

АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ КАРДИОГРАММ ДЛЯ ПАЦИЕНТОВ С НОРМАЛЬНЫМ РИТМОМ СЕРДЦА С ПОМОЩЬЮ УСРЕДНЕННЫХ ОЦЕНОК СМЕШАННОГО МОМЕНТА И СМЕШАННОГО СЕМИИНВАРИАНТА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Т. Н. Снежицкая, Н. В. Марковская

УО «Гродненский государственный университет имени Я. Купалы»

Гродно, Беларусь

E-mail: Snezhitskaya@mail.ru, n.markovskaya@grsu.by

Работа посвящена применению усредненных оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта 4-го порядка к анализу кардиологических временных рядов (R-R интервалов) для пациентов с нормальным ритмом сердца, с целью выявления скрытых периодов.

Ключевые слова: усредненная оценка смешанного момента, усредненная оценка смешанного семиинварианта, кардиограмма, нормальный ритм сердца.

ПОСТРОЕНИЕ УСРЕДНЕННЫХ ОЦЕНОК ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $x(t), t \in Z$. Предположим, что $Mx(t) = 0, t \in Z$. Пусть имеется выборка объема N , где N - принимает достаточно большое значение. Разобьем всю выборку значений на m отрезков, $K = \frac{N}{m}$ - объем выборки на каждом из m интервалов, при чем, если K окажется не целым, отбрасываем необходимое число значений временного ряда с начала или с конца выборки.

Усредненная оценка смешанного момента 4-го порядка имеет вид:

$$\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{K} \sum_{t=(i-1)K}^{iK-1} x(t_1+t)x(t_2+t)x(t_3+t)x(t), t, t_j \in Z, j = \overline{1,3}. \quad (1)$$

В работе [1] доказано, что оценка (1) является несмещенной, состоятельной в среднеквадратическом смысле и имеет асимптотическое нормальное распределение.

Усредненную оценку смешанного семиинварианта 4-го порядка запишем в виде:

$$\hat{c}_4(t_1, t_2, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) - \hat{m}_2(t_1)\hat{m}_2(t_3 - t_2) - \hat{m}_2(t_2)\hat{m}_2(t_3 - t_1) - \hat{m}_2(t_3)\hat{m}_2(t_2 - t_1), \quad (2)$$

где $\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3)$ имеет вид (1),

$$\hat{m}_2(t_1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{1}{K} \sum_{t=(i-1)K}^{iK-1} x(t_1+t)x(t), t, t_1 \in Z. \quad (3)$$

Доказано, что оценка (2) является асимптотически несмещенной, состоятельной в среднеквадратическом смысле и имеет асимптотическое нормальное распределение.

ПРИМЕНЕНИЕ УСРЕДНЕННЫХ ОЦЕНОК СМЕШАННОГО МОМЕНТА И СМЕШАННОГО СЕМИИНВАРИАНТА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА К АНАЛИЗУ R-R ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ ГРУППЫ ПАЦИЕНТОВ БЕЗ НАРУШЕНИЙ В РИТМЕ СЕРДЦА

Успехи фундаментальных исследований в биологии и медицине, быстрый прогресс медицинского приборостроения определяют появление все новых и новых методов диагностики заболеваний. Для многих распространенных заболеваний количество описанных диагностических признаков исчисляется десятками.

Ритм сердца определяется способностью специализированных клеток его проводящей системы спонтанно активироваться. Кардиограмма – это графическое изображение последовательного временного ряда межсистолических интервалов в виде отрезков прямой линии, эквивалентных по длине продолжительностями пауз между сокращениями сердца (R-R интервалы).

Анализ variability сердечного ритма (BCP) в последние десятилетия широко используется в кардиологических исследованиях. Определение показателей BCP основано на оценке последовательных интервалов R-R синусового происхождения и обеспечивает получение количественной информации о модулирующем влиянии на сердце парасимпатического и симпатического отделов вегетативной нервной системы.

Мы предлагаем еще один метод анализа R-R интервалов с помощью усредненных оценок смешанного момента и смешанного семиинварианта 4-го порядка.

