

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОЦЕНОК СМЕШАННЫХ СЕМИИНВАРИАНТОВ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ КАРДИОЛОГИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Н. В. Марковская, Т. И. Толуб

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы

Гродно, Беларусь

E-mail: n.markovskaya@grsu.by, tolub@mail.ru

Исследуется задача расширенного применения оценок смешанных семиинвариантов 4-го порядка, а также выявление с их помощью особенностей и закономерностей кардиограммы здорового человека и человека после инфаркта миокарда.

Ключевые слова: моделирование, оценка смешанного семиинварианта 4-го порядка, кардиология, интервалы R-R, инфаркт миокарда.

В последнее время статистики высших порядков получили широкое распространение при исследовании временных рядов. Они применяются для решения задач в экономике, анализе текстов, анализе сейсмических данных, речи и т. д. В данной работе приводятся результаты анализа сердечной деятельности здоровых людей и людей после инфаркта миокарда с помощью оценок смешанных семиинвариантов 4-го порядка. Для анализа используются несколько рядов интервалов R-R (длительностей сердечного цикла) по 100 значений каждый, которые характеризуют сердечную деятельность людей с различными заболеваниями.

Рассмотрим действительный стационарный случайный процесс $x(t)$, $t \in Z$. Предположим, что $Mx(t) = 0$, $t \in Z$. Пусть имеются T последовательных через равные промежутки наблюдений

$$x(0), x(1), \dots, x(T-1)$$

за процессом $x(t)$, $t \in Z$.

В качестве оценки смешанного семиинварианта 4-го порядка рассмотрим статистику следующего вида:

$$\hat{c}_4(l, j, k) = \hat{m}_4(l, j, k) - \hat{m}_2(l)\hat{m}_2(k-j) - \hat{m}_2(j)\hat{m}_2(k-l) - \hat{m}_2(k)\hat{m}_2(j-l), \quad (1)$$

где

$$\hat{m}_2(l) = \hat{c}_2(l) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} x(l+t)x(t), \quad (2)$$

$l, j, k, t \in Z$. Данная оценка смешанного семиинварианта 4-го порядка (1) является асимптотически несмещенной и состоятельной в среднеквадратическом смысле оценкой, имеет предельное нормальное распределение, ее свойства приведены в работе [1].

Вычисление оценки смешанного семиинварианта 4-го порядка (1) будет осуществляться в разрезах 3-го порядка следующего вида:

- 1) $\hat{c}_4(t_1, 0, t_3) = \hat{c}_4(t_1, t_2, 0) = \hat{c}_4(0, t_2, t_3)$;
- 2) $\hat{c}_4(t_1, t_1, t_3) = \hat{c}_4(t_1, t_2, t_1) = \hat{c}_4(t_1, t_2, t_2)$;
- 3) $\hat{c}_4(t_1, T - t_1, t_3) = \hat{c}_4(t_1, t_2, T - t_1) = \hat{c}_4(T - t_2, t_2, t_3)$;
- 4) $\hat{c}_4(t_1, T - t_1, T - t_3) = \hat{c}_4(T - t_1, T - t_2, t_1) = \hat{c}_4(T - t_2, t_2, T - t_3)$.

В работе [2] проводился анализ данных с помощью оценок смешанных моментов 4-го порядка. В качестве оценки смешанного момента 4-го порядка используется статистика следующего вида:

$$\hat{m}_4(t_1, t_2, t_3) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} x(t_1 + t)x(t_2 + t)x(t_3 + t)x(t), \quad (4)$$

$t, t_j \in Z, j = \overline{1,3}$. Эта оценка является несмещенной и состоятельной в среднеквадратическом смысле, имеет предельное нормальное распределение. Построение оценки (4) осуществляется в разрезах 3-го порядка по следующим формулам:

- 1) $\hat{m}_4(t_1, 0, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, 0) = \hat{m}_4(0, t_2, t_3)$;
- 2) $\hat{m}_4(t_1, t_1, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, t_1) = \hat{m}_4(t_1, t_2, t_2)$;
- 3) $\hat{m}_4(t_1, T - t_1, t_3) = \hat{m}_4(t_1, t_2, T - t_1) = \hat{m}_4(T - t_2, t_2, t_3)$.

