

7. Демьянов В.Ф., Тамасян Г.Ш. О прямых методах решения вариационных задач // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2010. Т. 16. № 5. С. 36-47.
8. Tamasyan G.Sh. Numerical methods in problems of calculus of variations for functionals depending on higher order derivatives // Journal of Mathematical Sciences. Vol. 188, № 3. p. 299-321. 2013. Translated from Problems in Mathematical Analysis 67, November 2012, pp. 113-132

МОДЕЛЬ, СОДЕРЖАЩАЯ СВЯЗАННЫЕ ПОДСИСТЕМЫ: КОЛЕБАНИЯ, УСТОЙЧИВОСТЬ, СТАБИЛИЗАЦИЯ

В.Н. Тхай¹, И.Н. Барабанов^{1,2}

¹ Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Профсоюзная 65, 117997 Москва, Россия
tkhaivn@yandex.ru

² МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет,
Ленинские горы 1, стр. 2, 119991 Москва, Россия
ivbar@ipu.ru

Изучается модель, описываемая системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), в которой выделяются подсистемы, описываемые системами автономных ОДУ. Связь между подсистемами задается параметром ε ; при $\varepsilon = 0$ модель распадается на независимые подсистемы. Таких параметров в МССП может быть один или несколько, при этом параметры отражают иерархичность подсистем в МССП. Размерность каждой подсистемы в МССП в общем случае индивидуальная, а сама подсистема может быть линейной или нелинейной. В случае малых значений ε получим модель, содержащую слабо связанные подсистемы.

Примеры МССП — это N -планетная задача (Солнечная система), система взаимодействующих подвижных объектов (роботов, самолетов и т.п.), поступательно-вращательное движение спутника Земли, цепочки осцилляторов и др.

По классификации МССП относится к сложным механическим системам. Для нее характерны следующие отличительные признаки: иерархичность, многоуровневость, многорежимность, нелинейность, высокая размерность. МССП относится также к «большим системам».

Взаимовлияние подсистем в МССП может быть разным. Так, в случае, когда поведение всех подсистем, кроме одной, полностью описано, получается задача об исследовании отдельной системы под действием известного воздействия. В задаче о спутнике Земли движение центра

масс мало влияет на вращение спутника и здесь обычно связью пренебрегают. Неучтенная слабая связь может привести к неожиданным динамическим эффектам [1].

При исследовании МССП возникает мысль о применении к ней методов декомпозиции. Данный подход широко и эффективно применяется в теории устойчивости и управления (Матросов, Меркин, Зубов, Пятницкий, Черноусько и др.). МССП распадается на независимые подсистемы, когда параметр $\varepsilon = 0$, иначе говоря, происходит естественная декомпозиция МССП на подсистемы. Что касается взаимосвязей в МССП, то они учитываются по третьему закону Ньютона, т.е. как «действие равно противодействию». Последнее позволяет изучать более тонкие динамические свойства, чем при декомпозиции.

Приведенные примеры конкретных МССП показывают, что МССП существует «де факто» независимо от применения того или иного метода исследования. В работе [1] предложен естественный подход к исследованию МССП, который отражает существо модели МССП. Суть подхода: классификация подсистем по типам (динамическим свойствам), выделение различных связок подсистем и последующий анализ этих связок.

Рассматриваемый подход применяется для исследования колебаний, устойчивости, стабилизации МССП.

Изучаются одночастотные колебания (периодические решения). Предполагается, что подсистемы не содержат время в явном виде, при этом в линейной модели имеем изохронные одночастотные колебания, а в нелинейной модели получим цикл или семейство колебаний, на котором период T зависит от одного параметра.

Определение 1 ([2, 3]) Точки семейства одночастотных колебаний, на которых $dT \neq 0$, называются обыкновенными (о-точка), а точки, в которых $dT = 0$, называются критическими (к-точка).

Замечание 1. Критическая точка может вырождаться в равновесие (р-точка).

Определение 2. В соответствии с типом точек семейства (о-точка, к-точка, р-точка, определение 1) автономной системы режимы колебаний в возмущенной системе будем называть как о-режим, к-режим и р-режим соответственно.

Рассматривается МССП, содержащая m подсистем и распадающаяся на независимые подсистемы, когда параметр ε обращается в нуль.

Режим колебаний в каждой подсистеме задается в соответствии с определением 2. Комбинация режимов МССП, где в подсистемах имеются только о-точки, называется основным режимом колебаний в МССП.

Приводятся результаты решения задачи колебаний, их бифуркации, устойчивости и стабилизации для для основного режима колебаний МССП.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы 14 ОЭММПУ РАН и РФФИ (проекты 13-01-00347, 13-01-00376).

Список литературы

1. *Тхай В.Н.* Модель, содержащая связанные подсистемы. // Автоматика и телемеханика. 2013. № 6. С. 32–41.
2. *Тхай В.Н.* Колебания и устойчивость в квазиавтомной системе. I. // Автоматика и телемеханика. 2006. № 9. С. 90–98.
3. *Барабанов И.Н., Тхай В.Н.* Стабилизация колебаний из однопараметрического семейства автономной системы // Автоматика и телемеханика. 2009. № 2. С. 34–41

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ВКЛЮЧЕНИЯ И ПРИНЦИП ИНВАРИАНТНОСТИ ДЛЯ НЕАВТОНОМНЫХ СИСТЕМ

А.А. Финогенко

Институт динамики систем и теории управления СО РАН

Лермонтова 134, 664033 Иркутск, Россия

fin@icc.ru

Исследование асимптотической устойчивости с использованием функций Ляпунова со знакопостоянными производными восходят к известным теоремам Барбашина-Красовского [1] для автономных систем $\dot{x} = f(x)$, где $f : R^n \rightarrow R^n$, R^n — n -мерное векторное пространство. При этом требуется дополнительный анализ множества $E(\dot{V} = 0) \triangleq \{x : \dot{V}(x) = 0\}$ нулей производной функции Ляпунова $V(x)$ на наличие в нем целых траекторий системы. Выводы, которые можно сделать лишь из свойства знакопостоянства производной $\dot{V}(x)$, позднее были аккумулированы в теореме Ла-Салля, известной, как принцип инвариантности (см. [2]): для автономного дифференциального уравнения ω -предельное множество решения принадлежит наибольшему полуинвариантному подмножеству множества $E(\dot{V} = 0)$. Для неавтономных уравнений на этом пути возникают трудности, связанные с тем, что ω -предельные множества не обладают какими-либо свойствами инвариантности относительно исходных уравнений.