

МЕТОД АНАЛИЗА КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ДЛЯ ПАЦИЕНТОВ С СИНДРОМОМ СЛАБОСТИ СИНУСОВОГО УЗЛА (ИШЕМИЧЕСКАЯ БОЛЕЗНЬ СЕРДЦА) С ПОМОЩЬЮ УСРЕДНЕННЫХ ОЦЕНОК СМЕШАННОГО МОМЕНТА И СМЕШАННОГО СЕМИИНВАРИАНТА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Т. Н. Снежицкая, Н. В. Марковская

УО «Гродненский государственный университет имени Я. Купалы»

Гродно, Беларусь

E-mail: Snezhitskaya@mail.ru, n.markovskaya@grsu.by

Работа посвящена разработке метода анализа кардиологических временных рядов (R-R интервалов) с помощью усредненных оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта 4-го порядка, с целью выявления скрытых периодов моделируемых усредненных оценок для пациентов с синдромом слабости синусового узла (ишемическая болезнь сердца). Является продолжением исследования временных рядов разных групп пациентов.

Ключевые слова: усредненная оценка смешанного момента, усредненная оценка смешанного семиинварианта, R-R интервалы, синдром слабости синусового узла.

ПОСТРОЕНИЕ УСРЕДНЕННЫХ ОЦЕНОК

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $x(t), t \in Z$. Предположим, что $Mx(t) = 0, t \in Z$. Пусть имеется выборка объема N , где N - принимает достаточно большое значение. Разобьем всю выборку значений на m отрезков, $K = \frac{N}{m}$ - объем выборки на каждом из m интервалов, при чем, если K окажется не целым, отбрасываем необходимое число значений временного ряда с начала или с конца выборки.

Усредненная оценка смешанного момента 4-го порядка имеет вид:

$$\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{K} \sum_{t=(i-1)K}^{iK-1} x(t_1+t)x(t_2+t)x(t_3+t)x(t), t, t_j \in Z, j = \overline{1,3}. \quad (1)$$

Доказано, что оценка (1) является несмещенной, состоятельной в среднеквадратическом смысле и имеет асимптотическое нормальное распределение [1].

Усредненную оценку смешанного семиинварианта 4-го порядка запишем в виде:

$$\hat{c}_4(t_1, t_2, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) - \hat{m}_2(t_1)\hat{m}_2(t_3 - t_2) - \hat{m}_2(t_2)\hat{m}_2(t_3 - t_1) - \hat{m}_2(t_3)\hat{m}_2(t_2 - t_1), \quad (2)$$

где $\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3)$ имеет вид (1),

$$\hat{m}_2(t_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{K} \sum_{t=(i-1)K}^{iK-1} x(t_1+t)x(t), t, t_1 \in Z. \quad (3)$$

Доказано, что оценка (2) является асимптотически несмещенной, состоятельной в среднеквадратическом смысле и имеет асимптотическое нормальное распределение.

ПРИМЕНЕНИЕ УСРЕДНЕННЫХ ОЦЕНОК СМЕШАННОГО МОМЕНТА И СМЕШАННОГО СЕМИИНВАРИАНТА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА К АНАЛИЗУ КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДЛЯ ГРУППЫ ПАЦИЕНТОВ С СИНДРОМОМ СЛАБОСТИ СИНУСОВОГО УЗЛА

Одним из направлений, где возможно применение анализа стационарных случайных процессов, является кардиология. Данные, представляющие собой R-R интервалы, регистрируемые с помощью ЭКГ, предварительно подвергаются обработке, чтобы избежать артефактов - число эктопических сокращений.

Для проведения анализа в пакете *Mathematica 5.0* было разработано программное обеспечение. В программе исследуемые временные ряды загружаются из внешнего файла. Полученные исходные данные подвергаются предварительной обработке. Строится модель усредненной оценки смешанного момента или смешанного семиинварианта 4-го порядка. Для нее строятся трехмерные сечения, а так же плоскостные сечения, для выявления скрытых периодов исследуемых усредненных оценок. Для более широкого анализа вычисляются основные числовые характеристики усредненных оценок: математическое ожидание, дисперсия, асимметрия, эксцесс. Строятся полигон и гистограмма относительных частот исходных данных и исследуемых оценок.