Приведем пример исследования трех временных рядов пациентов с нормальным ритмом сердца с помощью усредненной оценки смешанного момента 4-го порядка вида (1). Построим графики исходных данных.

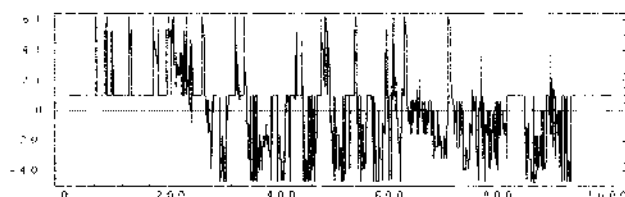
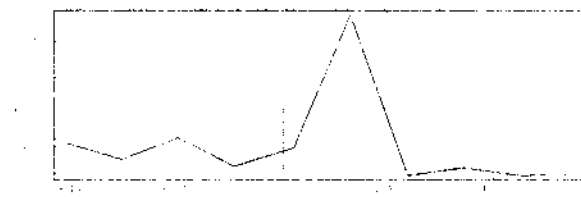


График исходных данных, ряд № 1



Полигон относительных частот, ряд № 1

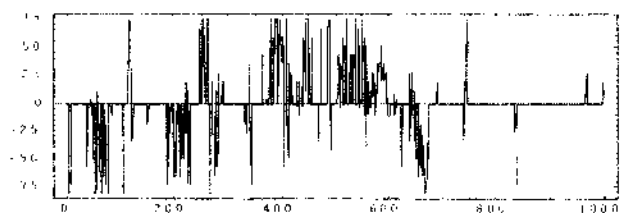
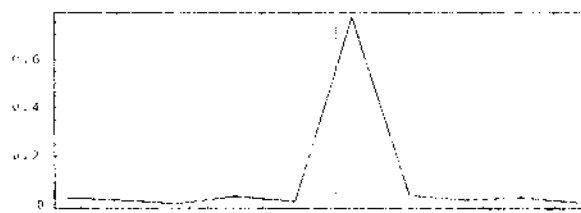


График исходных данных, ряд № 2



Полигон относительных частот, ряд № 2

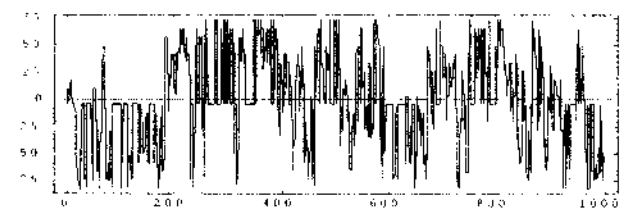
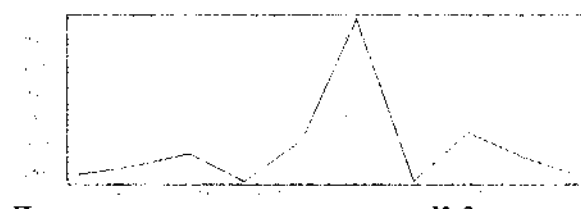


График исходных данных, ряд № 3

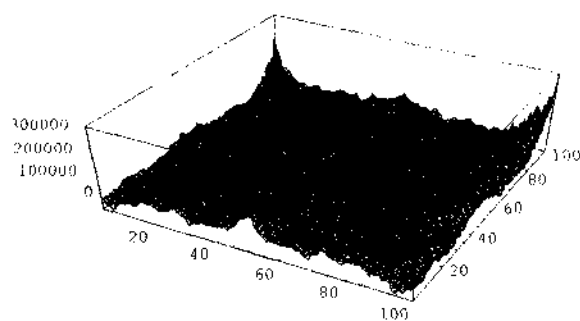


Полигон относительных частот, ряд № 3

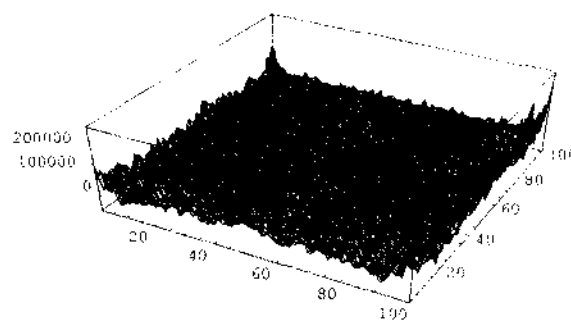
Рис. 1. Графики исходных данных и полигон относительных частот

По полигонам относительных частот (мономодальность полигона относительных частот) исходных данных можем сделать вывод, что у исследуемых пациентов нет нарушений в сердечном ритме.