Далее приведенные оценки исследуются с помощью следующих статистик – математическое ожидание, дисперсия, асимметрия, эксцесс:

$$Ex(t) = a, Dx(t) = E(x(t)-a)^2 = \sigma^2, A_x(t) = \mu_3 / \sigma^3, Ex(t) = \mu_4 / \sigma^4 - 3.$$

Для примера рассмотрим трехмерные проекции (3) и (5) оценок (1) и (4) соответственно, для трех рядов данных, приведенных на рис. 1. Ряд 1 – передний распространенный инфаркт, ряд 2 – атеросклероз аорты, ряд 3 – пациент здоров.

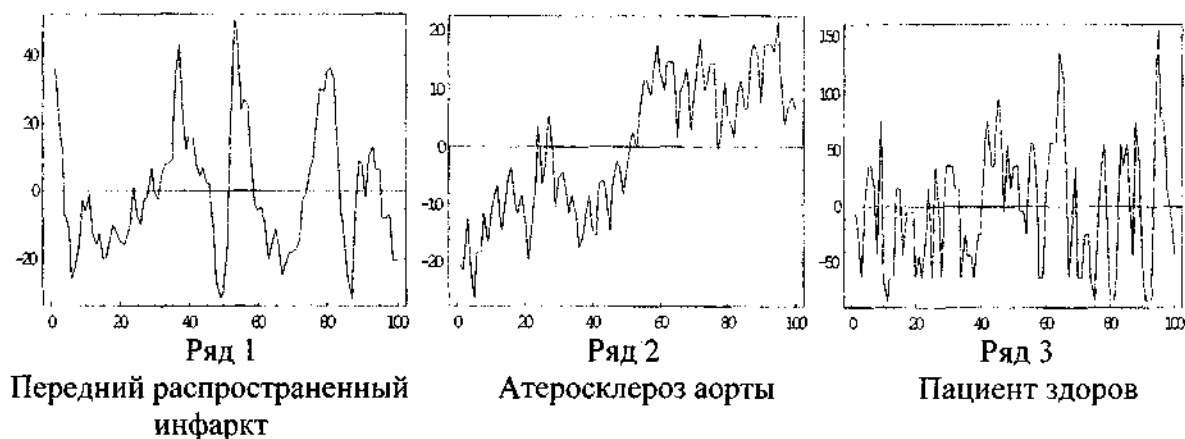
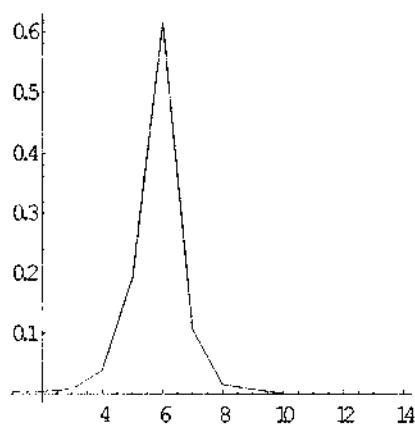


Рис. 1. Исходные данные

Приведем графики относительных частот, а также трехмерные графики проекции оценки смешанного момента 4-го порядка на плоскость, построенные по формуле (5).



Математическое ожидание	$Mx = 3,50842$
Дисперсия	$Dx = 27114,4$
Ассиметрия	$As = 0,290572$
Экссесс	$Es = -2,43406$
Правосторонняя асимметрия	
Плосковершинное распределение	