Приведем пример исследования трех временных рядов пациентов с указанными отклонениями с помощью усредненной оценки смешанного момента 4-го порядка вида (1). Построим графики исходных данных, рисунок 1.

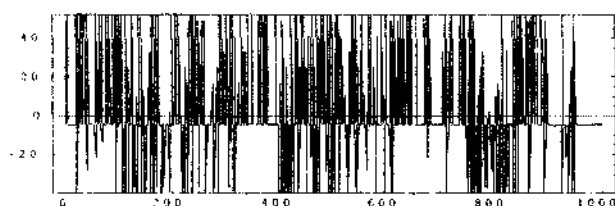
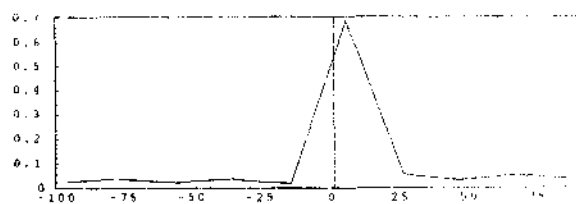


График исходных данных, ряд № 1



Полигон относительных частот, ряд № 1

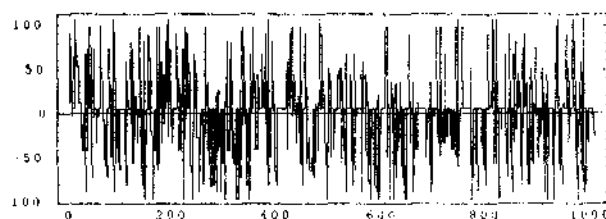
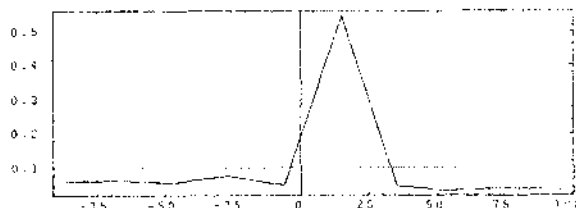


График исходных данных, ряд № 2



Полигон относительных частот, ряд № 2

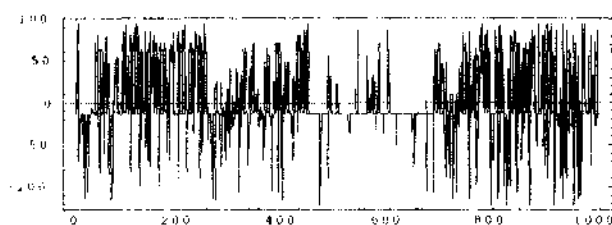
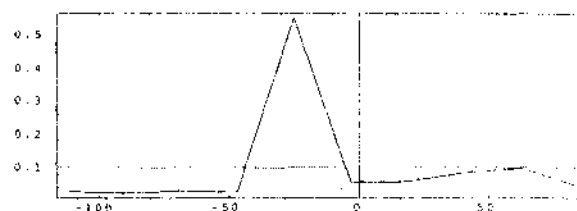


График исходных данных, ряд № 3

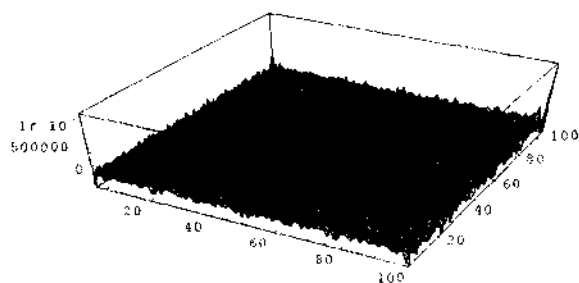


Полигон относительных частот, ряд № 3

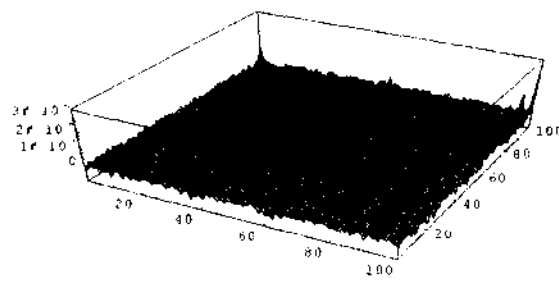
Рис. 1. Графики исходных данных и полигон относительных частот

По графикам относительных частот исходных данных можем сделать вывод, что у исследуемых пациентов нет нарушений в сердечном ритме.

