностей, пригодных для моделирования

Затем строится сама конечно-элементная модель, учитывающая различные виды контакта на разломах. Проводится расчет.

Литература

1. Мэйз Дж. *Теория и задачи механики сплошных сред*. М.: URSS – 2007. – 318 с.

КОНВЕРГЕНЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК ПРИ УМЕНЬШЕНИИ ТОЛЩИНЫ

Кабриц С. А.

Факультет прикладной математики - процессов управления
Санкт-Петербургского государственного университета
198504 Санкт-Петербург, Петергоф, Университетский просп., 35
skabrits@yandex.ru

Рассматриваются две нелинейные модели теории оболочек. Первая - нелинейная теория тонких оболочек, основанная на гипотезах Кирхгофа, модифицированных К.Ф.Черныхом для случая гиперупругого материала[1]. Вторая - нелинейная теория оболочек, основанная на гипотезах типа Тимошенко-Черныха и учитывающая поперечный сдвиг и обжатие [2]. Оба варианта теории возникли из необходимости расчета тонкостенных конструкций из резиноподобных материалов, где необходимо учитывать как геометрическую, так и существенную физическую нелинейность [3].

В связи с тем, что обе теории строятся на основе механических гипотез возникает вопрос о сходимости результатов расчетов по этим теориям при уменьшении толщины оболочки. Особенно этот вопрос становится интересным когда исследуется поведение оболочки в «критической» и «закритической» областях (около и за предельными точками). Такая проверка конверген-

ции теорий позволяет судить, например, о правомерности их использования при расчетах в зоне потери устойчивости (типа хлопков).

Аналитически показать асимптотическую сходимость теорий не удалось, поэтому были сделаны попытки это проверить численно на ряде задач. Численное решение подобных задач достаточно сложно, особенно сложно обеспечить достоверность результатов численного решения такого рода задач [4], поэтому было решено «потренироваться» на одномерных задачах теории оболочек – осесимметричной деформации оболочек вращения.

В качестве одной из задач рассмотрена задача сжатия конических оболочек постоянной толщины осевой силой приложенной на одном из торцов в условиях осевой симметрии. Решения сравнивались как по интегральным характеристикам – диаграммам нагрузка-перемещение, при разных значениях параметра тонкостенности, так и по распределенным по меридиану перемещениям, усилиям и моментам в различных точках диаграмм нагружения, в том числе и в «закритической» области. Аналогичные результаты были получены в задаче сжатия незамкнутой в полюсе сферической оболочки осевой силой, приложенной на краю оболочки [5].

В задаче о сжатии сферической оболочки, замкнутой в полюсе (полусферы) внешним давлением результаты не так однозначны. В «докритической» и далеко «закритической» областях нагружения результаты с уменьшением толщины сближаются. Однако в районе «критических» значений нагрузки такого сближения не наблюдается. По-видимому, здесь сказывается тот факт, что решение в зоне потери устойчивости очень чувствительно к малейшим изменениям в параметрах задачи, где даже несущественное различие в моделях существенно влияет на процессы деформирования и статические равновесные формы [6].

Системы уравнений, описывающие указанные варианты теории оболочек представляют собой систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений и ассоциированную с ней систему нелинейных алгебраических уравнений. Численное решение одномерных нелинейных краевых задач проводится на основе использования сочетания методов дискретного продолжения по параметру, метода многократной пристрелки (multi-shooting) и метода Ньютона. Расчеты проводились для случая неогуковского потенциала.

Литература

1. Черных К. Ф. *Нелинейная теория изотропно-упругих тонких оболочек* // Изв. АН СССР. МТТ. – 1980, № 2. – С.148 – 159.
2. Кабриц С. А., Черных К. Ф. *Нелинейная теория изотропно-упругих толстых оболочек с учетом поперечного сдвига* // Изв. РАН. МТТ. – 1996, № 1. – С.124 – 136.
3. Кабриц С. А., Михайловский Е. И., Товстик П. Е., Черых К. Ф., Шамина В. А. *Общая нелинейная теория упругих оболочек*. СПб.: Изд-во С.Петербург. ун-та. – 2002. – 388 с.
4. Кабриц С. А., Терентьев В. Ф. *О некоторых особенностях применения методов продолжения по параметру на примере задачи об эллипсоидальной оболочке вращения*. // Межвуз. научн.сб. «Математические модели, методы решения и оптимальное проектирование гибких пластин и оболочек». Саратов: СГУ. – 1988. – С. 9 – 11.

5. Акчурин Т. Р., Кабриц С. А. *Адекватность моделей нелинейной теории оболочек*. // Сб. «Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого тела». Труды 1 конф. молодых ученых научной школы акад. В. В. Новожилова. СПб. Вып.6. – 2002. – С. 13 – 21.
6. Акчурин Т. Р., Кабриц С. А. *О пределах применимости моделей нелинейной теории оболочек* // Изв. Тульского госуниверситета. Серия математика, механика, информатика. – 2004. – Т.10. – Вып. 2. – С. 7 – 18.

ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ИЗГИБ УПРУГОЙ БАЛОЧНОЙ ПЛИТЫ, КОНТАКТИРУЮЩЕЙ СО СЛОИСТЫМ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫМ ОСНОВАНИЕМ

Козунова О. В.

ОАО «Буровая компания «Дельта»

kozunova@gmail.com

Введение. При исследовании цилиндрического изгиба упругой балочной плиты на слоистом основании с учетом физической нелинейности основания, решается контактная задача нелинейной теории упругости с использованием новой модификации вариационного способа: *вариационно-разностного подхода* (ВРП), который позволяет полностью описать напряженно-деформированное состояние (НДС) упругого основания, исследовать контактную зону «плита–основание», вычислить внутренние усилия и осадки упругой балочной плиты при изгибе.

Теория нелинейных расчетов балок и балочных плит на упругом основании, численные результаты с использованием ВРП и их верификация была опубликованы автором в нормативном документе РБ [1] и статьях [2–7].

Основная часть. В предлагаемой работе обобщаются решения контактных задач нелинейной теории упругости (плоская деформация): линейно упругая балочная плита на физически нелинейном слоистом основании. Каждый слой упругого основания описывается, как нелинейно деформируемая однородная среда. Моделирование упругого основания математически аргументируется и физически обосновывается. Для k -тогослоя упругого основания выбирается модель упругого слоя конечной толщины с переменным модулем упругости E_k (касательный или секущий). Закон нелинейноупругого деформирования основания моделируется в виде функции гиперболический тангенс [1–5], степенной функции Бюльфингера [6–8] и альтернативной степенной функции по В. Е. Быховцеву [9]. Коэффициент Пуассона упругого слоя ν_k , в силу малости своего изменения, принимается постоянным.

При постановке контактных задач используются гипотезы и допущения теории упругости: в зоне контакта балочной плиты с упругим основанием возникают только нормальные напряжения (реактивные давления); силами трения пренебрегаем; для плиты справедливы гипотезы теории цилиндрического изгиба. При расчете слоистое основание заменяется прямоугольной расчетной областью и аппроксимируется несимметричной разбивочной сеткой с