Рис. 2. График относительных частот. Ряд 1

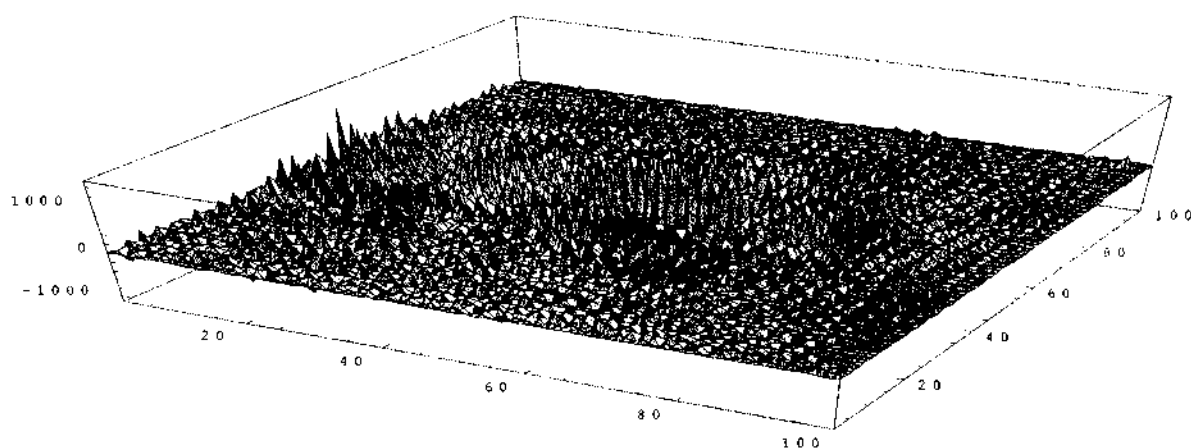
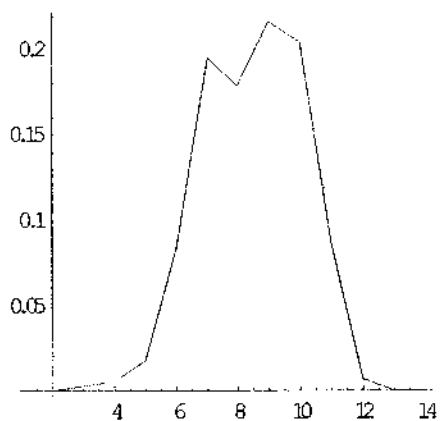


Рис. 3. График оценки смешанного момента 4-го порядка (5) для данных. Ряд 1



Математическое ожидание	$Mx = -116,237$
Дисперсия	$Dx = 4,55879 \cdot 10^6$
Ассиметрия	$As = 0,0136586$
Экссесс	$Es = -2,78802$
Правосторонняя асимметрия	
Плосковершинное распределение	

Рис. 4. График относительных частот. Ряд 2

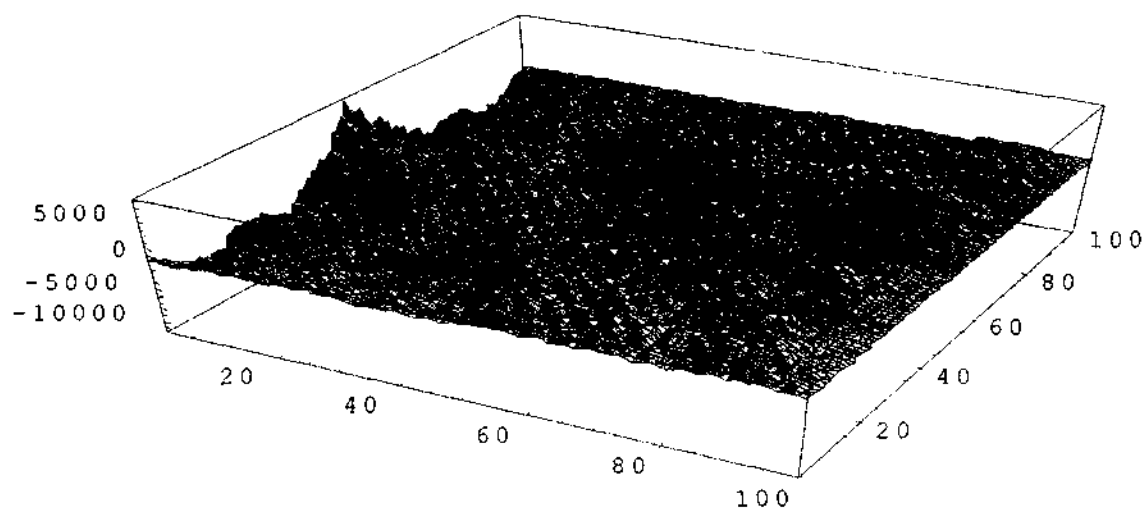
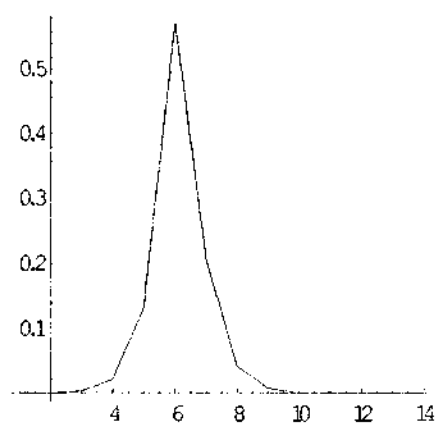