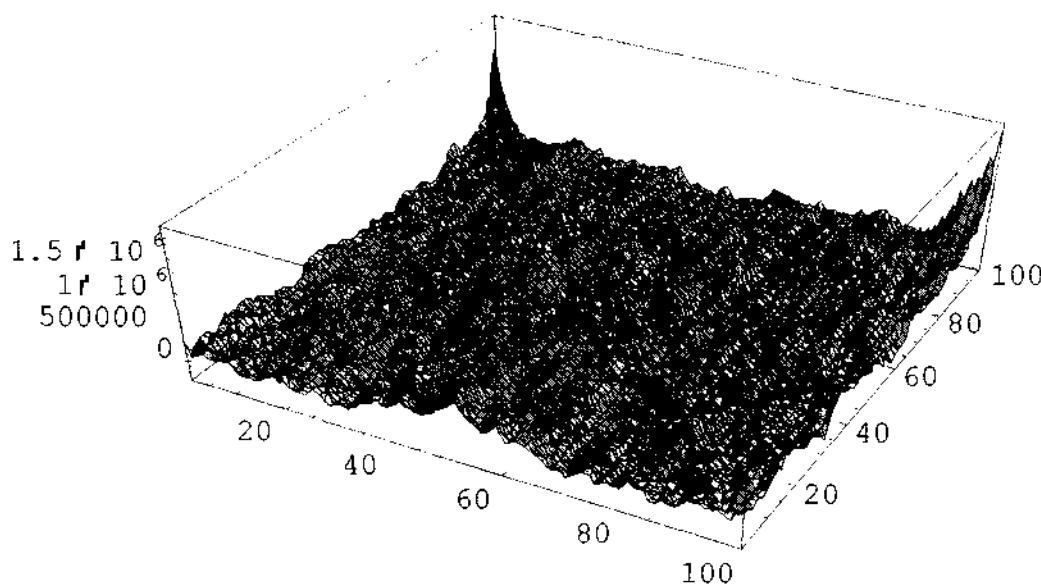
Приведем трехмерные графики реализации оценки (1).



Ряд № 1.



Ряд № 2.



Ряд № 3.

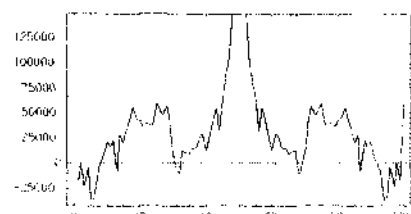
Рис. 2. Графики усредненных оценок смешанного момента 4-го порядка, разрез при $(t_1, t_2, T-t_1)$.

Для выявления кратности периодов исследуемой усредненной оценки (1) приведем плоскостные сечения.

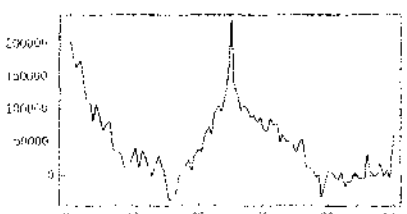
Оценка(1), при $(t_1, 0, T-t_1)$

Оценка(1), при $(t_1, T-t_1, T-t_1)$

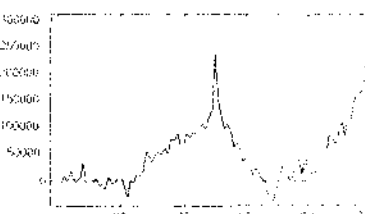
Оценка(1), при $(t_1, t_1, T-t_1)$



ряд № 1.



ряд № 1.



ряд № 1.

