

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ

Г. Н. Рейзина, Н. А. Микулик

Белорусский национальный технический университет

Минск, Беларусь

E-mail: mathematics1@bntu.by

Излагается научно-обоснованный методический подход к анализу качества виброзащитных систем, который позволяет получить экспериментальные данные, адекватные исследуемому процессу, а в ряде случаев заменить физический эксперимент.

Ключевые слова: качество системы, виброзащитные системы, среднеквадратические величины, вероятность функционала, система поддрессирования транспортного средства.

Современные транспортные средства представляют собой сложные системы, предназначенные для выполнения разнообразных функций, основная из которых – это перемещение грузов, пассажиров. К ним может ставиться целый ряд требований, например, эстетические требования, требования комфорта и т.п. Совокупность свойств, характеризующих полезные функции системы, будем называть ее качеством. Создание систем, обладающих все более высокими качествами, составляют основное содержание технического прогресса.

Разработка методов оценки качества и создания систем, обладающих заданной надежностью, является частью содержания теории надежности. Хотя основы этой теории были сформированы впервые в двадцатых годах прошлого столетия, систематическая ее разработка началась лишь в пятидесятые годы. Современная теория надежности развивается главным образом в связи с техникой управления. Наиболее существенным достижением теории является создание достаточно общей системы понятий и терминов качества, применяемых в различных областях техники [1].

Система считается эффективной только в том случае, если качество, заложенное в ее проект, будет сохраняться в течение всего времени, установленного для эксплуатации. Чтобы система была эффективной, необходимо еще, чтобы эти качества были устойчивыми по отношению к малым случайным отклонениям при осуществлении проекта, к малым нарушениям технологии, а также к возможным отклонениям условий эксплуатации от расчетных значений [2].

Одной из основных задач инженерного расчета является оценка защиты оператора и оборудования от вибрационных возмущений. Простейшие случаи – если внешнее воздействие является гармоническим уже при случайных внешних воздействиях. Решение этой задачи о виброзащите (качестве функционирования системы) встречает ряд аналитических и принципиальных трудностей.

В теории оптимальной виброзащиты используются критерии, аналогичные критерию минимума среднеквадратической ошибки в теории автоматического управления. Например, ставится условие, чтобы средний квадрат перемещения защищаемого объекта относительно основания, средний квадрат абсолютного ускорения объекта и т.п. принимали минимальные значения. Эти условия являются источником некоторых затруднений

для транспортных средств. Если подбирать параметры виброзащитного устройства из условия минимума среднеквадратического абсолютного ускорения, то приходим к тривиальному решению: жесткость подвешивания и потери в демпфере должны быть минимальными. Однако при этом получаются недопустимо большие относительные перемещения системы. Если же минимизировать среднеквадратическое относительное перемещение, то становятся недопустимо большими перегрузки в системе. Из этого затруднения выходят, дополняя условие минимума одного параметра ограничением, которое накладывается на другой параметр; следующая трудность в реальных конструкциях — это интенсивность вибрационного возмущения. Даже в линейных системах параметры, которые подобраны применительно к некоторому уровню возмущения, перестают быть оптимальными, и приходится интерпретировать линейную систему как результат статистической линеаризации некоторой нелинейной системы.

Таким образом, общая постановка задачи о проектировании виброзащитных систем формулируется следующим образом: из технических соображений выбирается система параметров качества и допустимая область. Чаще всего требуется, чтобы максимальные виброперегрузки объекта не превышали некоторых предельных значений.

В качестве примера рассматривается система подпрессоривания транспортного средства. При проектировании виброзащитной системы по минимуму среднеквадратической величины ускорения необходимо учесть отрыв колес, либо вероятность отрыва на определенном участке, вероятность пробоя подвески, а также качество демпфирования колебаний подпрессоренной виброзащитной системы транспортной машины (ТМ).