Рис. 5. График оценки смешанного момента 4-го порядка (5) для данных. Ряд 2



Математическое ожидание	$Mx = -3960,71$
Дисперсия	$Dx = 1,90322 \cdot 10^{11}$
Ассиметрия	$As = 0,0241594$
Эксцесс	$Es = -2,77116$
Правосторонняя асимметрия	
Плосковершинное распределение	

Рис. 6. График относительных частот. Ряд 3

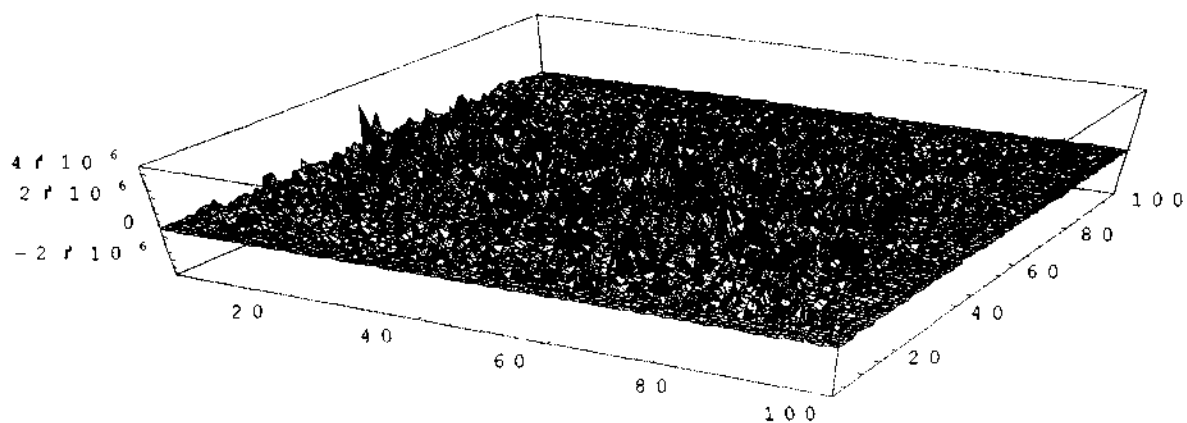
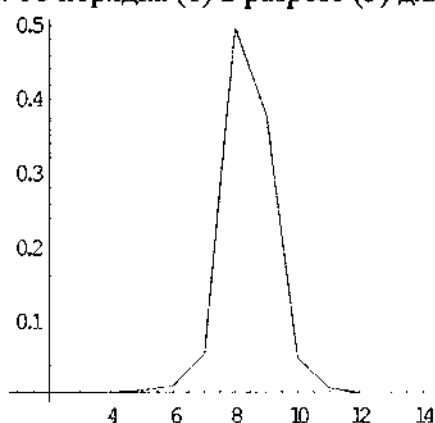


Рис. 7. Оценка смешанного момента 4-го порядка (5) для данных. Ряд 3

На основании вышеприведенных графиков можно сказать, что изменения в сердечном ритме делают график более сглаженным, т.е. уменьшается разброс значений вокруг среднего.

Далее приведем результаты исследования оценки смешанного семинварианта 4-го порядка (1) в разрезе (3) для тех же исходных данных.



Математическое ожидание	$Mx = -55,3002$
Дисперсия	$Dx = 7,69863 \cdot 10^7$
Ассиметрия	$As = -1,48461 \cdot 10^{-8}$
Эксцесс	$Es = -3$
Левосторонняя асимметрия	
Плосковершинное распределение	

