СИСТЕМА БОНУС-МАЛУС В АВТОМОБИЛЬНОМ СТРАХОВАНИИ

А. Ю. Губина, В. В. Сечко

Белорусский Государственный Университет
Минск, Республика Беларусь
E-mail: nastik.mail@gmail.com

Работа рассматривает различные виды систем бонус-малус, их оценку и применение. Система бонус-малус, как знают опытные практики, является одним из средств рыночной конкуренции. Понимание последствий такой конкуренции облегчается математическим моделированием.

Ключевые слова: система бонус-малус, автомобильное страхование, риск, распределение вероятностей

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИСТЕМЫ БОНУС-МАЛУС

По определению, компания использует систему бонус-малус (СБМ), если

1. Полисы, принадлежащие данной тарифной группе могут быть разделены ка конечное число классов, которые обозначаются через C_i или же просто $i(i=1,...,s)$, так, чтобы размер годовой премии зависел только от номера класса.
2. Класс, к которому относится полис в текущий период страхования (обычной один год), определяется исключительно классом, в котором он находился в предыдущий период и числом страховых случаев, зарегистрированных в данный период.

Такая система определяется тремя элементами:

1. Премиальной шкалой $b=(b_1,...,b_n)$.
2. Начальным классом C_{i0}.
3. Переходными правилами, которые определяют условия перехода из одного класса в другой, при условии, что число страховых случаев известно.

Эти правила можно ввести в виде преобразований T_k таких, что $T_k(i)=j$, если полис переходит из класса C_i в класс C_j, при условии, что зарегистрировано k страховых случаев. Преобразование T_k можно представить в виде матрицы $T_k=\left(t_{ij}^{(k)}\right)$, где $t_{ij}^{(k)}=1$, если $T_k(i)=j$, и $t_{ij}^{(k)}=0$ в противном случае.

Вероятность перехода из класса C_i в класс C_j для страхователя характеризуется некоторым параметром L, например, частотой страховых случаев и имеет вид

$$P_{ij}(L)=\sum_{k=0}^{\infty}P_k(L)t_{ij}(k).$$

Здесь $P_k(L)$ есть вероятность того, что водитель с частотой L повинен в k страховых случаях в течение года. Очевидно, что $P_{ij}(L)$ не меньше нуля и что $\sum_{j=0}^{s}P_{ij}(L)=1$.

Матрица

$$\sum_{j=0}^{s} P_k(L)T_k = (p_{ij}(L)) = M(L)$$

является переходной матрицей для цепи Маркова.

МОДЕЛЬ ПУАССОНА. ОДНОРОДНЫЙ ПОРТФЕЛЬ

Обозначим через $N(t,t+\Delta t)$ количество исков во временном интервале $(t,t+\Delta t)$. Сформулируем 3 следующих предположения:

1. $P[N(t,t+\Delta t)=1]=\lambda\Delta t+o(\Delta t)$, *где* $\lambda>0$.

2. $P[N(t,t+\Delta t)>1]=o(\Delta t)$.

3. Пусть τ и τ'- два непересекающихся временных интервала. Тогда $P[N(\tau)=k, N(\tau')=k']=P[N(\tau)=k]\cdot P[N(\tau')=k']$.

Легко проверить, что Пуассоновское распределение подтверждает эти три свойства. Все три предположения дают, что распределение $\{p_k, k=0,1,2,...\}$ числа исков в данном году является Пуассоновским с параметром λ:

$$p_k = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!}, k=0,1,2,...$$

Заметим, что в этой модели и всех остальных распределениях, представленных в этом разделе, λ полагаем постоянным на протяжении всего времени. Тут имеет место возможная критика этих моделей, т.к. они не включают возможность усовершенствования вождения автомобиля.

Пуассоновский процесс имеет стационарные и независимые приращения. Если $(t_1,t_1+h_1),(t_2,t_2+h_2),...,(t_n,t_n+h_n)$ - попарно непересекающиеся временные интервалы, то СВ $N(t_1,t_1+h_1),N(t_2,t_2+h_2),...,N(t_n,t_n+h_n)$ являются совместно независимыми. Распределение $N(t_i,t_i+h_i)$ является Пуассоновским с параметром λh_i и не зависит от t_i.

ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ БИНОМИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ: ОДНОРОДНЫЙ ПОРТФЕЛЬ

Неприемлемость модели Пуассона проявляется в том, что поведение страхуемого полагается однородным. Нам нужна модель, которая отражает различные основные риски. Предполагаем, что распределение $\{p_k(\lambda), k=0,1,2,...\}$ числа исков каждого лица подчиняется закону Пуассона

$$p_k = \frac{e^{\lambda}\lambda^k}{k!}, k=0,1,2,...$$

параметр которого λ изменяется. Каждый страхуемый характеризуется значением своего параметра λ. В этом подходе λ предполагается наблюдаемым значением СВ Λ. Модель допускает, что Λ имеет двухточечное дискретное распределение. Отрицательная биномиальная и Пуассона-обратная Гауссовская модели рассматривают непрерывное распределение для Λ. Для больших портфелей кажется естественным использовать непрерывный подход (приближение). Для простоты будем допускать, что Λ имеет непрерывное распределение на интервале $[0,\infty)$. Формулы могут быть легко модифицированы для дис-

кретного или смешанного распределения. Обозначим через $u(\lambda)$ функцию плотности распределения Λ. Будем называть ее структурной функцией. Результирующее распределение числа исков в портфеле

$$p_k = \int_0^\infty \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} u(\lambda) d\lambda, k = 0,1,2,...$$

называется смешанным Пуассоновским распределением. Выберем для распределения Λ, называемого смесью распределения, Гамма закон с параметрами a и τ.

Распределение $\{p_k(\lambda), k = 0,1,2,...\}$ числа исков в портфеле получается интегрированием:

$$p_k = \int_0^\infty p_k(\lambda) u(\lambda) d\lambda = \binom{k+a-1}{k} p^a q^k$$

полагая $p = \frac{\tau}{1+\tau}$ и $q = 1 - p = \frac{1}{1+\tau}$ и определяя в качестве обобщенного комбинаторного коэффициента $\binom{k+a-1}{k} = \frac{\Gamma(k+a)}{\Gamma(k+1)\Gamma(a)}$, мы получаем отрицательное биномиальное распределение с МО $m = a/\tau$ и дисперсией: $\sigma^2 = \frac{a}{\tau}(1+\frac{1}{\tau})$.

Как видно, дисперсия отрицательного биномиального закона превышает его МО, что является желательным свойством.

Вычисление отрицательных биномиальных вероятностей не требует таблицы Гамма функции. Для вычисления биномиальных вероятностей воспользуемся рекурсией:

$$p_{k+1} = \frac{k+a}{(k+1)(1+\tau)} p_k,$$

начиная с $p_0 = \left(\frac{\tau}{1+\tau}\right)^a$.

В данном случае, подгоняя наблюдаемое распределение под отрицательное биномиальное с параметрами m и σ^2 при помощи метода моментов получаем следующие оценки параметров

$$\hat{\tau} = \frac{\bar{x}}{s^2 - \bar{x}}, \ \hat{a} = \frac{\bar{x}^2}{s^2 - \bar{x}}$$

ПУАССОНА-ОБРАТНАЯ ГАУССОВСКАЯ МОДЕЛЬ

Смешанные Пуассоновские распределения широко используются в моделировании величин исков, когда портфель является однородным. Смесь распределений представляет степень этой однородности. В этой модели распределение Λ является обратным Гауссовским *IG(g,h)* - Inverse Gaussian:

$$u(\lambda) = \frac{g}{\sqrt{2\pi h \lambda^{3/2}}} \exp\left[-\frac{1}{2h\lambda}(\lambda - g)^2\right] g, h>0.$$

Тогда результирующее смешанное Пуассоновское распределение называется Пуассона-обратное Гауссовское. Его среднее $n=g$, в то время как его дисперсия $\sigma^2 = g(1+h)$. Вероятности p_k могут быть вычислены рекурсивно:

$$p_k = e^{\frac{g}{h}[1-\sqrt{1+2h}]}, p_1 = gp_0(1+2h)^{-1/2}, (1+2h)k(k-1)p_k=h(k-1)(2k-3)p_{k-1}+g^2p_{k-2} \quad k=2,3,\ldots$$

Значения оценок по методу моментов для g и h будут

$$\hat{g} = x,\ \hat{h} = \left(\frac{s^2}{x}\right) - 1, \text{ при условии, что } s^2 > x.$$

Оценка максимального правдоподобия для g это $\bar{x}$. А $\hat{h}$ является положительным решением уравнения

$$\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{m} n_k T_k(h) = \bar{x},$$

где $T_0(h) = \bar{x}(1+2h)^{-1/2}$ и $T_k(h) = \dfrac{1}{1+2h}\left[(2k-1)h + \dfrac{x}{T_{k-1}(h)}\right]$ $k=1,2,\ldots$

Заметим, что $T_k(h) = (k+1)^{p_{k+1}/p_k}$.

