УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОДАВЛЕНИЯ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

Ю.В. Талагаев ¹, А.Ф. Тараканов ²

¹ Балашовский институт Саратовского государственного университета
Карла Маркса 29, 412300 Балашов, Россия
shangyi@narod.ru

² Борисоглебский государственный педагогический институт
Народная 43, 397160 Борисоглебск, Россия
aft777@mail.ru

Уже третье десятилетие пристальное внимание специалистов вызывает проблема подавления хаоса в периодически возбуждаемых динамических системах, важным классом которых являются диссипативные нелинейные осцилляторы. Применительно к ним теоретическим фундаментом стал метод Мельникова [1, 2, 3, 4, 5]. Вместе с необходимыми условиями возникновения сложной динамики метод Мельникова предоставил удобный аналитический инструмент для нахождения критических значений параметров, соответствующих порогу возникновения гомо/гетероклинического хаоса.

Применение критерия Мельникова позволяет предсказать критические значения параметров, при котором возможно подавление/возникновение хаоса. Однако получаемая оценка является локальной, поскольку верна только для фиксированных значений параметров. Существующий в реальных условиях функционирования неконтролируемый дрейф значений параметров может привести к нарушению условия, необходимого для подавления хаоса, и эволюция системы может чередоваться между устойчивым и хаотическим поведением. Поэтому интересным, но еще мало исследованным направлением является робастное обобщение критерия Мельникова. В связи с этим в данной работе рассматриваются возможности метода Мельникова для исследования особенностей оптимального подавления хаотического поведения в случае отсутствия и присутствия параметрической неопределенности [6]. В этой работе в первую очередь наше внимание фокусируется на том, что вычисление функции Мельникова и определение границы между областями регулярной и сложной динамики (на которой лежат критические значения параметров) приводит к условию, объединяющему в себе все параметры системы. На примере осцилля-

тора Дуффинга

$$\ddot{x} - \alpha x + \beta x^3 = -\gamma \dot{x} + f \cos(\omega t), \quad (1)$$

для которого функция Мельникова имеет вид

$$M(\theta) = A \sin(\omega\theta) - C, \\ A = \frac{\sqrt{2\pi} f \omega}{\sqrt{\beta} \cosh\left(\frac{\pi\omega}{2\sqrt{\alpha}}\right)}, \quad C = \frac{4\alpha^{3/2}\gamma}{3\beta},$$

мы показываем, что дальнейшее продвижение в понимании особенностей появления хаоса может быть достигнуто на основе выявления и анализа связи между ключевыми параметрами осциллятора. С использованием критерия Мельникова исследуются условия оптимального подавления хаотической динамики для ситуации, когда происходит коррекция исходных значений параметров $\tilde{\alpha} \rightarrow \alpha(1 + h_\alpha)$, $\tilde{\beta} \rightarrow \beta(1 + h_\beta)$, где h_α и h_β – корректирующие поправки.

Определим множество допустимых значений величин h_α и h_β в виде $K = \{h_\alpha, h_\beta | M(\theta) = 0 \forall \theta\}$, где $M(\theta)$ – функция Мельникова осциллятора (1) со скорректированными параметрами α и β . Тогда формализация требования малости корректирующих поправок, необходимых для подавления хаоса, приводит к задаче оптимальной коррекции: требуется найти поправки к параметрам осциллятора такие, что $h_\alpha^2 + h_\beta^2 \rightarrow \min_{h_\alpha, h_\beta \in K}$. Решение задачи ищется непосредственно на границе областей регулярной и сложной динамики, которое задается выражением

$$h_\beta(h_\alpha) = \frac{8}{(3\pi)^2\beta} \left(\frac{\gamma}{f\omega}\right)^2 (\alpha(1 + h_\alpha))^3 \left(\cosh\left(\frac{\pi\omega}{2\sqrt{\alpha(1 + h_\alpha)}}\right)\right)^2 - 1$$

и предоставляет способ оптимального подавления хаоса. При этом оказывается возможным исследовать робастность решения к вариациям значений амплитуды внешнего возбуждения: $f_u = f + \Delta$, $|\Delta| \leq \gamma$, где γ – размах неопределенности.

Исследование условий подавления хаоса при наличии неопределенности показало, что возможные вариации значения амплитуды f_u всякий раз будут вызывать смещение границы регулярной и хаотической динамики, задаваемой функцией $\beta = \beta(\alpha)|_{f=f_u}$, на плоскости параметров осциллятора (α, β) . Величина γ определяет ширину зоны неопределенности, границы которой определяются значениями амплитуд $f_u^+ = f + \gamma$ и $f_u^- = f - \gamma$.

Общим выводом робастного анализа является следующее утверждение: при наличии неопределенности с размахом γ подавление хаоса гарантированно обеспечит пара корректирующих поправок $(h_{\alpha \min}^u, h_{\beta \min}^u)$, которые являются решением задачи оптимальной коррекции и соответствуют правой границе зоны неопределенности $\beta = \beta(\alpha)|_{f=f+\gamma}$.

Представлены примеры, показывающие применимость схемы робастного анализа к другим известным хаотическим осцилляторам.

Список литературы

1. *Chacon R.* Control of homoclinic chaos by weak periodic perturbations. – Singapore: World Scientific, 2005.
2. *Guckenheimer J., Holmes P.J.* Nonlinear oscillations, dynamical systems and bifurcation of vector fields. – New York: Springer-Verlag, 1983.
3. textitLi H., Liao X. and Liao R. A unified approach to chaos suppressing and inducing in a periodically forced family of nonlinear oscillators // IEEE Transactions on Circuits and Systems I. 2012. V. 59(4). P. 784–795.
4. *Rega G., Lenci S.* Recent advances in control of complex dynamics in mechanical and structural systems. M.A.F. Sanjuan and C. Grebogi, eds. Recent Progress in Controlling Chaos. – Singapore: World Scientific, 2010. P. 189–237.
5. *Simiu E.* Chaotic transitions in deterministic and stochastic dynamical systems: applications of Melnikov processes in engineering, physics and neuroscience. – New Jersey: Princeton University Press, 2002.
6. *Талагаев Ю.В., Тараканов А.Ф.* Многопараметрический анализ на основе критерия Мельникова и оптимальное подавление хаоса в периодически возмущаемых динамических системах // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т. 19. № 4. С. 77–90.

ТОЧНЫЕ ШТРАФНЫЕ ФУНКЦИИ В РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Г.Ш. Тамасян

Санкт-Петербургский государственный университет
факультет прикладной математики–процессов управления
Университетский пр. 35, 198504 Старый Петергоф, Россия
grigoriytamasjan@mail.ru

Введение. Хорошо известно (см. [1]), что проблема решения краевой задачи для дифференциального уравнения эквивалентна некоторой задаче вариационного исчисления. В [2] изложен конструктивный подход применения негладкого анализа [3] и теории точных штрафных функций [2, 4, 5] в решение различных задач вариационного исчисления и теории управления [6, 7, 8]. Предметом настоящей работы