Тогда для любого ограниченного решения $x(t)$ включения (2) и для любых $y_0 \in \Lambda^+(x)$ и $T > 0$ существуют предельные относительно одной и той же последовательности $\{t_k\}$ отображения $F'(t,x)$, $w'(t,x)$ и решение $y(t)$ включения (3) с начальным условием $y(0) = y_0$, такое, что для п.в. $t \in [0,T]$ выполняется равенство $w'(t, y(t)) = 0$.

Предлагаемых подход в равной степени может применяться для дифференциальных уравнений и при соответствующих предположениях приводит к известным результатам.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00287), Программы фундаментальных исследований № 17 Президиума РАН, СО РАН (междисциплинарный проект № 80) и ФЦП Министерства образования и науки РФ (прект № 2012-1.2.1-12-000-1001-011).

Список литературы

1. *Барбашин Е.А.* Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.
2. *Руш Н., Абетс М., Лалуа М.* Прямой метод Ляпунова в теории устойчивости. М.: Мир, 1980.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К УПРАВЛЕНИЮ НЕУПРАВЛЯЕМЫМИ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В.Е. Хартовский

ГрГУ им. Я.Купалы, факультет инновационных технологий машиностроения

Ожешко 22, 230020 Гродно, Беларусь

hartovskij@grsu.by

Предположим, что динамика некоторого объекта описывается линейной автономной системой

$$S(p)x(t) = \sum_{i=0}^{m} B_i u(t - ih), t \geq 0, \tag{1}$$

где $S(p)$ – некоторая аналитическая $n \times n$-матрица, $p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования, B_i, $i = \overline{0,m}$ – постоянные $n \times n$-матрицы, $x(t)$, $t \geq 0$ – решение системы (1), $u(t)$, $t \geq 0$ управляющее воздействие. Считаем, что для системы (1) задано начальное состояние, которое зависит от матрицы $S(p)$ и однозначно определяет решение системы (1) (при заданном $u(t)$, $t \geq 0$).

Предположим, что система (1) не обладает некоторым свойством управляемости (например, полной управляемости, модальной управляемости, приводимости). В докладе представлен один из возможных подходов к управлению такой системой (1), основанный на использовании эффекта последействия в управляющем воздействии. Идея метода заключается в добавлении к системе (1) дополнительных входов, а затем посредством специально построенного управления "компенсируется" влияние этих дополнительных входов. Естественно, что исходная задача управляемости при таком подходе будет носить обобщенный характер. Поясним сказанное.

Рассмотрим дискретное уравнение $\sum_{i=0}^{m} B_i\delta_{k-i} = 0$, $k = m, m+1, ...$ Для того, чтобы это уравление имело решение необходимо и достаточно, чтобы начальные условия имели вид $\delta_i = T_i c$, $i = \overline{1,m}$, где T_i – некоторые матрицы [1] – [4]. Из системы $B_0T_1P + \sum_{i=1}^{m} B_iT_i = 0$, $T_kP = T_{k-1}$, $k = \overline{2,m}$ найдем квадратную матрицу P. Составим матрицы $\overline{B}_i = [B_i, \sum_{k=0}^{i} B_kTP^{i-k}]$, $i = \overline{0,m}$.

Введем систему

$$S(p)\widetilde{x}(t) = \sum_{i=0}^{m} \overline{B}_i w(t-ih), t \geq 0, \tag{2}$$

где $w = col[w_1, w_2]$ – управляющее воздействие.

Лемма 1. *Пусть системы (1) и (2) имеют одинаковые начальные состояния в которых $u(t) \equiv 0$, $w(t) \equiv 0$, $t < 0$. Положим $u(t) = w_1 + T\psi(t)$, $t \geq 0$, где $\psi(t) \equiv 0$, $t < 0$, $\psi(t) = P\psi(t-h) + w_2$, $t \geq 0$. Тогда если решения систем (1) и (2) существуют, то $x(t) \equiv \widetilde{x}(t)$, $t \geq 0$.*

Данная лемма позволяет при решении задачи управляемости заменить исходную систему (1) системой (2), которая содержит дополнительные входы (функция w_2).

Пример. Система (1) называется полностью управляемой, если для любого начального состояния найдется момент времени $t_1 > 0$, что решение системы (1) обладает свойством $x(t) \equiv 0$, $t \geq t_1$ при $u(t) \equiv 0$, $t > t_1$.

Лемма 2. *Система (1) полностью управляема тогда и только тогда, когда этим свойством обладает система (2).*

Теорема 1. *Если система (2) полностью управляема, то для любого начального состояния системы (1) найдется управление $u(t)$, $t > 0$, что соответствующее решение $x(t) \equiv 0$, $t \geq t_1$ при некотором t_1.*

Далее в докладе обсуждается приложение такого подхода к задачам полной управляемости и модальной управляемости конкретных типов систем. Некоторые приложения описанного подхода изложены в [1] – [7].

Список литературы

1. *Хартовский В.Е.* Об управлении не полностью управляемыми дифференциально-разностными системами с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2008. № 7. С. 47-58.
2. *Хартовский В.Е.* Обобщение задачи полной управляемости дифференциальных систем с соизмеримыми запаздываниями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 6. С. 3-11.
3. *Хартовский В.Е.* Задача успокоения решения алгебро-дифференциальных вполне регулярных систем с последействием // Докл. НАН Б. 2012. Т. 56, №6. С. 5-11.
4. *Хартовский В.Е., Павловская А.Т.* Полная управляемость и управляемость линейных автономных систем нейтрального типа // Автоматика и телемеханика. 2013. № 5. С. 59-80.
5. *Хартовский В.Е.* К вопросу управления линейными системами нейтрального типа // Весці НАН Беларусі. Сер. физ.-мат. навук. 2010. №4. С.68-75.
6. *Хартовский В.Е., Бойко В.К.* Управляемость регулярных алгебро-дифференциальных систем// Весник БГУ. Сер.1. № 1. 2012. С. 95-99.
7. *Хартовский В.Е.* Задача полной управляемости и ее обобщение для линейных автономных систем нейтрального типа // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 6. С. 15-28.

О ЗАДАЧЕ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА СО МНОГИМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

В.Е. Хартовский, А.Т. Павловская

ГрГУ им. Я.Купалы, факультет инновационных технологий машиностроения

Ожешко 22, 230020 Гродно, Беларусь

{hartovskij,pavlovskay_at}@grsu.by

Объект исследования – линейная автономная система нейтрального типа со многими соизмеримыми запаздываниями, которую обозначим Σ:

$$\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i \dot{x}(t-ih) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t-ih) + \sum_{i=0}^{m} B_i u(t-ih), t \geq 0, \quad (1)$$

$$x(t) = \varphi(t), t \in [-mh, 0], u(t) \equiv 0, t < 0, \quad (2)$$