ХОРОШАЯ-РИСКОВАЯ/ПЛОХАЯ-РИСКОВАЯ МОДЕЛЬ

В этом смешанном Пуассоновском процессе смесь структурных функций имеет простое двухточечное дискретное распределение. Портфель состоит только из двух категорий водителей: a_1 - доля "хороших" водителей (закон Пуассона с параметром λ_1) и $a_2 = 1 - a_1$ - доля "плохих" водителей (параметр λ_2):

$$p_k = a_1 \frac{\lambda_1^k e^{-\lambda_1}}{k!} + a_2 \frac{\lambda_2^k e^{-\lambda_2}}{k!},$$

где $a_1, a_2, \lambda_1, \lambda_2 > 0, a_1 + a_2 = 1$. Среднее значение равно $m = a_1\lambda_1 + a_2\lambda_2$. Дисперсия $\sigma^2 = a_2 - m^2$, где $a_2 = a_1\lambda_1^2 + a_2\lambda_2^2 + a_1\lambda_1 + a_2\lambda_2$. Третий центральный момент равен $\mu_3 = a_3 - 3ma_2 + 2m^3$, где $a_3 = a_1\lambda_1^3 + a_2\lambda_2^3 + 3(a_1\lambda_1^2 + a_2\lambda_2^2) + a_1\lambda_1 + a_2\lambda_2$. Значения оценок параметров будут:

$$\hat{a}_1 = \frac{a - \hat{\lambda}_2}{\hat{\lambda}_1 - \hat{\lambda}_2} \text{ и } \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2 = \frac{S \pm \sqrt{S^2 - 4P}}{2},$$

где $S = \dfrac{c - ab}{b - a^2}$, $P = \dfrac{ac - b^2}{b - a^2}$ и $a = \bar{x}, b = \alpha_2^* - \bar{x}, c = \alpha_3^* - 3\alpha_2^* + 2\bar{x}$. α_2^* и α_3^* - начальные моменты 2-го и 3-го порядка наблюдаемого распределения. Пуассона-обратное Гауссовское распределение более асимметрично, чем отрицательное биномиальное и имеет, в некоторой степени, более тяжелый правый хвост.

Вывод. Пуассоновская модель пригодна для моделирования распределения несчастного случая для отдельного клиента, но не может быть использована для анализа группы портфелей. Три другие модели (все смешанные Пуассоновские), удачно подходят для наблюдаемого распределения. Фактически, распределения числа потерь обычно обобщают данные в очень немногих классах.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ БОНУС-МАЛУС

Будем строить СБМ основываясь только на том, что компании известно количество страховых случаев, а не их сумма. Нетто-премия, требуемая от страхуемого, может затем отождествляться с его собственной, но неизвестной частотой иска λ (масштабируя так, чтобы средний расход по иску равнялся 1 денежной единице).

Предполагаем, что страхуемого наблюдали в течение t лет и k - число страховых случаев, в которых он попал в аварию в течение j-го года. Таким образом, информация, касающаяся владельца полиса, это вектор $(k_1, ..., k_t)$.

Наблюдения k_j - реализации СВ K_j, полагаемых независимыми и одинаково распределенными (чистота появления иска не изменяется на протяжение всего времени). С каждой группой наблюдений $k_1,...,k_t$, мы должны связывать число $\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t)$, которое является наилучшей оценкой λ в момент времени $t+1$.

Проблема разрешимости может быть, таким образом, сформулирована как следующее: на основании данного ряда независимых и одинаково распределенных СВ $K_1,...,K_t$ определить набор функций $\lambda_{t+1} = \lambda_{t+1}(k_1,...,k_t)$, $t = 0,1,...$, которые оценивают λ оптимально и последовательно.