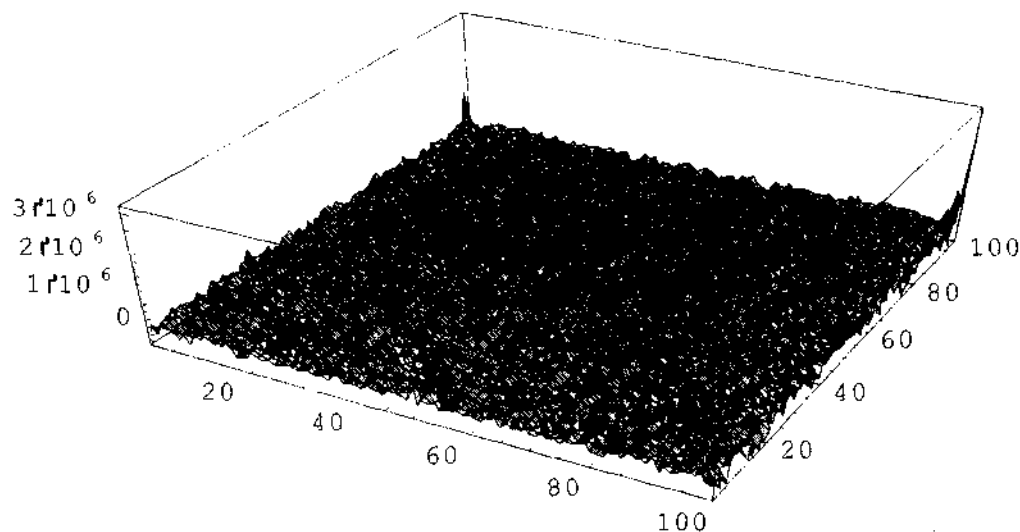
Приведем трехмерные графики реализации оценки (1) на рисунке 2.



ряд № 1



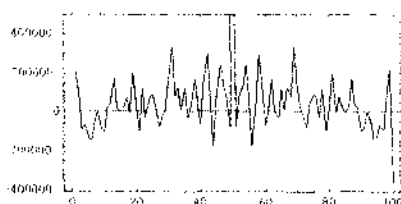
ряд № 2



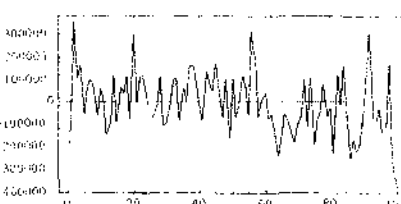
ряд № 3

Рис. 2. Графики усредненных оценок смешанного момента 4-го порядка, разрез при $(t1, t2, T-t1)$

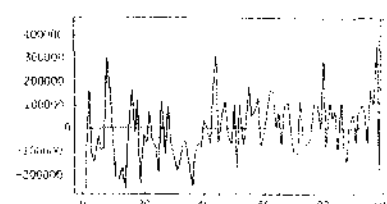
Для выявления кратности периодов исследуемой оценки приведем плоскостные сечения, рисунок 3.