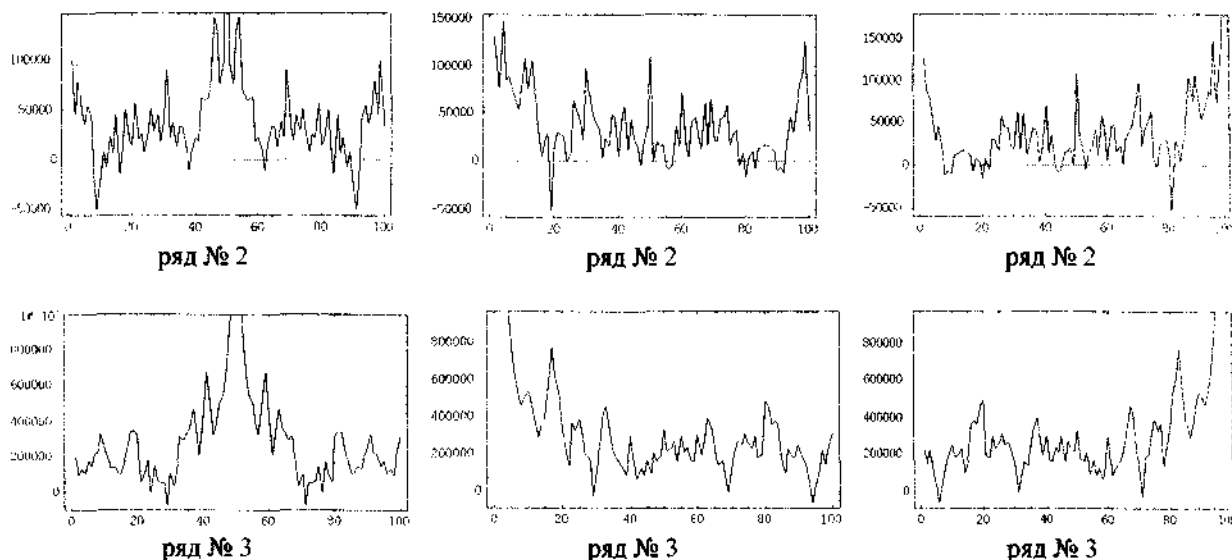
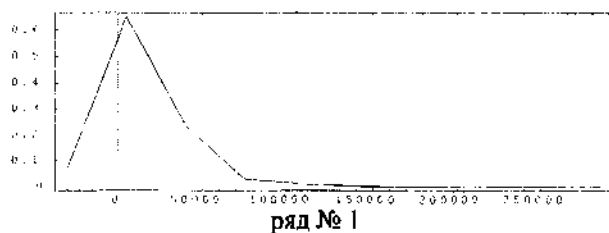
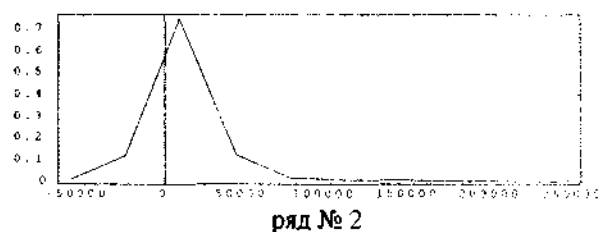


Рис. 3. Графики усредненной оценки смешанного момента 4-го порядков (1) в проекциях на плоскость

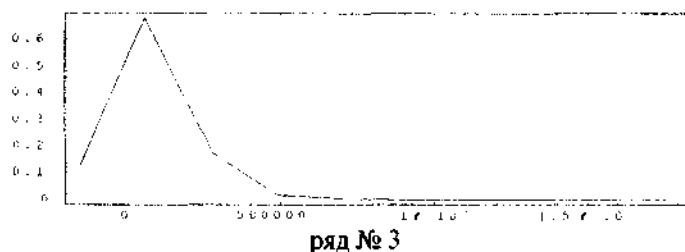
Приведем графики относительных частот и основные числовые характеристики оценки (1).