Модель СБМ можно представить как серию статистических игр между природой и актуарием. Каждая игра определяется тройкой $\Gamma_{t+1} = (\Lambda_0, D_{t+1}, R_{t+1})$, где Λ_0 - пространство природных стратегий - интервал $[0,\infty)$, совокупность значений, которые возможно принимает неизвестный параметр λ, D_{t+1} - пространство стратегий актуария за время $t+1$ - это класс решающих функций $\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t)$, которые связаны с каждым вектором наблюдений $(k_1, ..., k_t)$ точки $\lambda_{t+1} \in \Lambda_0$; $R_{t+1} = R_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$ - рисковая функция актуария за время $t+1$ - это ожидание потерь $F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$, которым он подвергается, когда он принимает решение $\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t)$ пока природа находиться в состоянии λ. Функция потерь $F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)$ есть неотрицательная функция различия между λ_{t+1} и λ. Таким образом

$$R_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) = E[F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda)] = \sum F_{t+1}(\lambda_{t+1}, \lambda) P(k_1,...,k_t \mid \lambda)$$

определяя Σ как сумму по всем прошлым значениям иска $(k_1, ..., k_t)$ и $P(k_1,...,k_t \mid \lambda)$ как n-мерное распределение числа исков для страхуемого, характеризуемое его частотой появления иска λ.

Множество $\Gamma_t (t = 1,2,...)$ формирует статистическую игру $\Gamma = (\Lambda_0, D, R)$, где $D = D_1 \times ... \times D_t \times ...$ - декартово произведение D_t, и

$$R = R(\lambda_1,...,\lambda_t,...;\lambda) = \sum_{t=1}^{\infty} R_t(\lambda_t, \lambda) = \sum_{t=1}^{\infty} E[F_t(\lambda_t, \lambda)]$$

есть абсолютные ожидаемые потери актуария.

Набор $(\lambda_1^*,...,\lambda_t^*,...)$ называется однородно оптимальным, если

$$R(\lambda_1^*,...,\lambda_t^*,...;\lambda) \le R(\lambda_1,...,\lambda_t,...;\lambda)$$

для каждого значения λ и для всех $(\lambda_1, ..., \lambda_t, ...;\lambda)$.

Как правило, однородно оптимального набора не существует. Оптимальная СБМ для хорошего водителя (λ мало) сильно отличается от оптимальной СБМ для плохого водителя (λ велико). Альтернативой является минимизация среднего риска для актуария

$$R(\lambda_1,...,\lambda_t,...) = \int_0^\infty R(\lambda_1,...,\lambda_t,...;\lambda)u(\lambda)d\lambda,$$

подход полностью соответствует природе проблемы, так как мы уже предположили ранее, что Λ - СВ с функцией плотности $u(\lambda)$. Набор $(\lambda_1^*,...,\lambda_t^*,...)$, определенный тогда, является оптимальным, если

$$R(\lambda_1^*,...,\lambda_t^*,...) = \inf_{(\lambda_1^*,...,\lambda_t^*,...)\in D} R(\lambda_1,...,\lambda_t,...).$$

По теореме Байеса, апостериорная структурная функция, для данной истории исков $(k_1,...,k_t)$, равна

$$u(\lambda \mid k_1,...,k_t) = \frac{P(k_1,...,k_t \mid \lambda)u(\lambda)}{\overline{P}(k_1,...,k_t)},$$

где $\overline{P}(k_1,...,k_t) = \int_0^\infty P(k_1,...,k_t \mid \lambda)u(\lambda)d\lambda$

есть распределение исков в течение t лет наблюдения портфеля. Мы должны минимизировать

$$R(\lambda_1,...,\lambda_t,...) = \sum_{t=0}^{\infty}\sum \int_0^\infty F_{t+1}(\lambda_{t+1},\lambda)\overline{P}(k_1,...,k_t)u(\lambda \mid k_1,...,k_t)d\lambda$$

Так как функция потерь неотрицательная, мы должны только минимизировать по всем t и по всем $(k_1,...,k_t)$

$$\int_0^\infty F_{t+1}(\lambda_{t+1},\lambda)u(\lambda \mid k_1,...,k_t)d\lambda,$$

который является апостериорным риском Λ.