Оценка(1), при $(t1, 0, T-t1)$ Оценка(1), при $(t1, T-t1, T-t1)$ Оценка(1), при $(t1, t1, T-t1)$ 

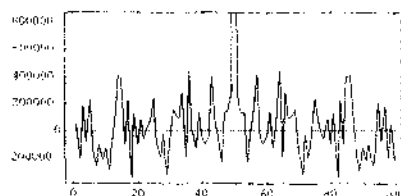
ряд № 1



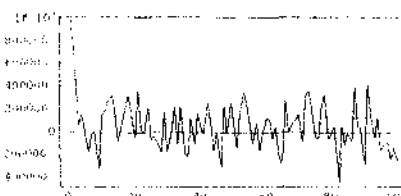
ряд № 1



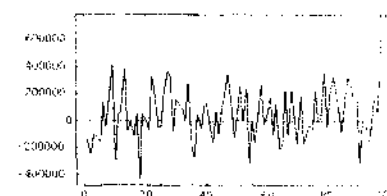
ряд № 1



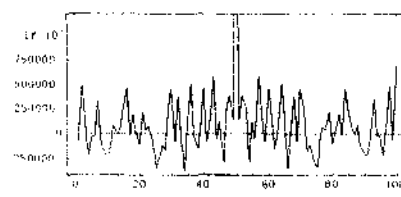
ряд № 2



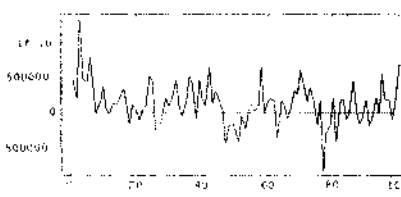
ряд № 2



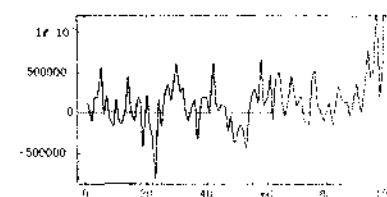
ряд № 2



ряд № 3



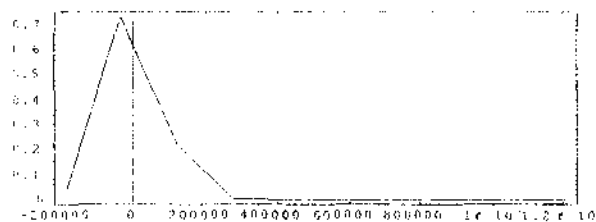
ряд № 3



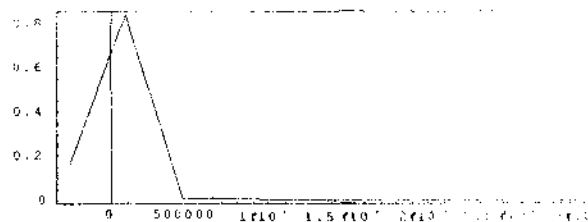
ряд № 3

Рис. 3. Графики усредненных оценок смешанного момента 4-го порядков (1) в проекции на плоскость

Приведем графики относительных частот и основные числовые характеристики оценки (1), рисунок 4.



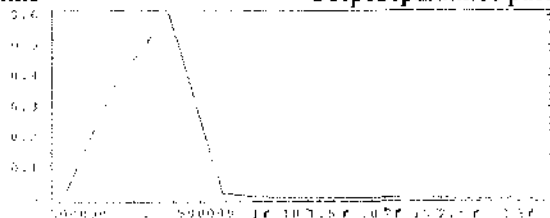
ряд № 1



ряд № 2

Мат. ожидание: $Mx = -516.214$
 Дисперсия: $Dx = 4.30104 \cdot 10^9$
 Эксцесс: $Es = 15.4099$
 Асимметрия: $As = 0.860451$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишинное распределение

Мат. ожидание: $Mx = 2996.52$
 Дисперсия: $Dx = 1.08111 \cdot 10^{10}$
 Эксцесс: $Es = 85.5113$
 Асимметрия: $As = 3.00109$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишинное распределение



ряд № 3

Мат. ожидание: $Mx = 11656.9$

Дисперсия: $Dx=2.63431 \cdot 10^{10}$
 Экспесс: $Es=15.4616$
 Асимметрия: $As=0.938912$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишинное распределение

Рис. 4. Графики относительных частот и значения характеристик для усредненных оценок смешанного момента 4-го порядка (1)

Проведенный анализ показывает, что для оценки (1) характерна правосторонняя асимметрия, сохраняется островеишинное распределение, дисперсия характеризуется 8-10 порядком. Для данной группы пациентов трехмерные сечения оценки (1) являются менее амплитудными, для них характерны множественные пикообразные всплески. На плоскостных сечениях выделяется период кратный 12-14 единицам.