Мат. ожидание: $Mx=15101.7$
 Дисперсия: $Dx=5.35858 \cdot 10^8$
 Эксцесс: $Es=10.4293$
 Асимметрия: $As=2.02539$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишинное распределение



Мат. ожидание: $Mx=8986.79$
 Дисперсия: $Dx=3.34647 \cdot 10^8$
 Эксцесс: $Es=11.0142$
 Асимметрия: $As=1.57593$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишинное распределение



Мат. ожидание: $Mx=80536.6$
 Дисперсия: $Dx=1.77043 \cdot 10^{10}$
 Эксцесс: $Es=14.5764$
 Асимметрия: $As=2.13095$
 Правосторонняя асимметрия
 Островеишинное распределение

Рис. 4. Графики относительных частот и значения характеристик для усредненных оценок смешанного момента 4-го порядка (1)

Проведенный анализ показывает, что для данной группы пациентов у исследуемой усредненной оценки (1) наблюдается правосторонняя асимметрия, островершинное распределение, разброс значений вокруг среднего характеризуется 8-10 порядком. На плоскостных сечениях выделяется период кратный 5-7 единицам.

Исследуем те же временные ряды с помощью усредненной оценки смешанного семинварианта 4-го порядка вида (2). Приведем трехмерные сечения усредненной оценки.

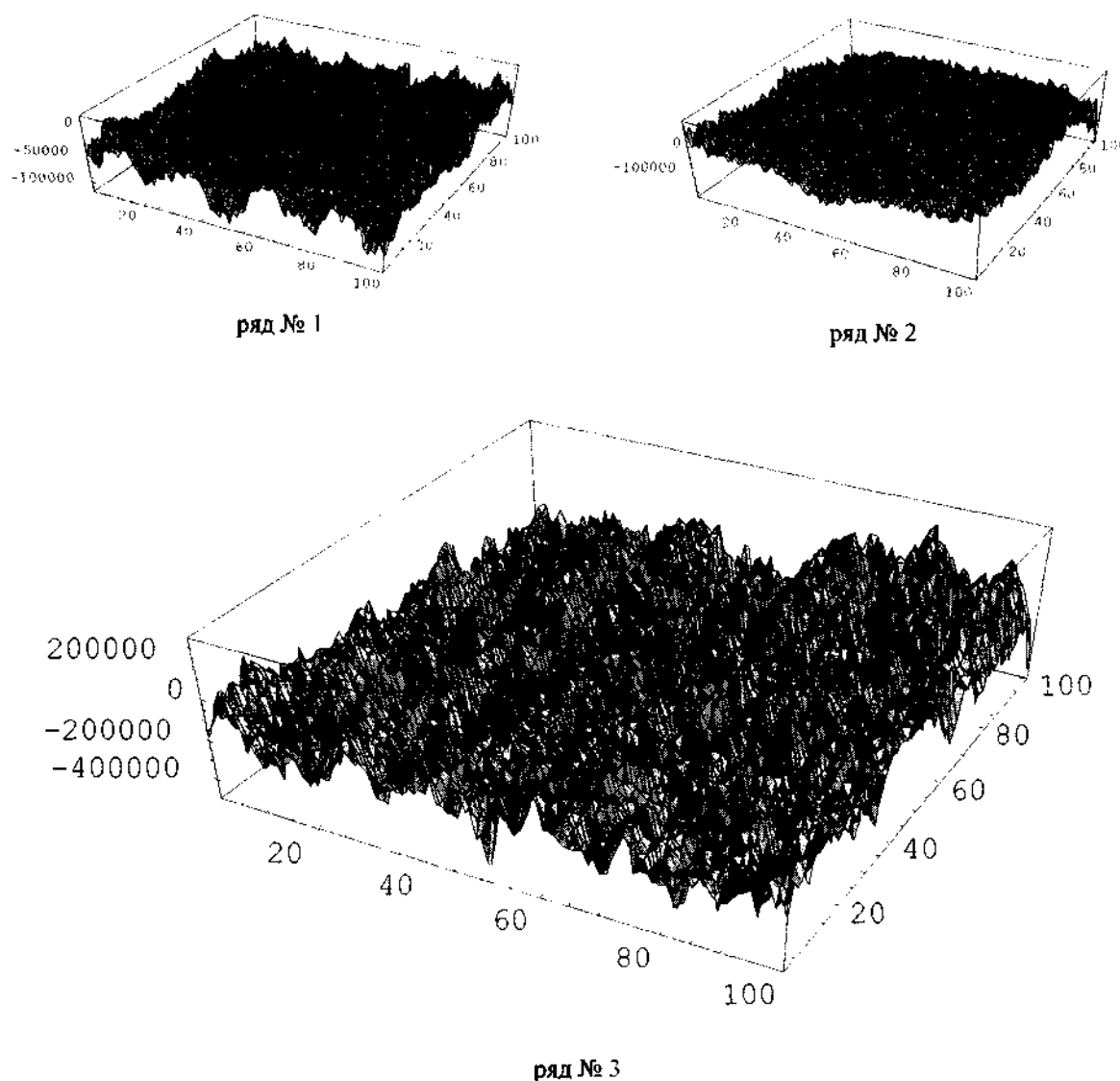
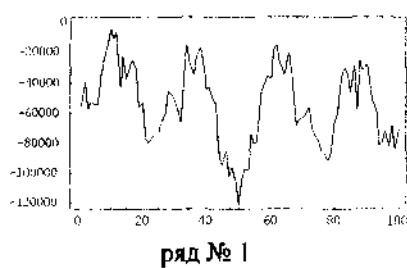