Когда $\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t) < \lambda$, страхователь назначает слишком низкую цену, и страховая компания будет терять деньги. Когда $\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t) > \lambda$, страхователь запрашивает чрезмерную цену, и страховая компания рискует потерять стратегию. Потери равны нулю, когда не было сделано ошибок ($\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t) = \lambda$: актуарий правильно оценивает частоту наступления исков).

Классический случай для функции потерь - квадратичная форма. В этом случае мы должны найти минимум

$$\int_0^\infty (\lambda_{t+1} - \lambda)^2 u(\lambda \mid k_1,...,k_t)d\lambda,$$

который приводит к

$$\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t) = \int_0^\infty \lambda u(\lambda \mid k_1,...,k_t)d\lambda.$$

Это апостериорное ожидание Λ, $E[\Lambda|k_1,...,k_t]$. Страховая компания должна облагать группу страхуемых с историей требований $(k_1,...,k_t)$ нетто-премией равной их апостериорной частоте поступления исков. По определению, СБМ, вычисленная с использованием Байесовского анализа, называется оптимальной системой бонус-малус.

ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ БИНОМИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ

Отрицательная биномиальная модель обладает очень важным свойством устойчивости структурной функции. Покажем, что если априорное распределение Λ является Гамма распределением с параметрами a и τ, то апостериорное распределение является тоже Гамма распределением, но с параметрами $\tau+t$ и $a+k$, где $k=\sum_{i=1}^{t} k_i$ - суммарное число исков страхуемого. Происшествие k страховых случаев за t лет только вынуждает изменять параметры Гамма распределения от a и τ до $a+k$ и $\tau+t$. Рассматривая предположения о модели, мы имеем

$$P(k_1,...,k_t \mid \lambda)=\frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod_{j=1}^{t}(k_j!)}$$

По теореме Байеса:

$$u(\lambda \mid k_1,...,k_t)=\frac{\lambda^{k+a-1}e^{-(t+\tau)\lambda}}{\int_0^\infty \lambda^{k+1-a}e^{-(t+\tau)\lambda}d\lambda},$$

которая является функцией плотности для Гамма распределения с параметрами $a+k$ и $\tau+t$. Следовательно, оценка средней частоты иска группы страхуемых с историей требований $(k_1,...,k_t)$, равна

$$\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t)=\frac{a+k}{\tau+t}.$$

ПОСТРОЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СБМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПА МАТЕМАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРЕМИИ

Самый простой принцип вычисления премии для страховой компании состоит в требовании, чтобы страхуемый оплатил нетто-премию плюс безопасность, вес которой пропорционален этой нетто-премии - принцип математического ожидания. Этот принцип означает, что страхуемый, который с историей требований $(k_1,...,k_t)$, будет должен заплатить премию

$$P_{t+1}(k_1,...,k_t)=(1+\alpha)\lambda_{t+1}(k_1,...,k_t)=(1+\alpha)\frac{a+k}{\tau+t}.$$

ПУАССОНА-ОБРАТНАЯ ГАУССОВСКАЯ МОДЕЛЬ

Для Пуассона-обратной Гауссовской модели структурная функция равна

$$u(\lambda)=\frac{g}{\sqrt{2\pi h}\lambda^{3/2}}\exp\left[-\frac{1}{2h\lambda}(\lambda-g)^2\right],$$

Апостериорная структурная функция, в соответствии с историей требований $(k_1,...,k_t)$, является

$$u(\lambda \mid k_1,...,k_t) = \frac{P(k_1,...,k_t \mid \lambda)u(\lambda)}{\int_0^\infty P(k_1,...,k_t \mid \lambda)u(\lambda)d\lambda} = \frac{\frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod(k_j!)} \frac{g}{\sqrt{2\pi h}\lambda^{3/2}} \exp\left[-\frac{1}{2h\lambda}(\lambda-g)^2\right]}{\int_0^\infty \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\prod(k_j!)} \frac{g}{\sqrt{2\pi h}\lambda^{3/2}} \exp\left[-\frac{1}{2h\lambda}(\lambda-g)^2\right]d\lambda}$$

После сокращения g, $\prod(k_j!)$ и $\sqrt{2\pi h}$ и устранения интеграла как нормирующей константы,

$$u(\lambda \mid k_1,...,k_t) \propto \frac{\lambda^k e^{-t\lambda}}{\lambda^{3/2}} \exp\left[-\frac{1}{2h\lambda}(\lambda-g)^2\right] \propto \lambda^{k-\frac{3}{2}} e^{-\lambda(t+\frac{1}{2h})} e^{-\frac{1}{\lambda}(\frac{g^2}{2h})} = \lambda^a e^{-\frac{\lambda}{b}} e^{-\frac{c}{\lambda}},$$

полагая $a = k - \frac{3}{2}, \frac{1}{b} = t + \frac{1}{2h}, c = \frac{g^2}{2h}$.