Исследуем те же временные ряды с помощью усредненной оценки смешанного семиинварианта 4-го порядка. Приведем трехмерные сечения усредненной оценки смешанного семиинварианта 4-го порядка вида (2), рисунок 5.

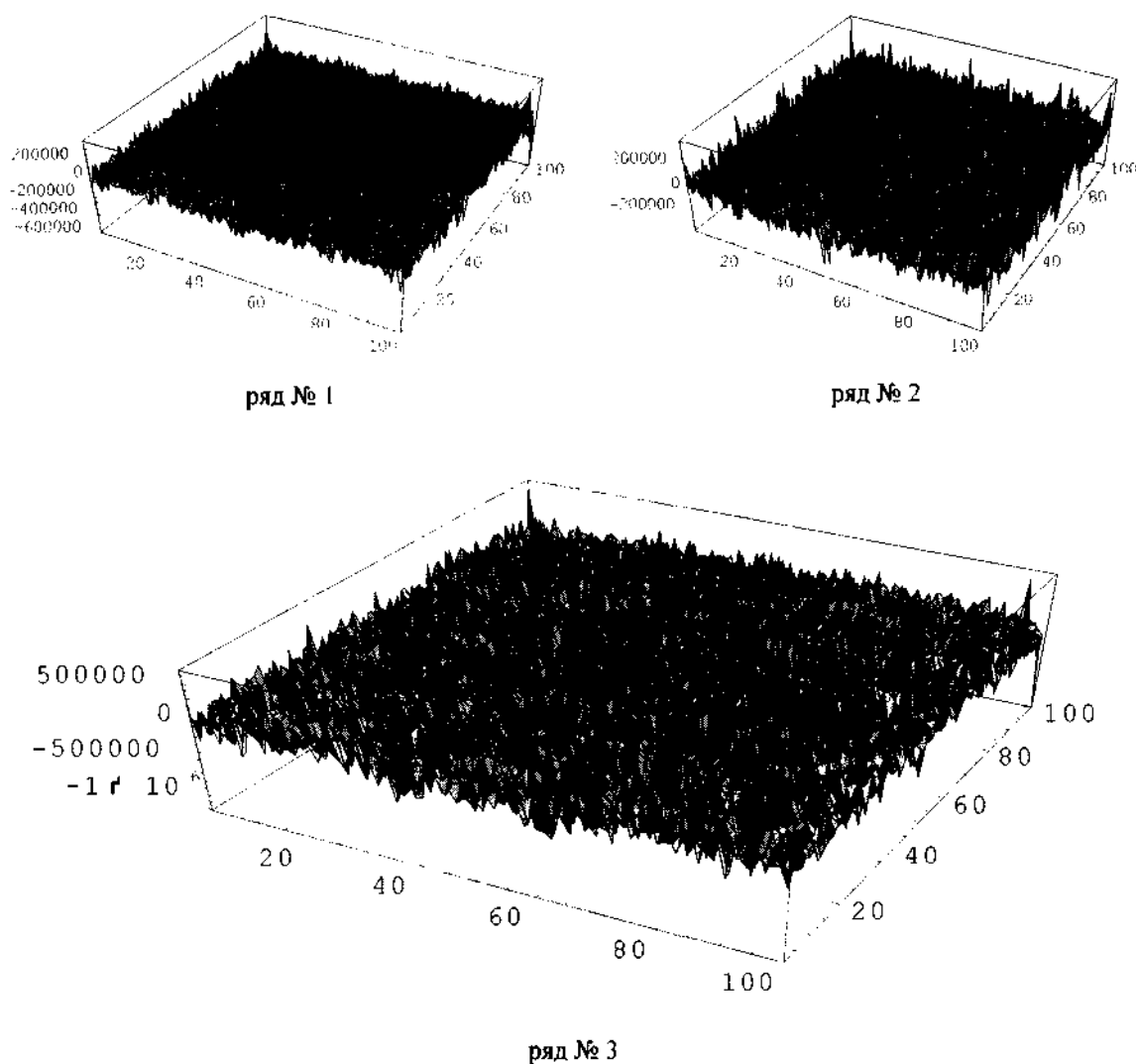


Рис. 5. Графики усредненных оценок смешанного семиинварианта 4-го порядка разрез при $(t_1, t_2, T-t_1)$

Для выявления кратности периодов исследуемой оценки приведем плоскостные сечения, рисунок 6.