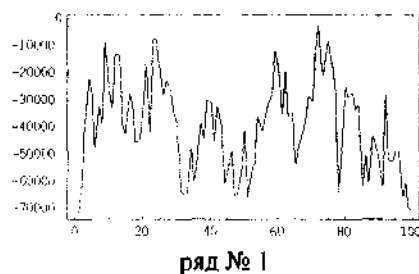
Рис. 5. Графики усредненных оценок смешанного семинварианта 4-го порядка, разрез при $(t_1, t_2, T-t_1)$

Для выявления кратности периодов исследуемой оценки приведем плоскостные сечения оценки (2).

Оценка(2), при $(t1,0,T-t1)$



Оценка(2), при $(t1,T-t1, T-t1)$



Оценка(2), при $(t1,t1,T-t1)$

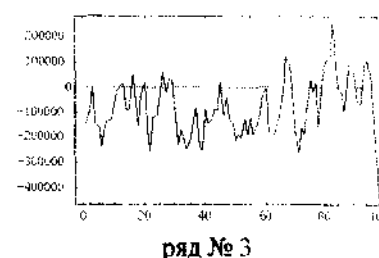
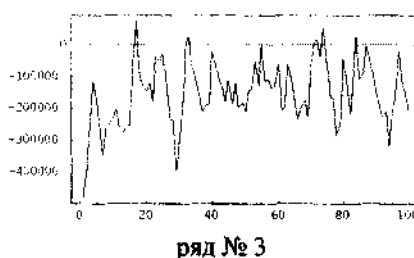
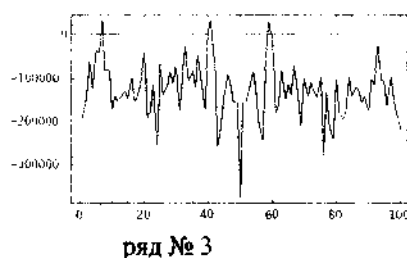
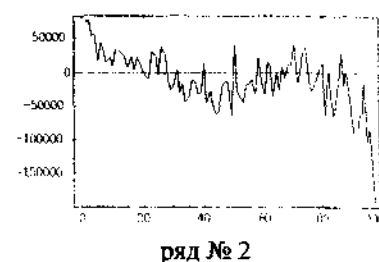
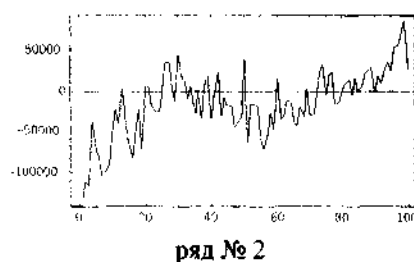
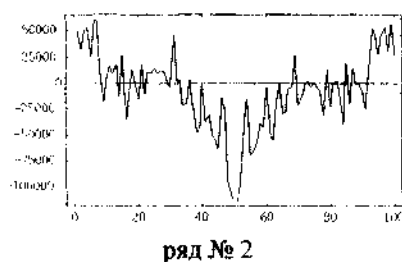
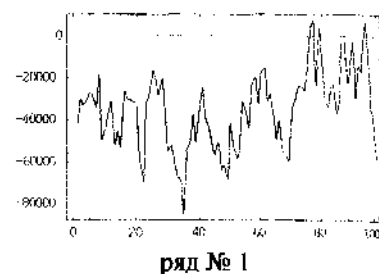
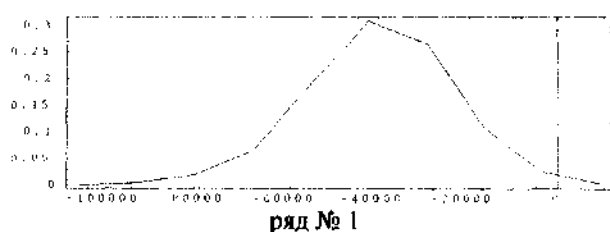
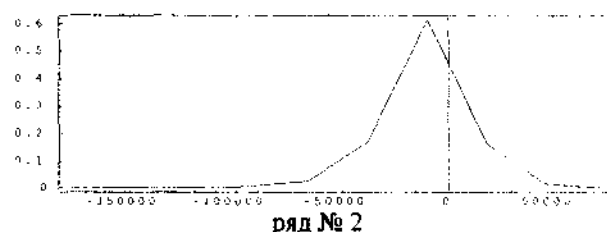