При $a = \nu - 1, b = 2\beta$ и $c = \mu^2 / 2\beta$ это функция плотности обобщенного обратного Гауссовского распределения, обычно определяемая как

$$f(\lambda) = \frac{\lambda^{\nu-1} e^{-\frac{\lambda}{2\beta}} e^{-\frac{\mu^2}{2\beta\lambda}}}{2\mu^\nu K_\nu\left(\frac{\mu}{\beta}\right)}.$$

K_ν является модифицированной функцией Бесселя третьего рода с индексом ν определенным как $K_\nu(u) = \frac{1}{2}\int_0^\infty x^{\nu-1} e^{-\frac{u}{2}\left(x+\frac{1}{x}\right)} dx$.

Обозначим $Q_k(u) = \frac{K_{k+\frac{1}{2}}(u)}{K_{k-\frac{1}{2}}(u)}$.

Последующая премия, используя принцип МО, сокращается до

$$P_{t+1}(k_1,...,k_t) = (1+\alpha)\mu Q_k(\frac{\mu}{\beta}).$$

Два свойства K_ν означают, что $Q_0(u) = 1, Q_k(u) = \frac{2k-1}{u} + \frac{1}{Q_{k-1}(u)}$, что предоставляет возможность рекурсивного вычисления оптимальной СБМ. Эта система финансово сбалансирована.

ХОРОШАЯ-РИСКОВАЯ/ПЛОХАЯ-РИСКОВАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим страхуемого с историей требований $(k_1, ..., k_t)$ и применим теорему Байеса к вычислению последующей вероятности $a_1(k_1,...,k_t)$ того, что он является хорошим водителем (GR=хороший риск; BR=плохой риск):

$$a_1(k_1,...,k_t) = P[GR \mid k_1,...,k_t] = \frac{1}{1 + \frac{1-a_1}{a_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^k e^{-t(\lambda_2-\lambda_1)}}.$$

Премия, которая назначается страхуемому, виновному в появлении k исков за t лет, равна тогда

$$P_{t+1}(k_1,...,k_t) = (1+\alpha)[a_1(k_1,...,k_t)\lambda_1 + (1-a_1(k_1,...,k_t))\lambda_2].$$

Система финансово сбалансирована. По сравнению с СБМ, в случае отрицательной биноминальной модели, хорошая-рисковая/плохая-рисковая модель демонстрирует намного меньше предельных премий. После нескольких свободных от исков лет, модель «решает», что страхуемый принадлежит хорошему риску. После нескольких предъявлений иска модель классифицирует страхователя как плохой риск. Тогда требуется много-много свободных от исков лет для того, чтобы модель «изменила свое мнение».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Андреев, А. Я.* Страхование на транспорте: учебное пособие / А. Я. Андреев, Д. В. Капский, В. Н. Седюкевич. Мн.: БНТУ, 2005. 134с.

2. *Худяков, А. И.* Страхование гражданской ответственности владельцев транспортных средств / Худяков А. И., Худяков А. А. СПб.: Издательство «Юридический центр Пресс», 2004. 380с.

3. *Шабека, В. Л.* Автомобильный транспорт и страхование: основы теории и практики взаимодействия. Учебное пособие / Шабека В. Л., Дашкевич Г. Б. Мн.: «ВУЗ-ЮНИТИ», 2004. 220с.

4. *Jean Lemaire* Bonus-malus systems in automobile insurance / Jean Lemaire [editor], Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London, 1995. 316p.

5. *Махорина, К. А.* Статистическое исследование рисков в добровольном автотранспортном страховании: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата экономических наук: 08.00.12 / Махорина К. А. Москва, 2005. 23с.

6. *Медведев, Г. А.* Страховая математика: Учебное пособие / Авт.-сост. Г. А. Медведев, В. В. Сечко. Мн.: БГУ, 2003. 267с.