В настоящее время в большинстве случаев за критерии оценки качества виброзащиты подпрессоренной массы ТМ принимается дисперсия ускорений подпрессоренной массы или вероятность отрыва колес от дороги. Наиболее полным статистическим критерием является вероятность того, что параметры колебаний виброзащитной системы $Y(y_1, y_2, \dots, y_k)$, либо функционал $Q(Y, Z)$ должны находиться в заданных (допустимых) пределах по максимальному значению вероятности

$$P[Q_- \leq Q(Y, Z) \leq Q_+] = \max.$$

Характеристическая функция примет вид

$$I(Y, Z) = \frac{1}{2}(1 - \text{sign}(Q(Y, Z) - Q_- - \epsilon)) \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(Q(Y, Z) - Q_+ + \epsilon)),$$

где ϵ — бесконечно малая положительная величина.

Математическое ожидание совпадает с вероятностью невыхода функционала $Q(Y, Z)$ за пределы Q_- и Q_+ .

Тогда вероятностная оценка качества виброзащиты примет вид

$$P(Q_- \leq Q(Y, Z) \leq Q_+) = M[I(Y, Z)] = P(Z).$$

Вероятностный критерий качества для допустимой области изменения функционала определяется из условия

$$P(Z^*) = \max M[I(Y, Z)] = \min M[I(Y, Z)].$$

При случайном векторе внешних воздействий $G(q_i)$, $i = \overline{1, n}$, в результате получения ряда реализаций состояния системы $H(Y, Z)$ показатель качества виброзащиты можно представить в виде условного математического ожидания

$$Q(Z) = \int H(Y, Z) P(Z) dY$$

или

$$Q(Z) = M_Y[H(Y, Z)],$$

где $H(Y, Z)$ – функционал от вектора параметров системы, $P(Z)$ – плотность распределения вероятностей возмущения, $\bar{Y}$ – допустимая область.

Таким образом, задача анализа качества виброзащитных систем сводится к следующему: по вероятностным характеристикам случайных отклонений и случайных величин, действующих на объект, определяем требуемые вероятностные характеристики некоторых функционалов от выходных координат исследуемого объекта.

Примером является критерий максимума скорости движения транспортного средства по заданному профилю дороги

$$W(V) = \min_{V \in \bar{V}} \left\{ -v[V] + \sum_r k_r (1 - P_{\sigma_z}) + \sum_i \sum_j b_{ij} (1 - P_{\Delta ij}) + \sum_l \sum_j c_{jl} (1 - P_{\psi l}) + \sum_f k_f (1 - P_{\psi f}) \right\},$$

где V – область допустимых значений, k_r, k_f – весовые коэффициенты, $P_{\sigma_z}, P_{\Delta ij}, P_{\psi l}, P_{\psi f}$ – заданные вероятности не выбросов и деформации виброзащитной системы.

Критерий минимума дисперсий ускорений систем поддрессирования представлен в виде

$$W(D^*) = \min_{D \in \bar{D}} \left\{ D_z + \sum_i \sum_j b_{ij} (P_{\Delta ij}^*) + \sum_l \sum_j c_{jl} (P_{\psi l}^*) + \sum_k l_k (P_{\psi k}^*) \right\},$$

где b_{ij}, c_{jl}, l_k – весовые коэффициенты.

Математически задача анализа качества виброзащиты систем в общей постановке формулируется следующим образом:

1. Дана система нелинейных дифференциальных уравнений в форме Коши

$$\dot{Z} = F(Z, G, \lambda, t)$$

с начальными условиями $Z(t_0) = Z_0$,

где $Z(z_1, z_2, \dots, z_n)$ – вектор выходных координат виброзащитной системы;

$G(q_1, q_2, \dots, q_s)$ – вектор случайных воздействий на систему;

$\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ – вектор, моделирующий случайные отклонения параметров виброзащиты;

F – вектор-функция правых частей.

2. Заданы вероятностные характеристики случайных функций q_i , случайных величин λ_i и случайных начальных условий Z_{0i} .

3. Определена система функционалов от выходных координат

$$Q_k(t, z_1(t), z_2(t), \dots, z_k(t)), \quad k = 1, 2, \dots$$

4. Заданы функции $\varphi_k(Q_k)$, определяющие форму вероятностных функционалов, характеризующих качество виброзащитной системы.

Используя эту методику, можно значительно упростить задачу анализа качества виброзащитных систем, сэкономить время для проведения экспериментальных работ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. – Мир, 1984.
2. Харин Ю. С. Статистическое оценивание параметров. – Минск: БГУ, 1984.