Рис. 6. Графики усредненных оценок смешанного семиинварианта 4-го порядков (2) в проекции на плоскость

Приведем графики относительных частот и основные числовые характеристики оценки (2).



Мат. ожидание: $Mx = -40120.1$
 Дисперсия: $Dx = 2.69471 \cdot 10^8$
 Эксцесс: $Es = 0.338456$
 Асимметрия: $As = -0.23489$
 Левосторонняя асимметрия
 Островершинное распределение



Мат. ожидание: $Mx = -11008.9$
 Дисперсия: $Dx = 3.93318 \cdot 10^8$
 Эксцесс: $Es = 3.23905$
 Асимметрия: $As = -0.412568$
 Левосторонняя асимметрия
 Островершинное распределение



Мат. ожидание: $Mx = -132430$
 Дисперсия: $Dx = 9.74575 \cdot 10^9$
 Эксцесс: $Es = 0.0665403$
 Асимметрия: $As = 0.120795$
 Правосторонняя асимметрия
 Островершинное распределение

Рис. 7. Графики относительных частот и значения характеристик для усредненных оценок смешанного семиинварианта 4-го порядка (2)

Проведенный анализ показывает, что для оценки (2) более характерна левосторонняя асимметрия, сохраняется островершинное распределение, дисперсия характеризуется 8-9 порядком. Как и для усредненной оценки смешанного момента 4-го порядка, так и для усредненной оценки смешанного семиинварианта 4-го порядка на плоскостных сечениях усредненных оценок для данной группы пациентов (без отклонений от нормы) выделяется период кратный 5-7 единицам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марковская Н.В., Построение и изучение статистических свойств усредненных оценок смешанных моментов третьего и четвертого порядков и применение их к анализу кардиологических данных / Н.В. Марковская, Т.Н. Снежицкая // Вестн. Гродненского ун-та. Сер.2. Мат. Физ. Инф., выч. техн. и упр. Биол. – 2007. – № 4. – С. 26-35.
2. Труш. Н. Н. Статистический анализ оценок высших порядков стационарных случайных процессов: Учебное пособие / Н. Н. Труш, Н. В. Марковская. – Гродно: ГрГУ, 2001. – 195 с.
3. Markovskaya, N. V. Statistical properties of the averaged estimation of mixed moment of the third order and its application to cardiological data / N.V. Markovskaya, T. N. Sniazhytskaya // Computer Algebra Systems in Teaching and Research (CASTR'2007): сб. науч. ст. – Poland: Siedlce, 2007. – С. 204-214.