Оценка(2), при(t1,0,T-t1)

Оценка(2), при (t1,T-t1, T-t1)

Оценка(2), при(t1,t1,T-t1)

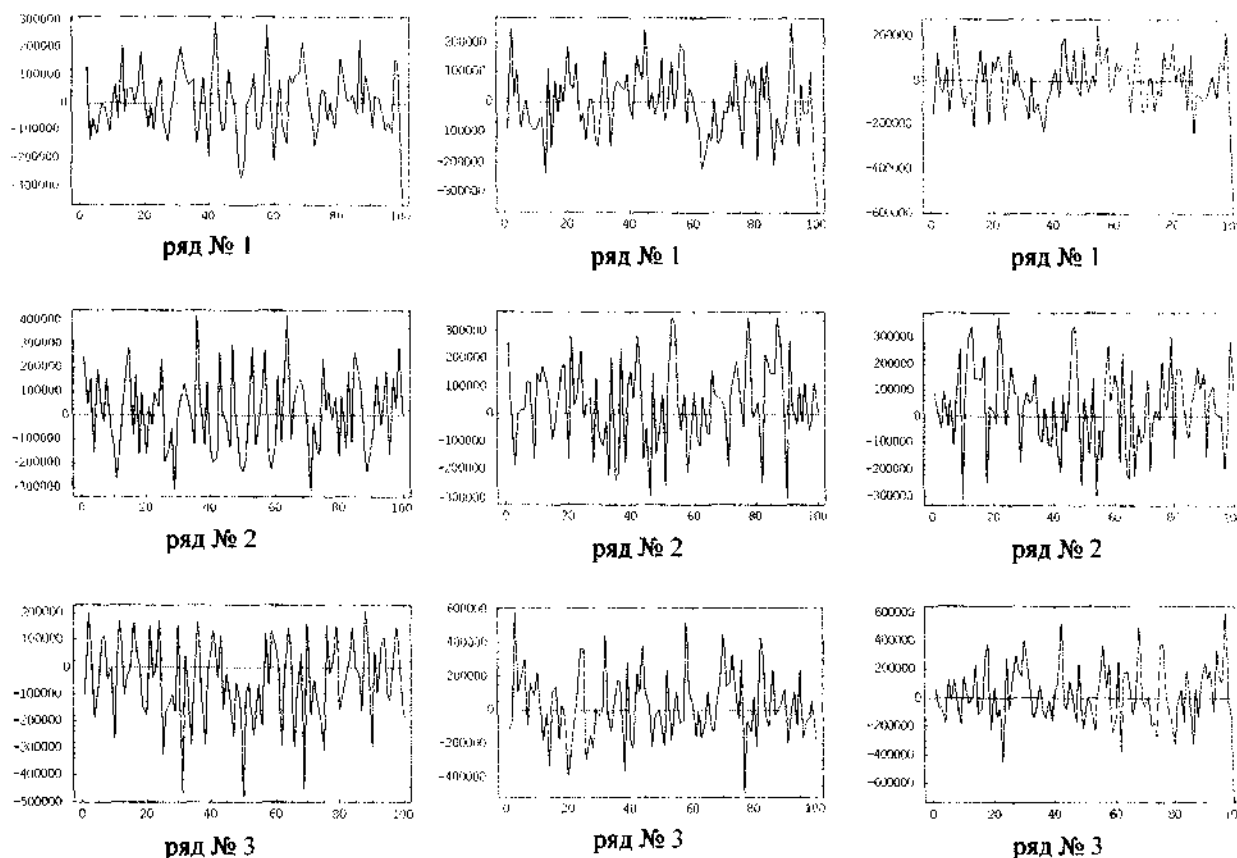
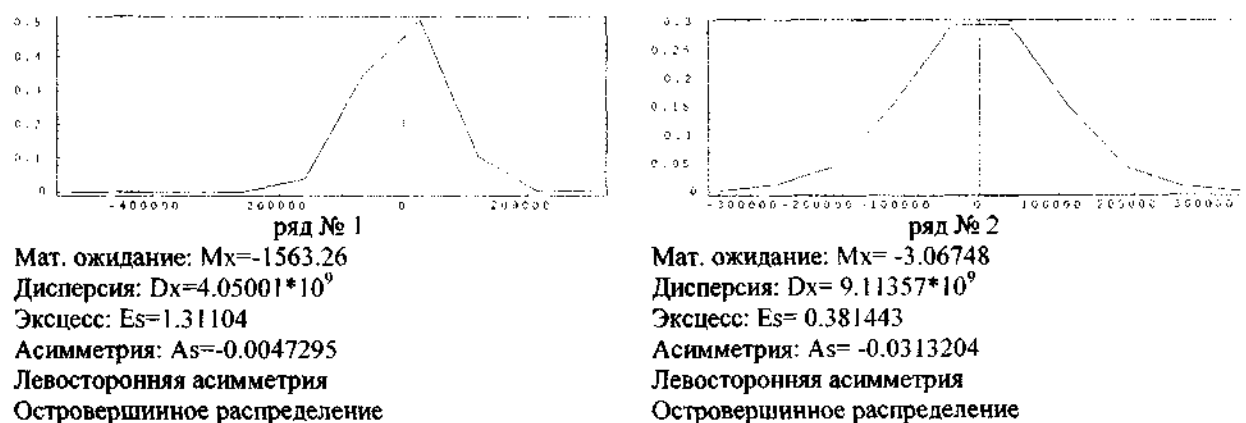
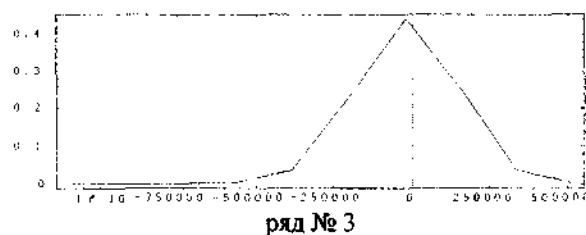