Рис. 8. График относительных частот. Ряд 1

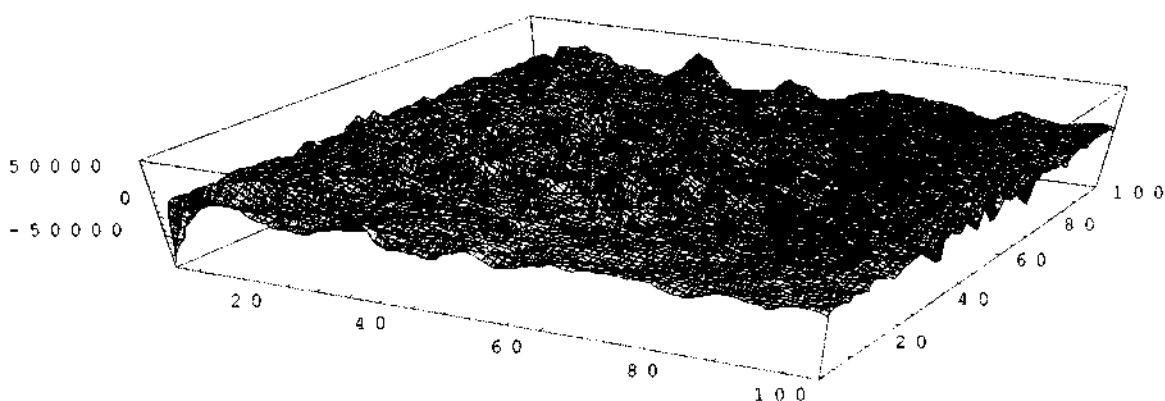
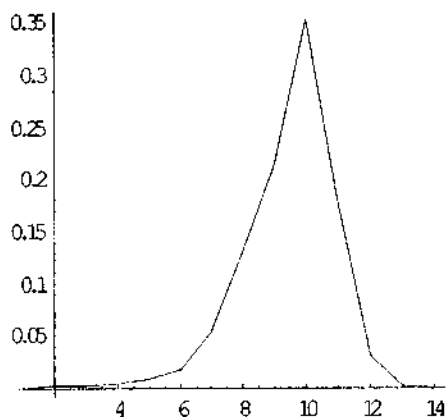


Рис. 9. Оценка смешанного семинварианта 4-го порядка (3) для данных. Ряд 1



Математическое ожидание	$Mx = 396,766$
Дисперсия	$Dx = 7,5203 \cdot 10^6$
Ассиметрия	$As = -7,1936 \cdot 10^{-8}$
Эксцесс	$Es = -3$
Левосторонняя асимметрия	
Плосковершинное распределение	

Рис. 10. График относительных частот. Ряд 2

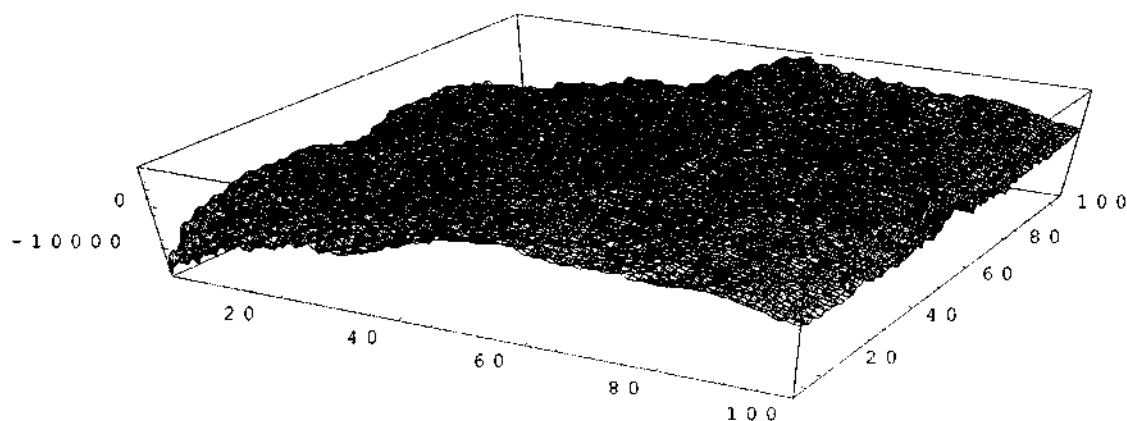
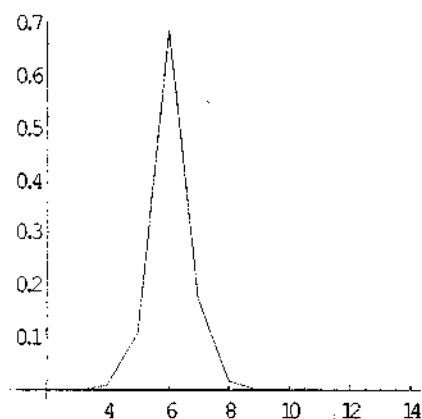