Рис. 6. Графики усредненных оценок смешанного семиинварианта 4-го порядков (2) в проекции на плоскость

Приведем графики относительных частот и основные числовые характеристики оценки (2), рисунок 7.





ряд № 3
 Мат. ожидание: $Mx = -15897$
 Дисперсия: $Dx = 2.34266 \cdot 10^{10}$
 Эксцесс: $Es = 0.406478$
 Асимметрия: $As = 0.00457316$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишное распределение

Рис. 7. Графики относительных частот и значения характеристик для усредненных оценок смешанного семиинварианта 4-го порядка (2)

Проведенный анализ показывает, что для оценки (2) характерна левосторонняя асимметрия, сохраняется островеишное распределение, дисперсия характеризуется 8-10 порядком. На плоскостных сечениях выделяется период кратный 12-13 единиц.

Таким образом, для пациентов с синдромом слабости синусового узла характерно увеличение кратности периода для усредненных оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта четвертого порядка вида (1) и (2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Марковская Н.В., Построение и изучение статистических свойств усредненных оценок смешанных моментов третьего и четвертого порядков и применение их к анализу кардиологических данных / Н.В. Марковская, Т.Н. Снежицкая // Вестн. Гродненского ун-та. Сер.2. Мат. Физ. Инф., выч. техн. и упр. Биол. – 2007. – № 4. – С. 26-35.
2. Труш, Н. Н. Статистический анализ оценок высших порядков стационарных случайных процессов: Учебное пособие / Н. Н. Труш, Н. В. Марковская. – Гродно: ГрГУ, 2001. – 195 с.
3. Markovskaya, N. V. Statistical properties of the averaged estimation of mixed moment of the third order and it application to cardiological data / N.V. Markovskaya, T. N. Sniazhytskaya // Computer Algebra Systems in Teaching and Research (CASTR'2007): сб. науч. ст. – Poland: Siedlce, 2007. – С. 204-214.