Рис. 11. Оценка смешанного семиинварианта 4-го порядка (3) для данных. Ряд 2



Математическое ожидание	$Mx = -8549,49$
Дисперсия	$Dx = 2,18518 \cdot 10^{11}$
Ассиметрия	$As = 5,05715 \cdot 10^{-8}$
Экцесс	$Es = -3$
Правосторонняя асимметрия	
Плосковершинное распределение	

Рис. 12. График относительных частот. Ряд 3

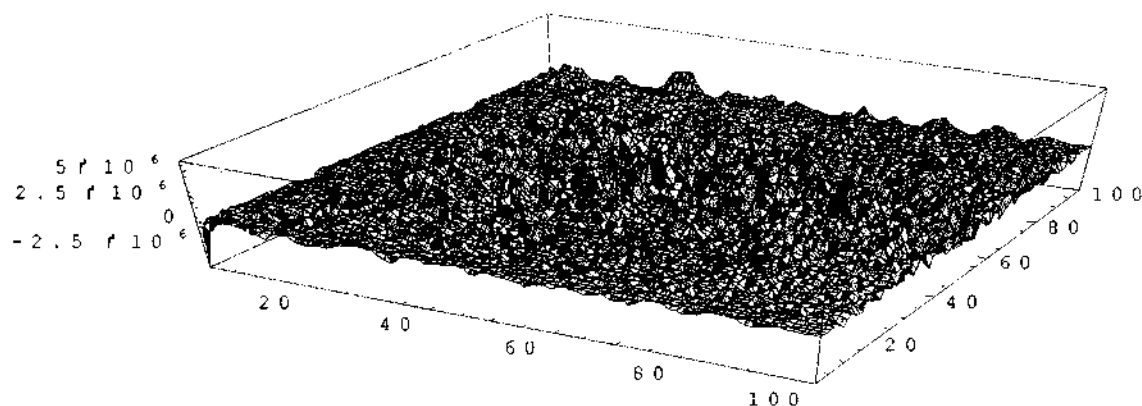


Рис. 13. Оценка смешанного семиинварианта 4-го порядка (3) для данных, Ряд 3

В результате проведенного исследования можно сделать предварительные заключения о существовании закономерностей в полученных результатах анализа кардиологических данных с помощью оценок смешанных моментов и смешанных семиинвариантов 4-го порядка. В ряде случаев выводы, полученные при

исследовании тех же данных с помощью оценок смешанных моментов [2–4] подтверждаются, хотя существуют и противоречия.

ВЫВОДЫ

1. Изменения в сердечном ритме, связанные с заболеваниями, приводят к изменению вида графиков оценок (1) и (4). Он становится более сглаженным, и уменьшается разброс вокруг среднего.

2. Рассматривая все трехмерные разрезы оценок (1) и (4) можно разделить рассматриваемые ряды на группы в зависимости от заболевания.

3. Для уточнения и оптимизации результатов необходимо дальнейшее исследование на большем объеме данных.

Некоторые ранее полученные результаты применения оценок смешанных моментов и смешанных семиинвариантов 3-го и 4-го порядков к кардиологическим данным можно найти в работах [3–4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Труш Н. Н., Марковская Н. В. Статистический анализ оценок высших порядков стационарных случайных процессов. ГрГУ, 2001. 95 с.

2. Толуб Т. И. Применение оценок смешанных моментов высших порядков в кардиологии // НИРС-2004. Гродно: ГрГУ, 2004. С. 164–166.

3. Толуб Т. И. Моделирование кардиологических данных с помощью оценок высших порядков // Материалы VII Республиканской науч. конф. студентов и аспирантов (г. Гомель, 22–24 марта 2004 г.). Гомель: ГГУ, 2004. С. 178.

4. Марковская Н. В., Толуб Т. И. Применение оценок смешанных моментов высших порядков при анализе кардиологических данных // Современные прикладные задачи и технологии обучения в математике и информатике (МоАРМІ-2004). Мн.: БГУ, 2004. С. 138–144.