Далее в докладе обсуждается приложение такого подхода к задачам полной управляемости и модальной управляемости конкретных типов систем. Некоторые приложения описанного подхода изложены в [1] – [7].

Список литературы

1. *Хартовский В.Е.* Об управлении не полностью управляемыми дифференциально-разностными системами с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. 2008. № 7. С. 47-58.
2. *Хартовский В.Е.* Обобщение задачи полной управляемости дифференциальных систем с соизмеримыми запаздываниями // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2009. № 6. С. 3-11.
3. *Хартовский В.Е.* Задача успокоения решения алгебро-дифференциальных вполне регулярных систем с последействием // Докл. НАН Б. 2012. Т. 56, №6. С. 5-11.
4. *Хартовский В.Е., Павловская А.Т.* Полная управляемость и управляемость линейных автономных систем нейтрального типа // Автоматика и телемеханика. 2013. № 5. С. 59-80.
5. *Хартовский В.Е.* К вопросу управления линейными системами нейтрального типа // Весці НАН Беларусі. Сер. физ.-мат. навук. 2010. №4. С.68-75.
6. *Хартовский В.Е., Бойко В.К.* Управляемость регулярных алгебро-дифференциальных систем// Весник БГУ. Сер.1. № 1. 2012. С. 95-99.
7. *Хартовский В.Е.* Задача полной управляемости и ее обобщение для линейных автономных систем нейтрального типа // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 6. С. 15-28.

О ЗАДАЧЕ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА СО МНОГИМИ ЗАПАЗДЫВАНИЯМИ

В.Е. Хартовский, А.Т. Павловская

ГрГУ им. Я.Купалы, факультет инновационных технологий машиностроения

Ожешко 22, 230020 Гродно, Беларусь

{hartovskij,pavlovskay_at}@grsu.by

Объект исследования – линейная автономная система нейтрального типа со многими соизмеримыми запаздываниями, которую обозначим Σ:

$$\dot{x}(t) - \sum_{i=1}^{m} D_i \dot{x}(t-ih) = \sum_{i=0}^{m} A_i x(t-ih) + \sum_{i=0}^{m} B_i u(t-ih), t \geq 0, \quad (1)$$

$$x(t) = \varphi(t), t \in [-mh, 0], u(t) \equiv 0, t < 0, \quad (2)$$

где x – n-вектор столбец решения уравнения (1), u – r-вектор столбец управляющего воздействия, $0 < h$ – постоянное запаздывние, D_i, A_i, B_i – постоянные матрицы соответствующих размеров, начальная функция $\varphi \in \mathbf{D}([-mh, 0], \mathbb{R}^n)$, где $\mathbf{D}([-mh, 0], \mathbb{R}^n)$ – пространство абсолютно-непрерывных функций.

Систему Σ замкнем регулятором

$$u(t) = \sum_{k=1}^{s} T_k \dot{x}(t - kh) + \sum_{k=0}^{s} R_k x(t - kh), \tag{3}$$

где s – некоторое натуральное число, T_k, R_k – постоянные матрицы.

Систему Σ, замкнутую регулятором (3), обозначим $\overline{\Sigma}$.

Определение 1. *Систему Σ назовем модально управляемой регулятором (3), если для любых заданных полиномов $r_k(l) = \sum_{j=0}^{s_1} r_{k,j} l^j$, $r_n(0) = 1$, найдутся число s и матрицы T_i и R_i такие, что характеристическое уравнение замкнутой системы имеет вид $\Delta_{\overline{\Sigma}}(\lambda) = \sum_{k=0}^{n} \lambda^k r_k(e^{-\lambda h})$.*

Обозначим: $\mathbb{C}$ – множество комплексных чисел, $E_k \in \mathbb{R}^{k\times k}$ – единичная матрица, $D(l) = \sum_{i=1}^{m} D_i l^i$, $B(l) = \sum_{i=0}^{m} B_i l^i$, $A(l) = \sum_{i=0}^{m} A_i l^i$, $\Pi[P(l)]$ – матрица, присоединенная к квадратной полиномиальной матрице $P(l)$ (т.е. $\Pi[P(l)] \cdot P(l) = P(l) {\cdot} \Pi[P(l)] = \det P(l) \cdot E_n$).

Лемма 1. *Если система Σ модально управляема, то*

$$\operatorname{rank}[E_n - D(l), B(l)] = n \quad \forall \quad l \in \mathbb{C}. \tag{4}$$

Считаем, что условие (4) выполнено. Можно показать, что существует (в общем виде не единственная) матрица $\widetilde{T}(l) = \sum_{k=1}^{s} \widetilde{T}_k l^k$ обеспечивающая равенство

$$\det[E_n - D(l) - B(l)\widetilde{T}(l)] \equiv 1.$$

Теорема 1. *Система Σ модально управляема в том и только том случае, если для любого заданного квазиполинома $w(\lambda) = \sum_{k=0}^{n} \lambda^k r_k(e^{-\lambda h})$ найдутся матрицы $\widehat{R}(l) = \sum_{k=1}^{s} \widehat{R}_k l^k$ и $\widehat{T}(l) = \sum_{k=1}^{s} \widehat{T}_k l^k$, $\widehat{R}_k \in \mathbb{R}^{r\times n}$ и $\widehat{T}_k \in \mathbb{R}^{r\times n}$, такие, что*

$$\det[\lambda E_n - \widehat{A}(e^{-\lambda h}) - B(e^{-\lambda h})\{\lambda \widehat{T}(e^{-\lambda h}) + \widehat{R}(e^{-\lambda h})\}] = w(\lambda),$$

где $\widehat{A}(l) = A(l)\Pi[E_n - D(l) - B(l)\widetilde{T}(l)]$, т.е. если модально управляема пара $\{\widehat{A}(l), B(l)\}$.

Далее в докладе изложены необходимые и достаточные условия модальной управляемости систем Σ и конструктивные методы построения регулятора.

Работа частично финансируется Белорусским республиканским фондом фундаментальных исследований (грант № Ф12МВ – 043).

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ ПОЛНОЙ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

О.Б. Цехан

Гродненский государственный университет им. Я.Купалы
факультет экономики и управления
ул.Ожешко 22, 230023 Гродно, Беларусь
tsekhan@grsu.by

1. Постановка задачи. Рассматривается линейная стационарная сингулярно возмущенная система с запаздыванием (ЛССВСЗ):

$$\begin{gathered}\dot{x}(t)=A_1x(t)+A_2y(t)+C_1x(t-h)+C_2y(t-h), x\in R^{n_1}, y\in R^{n_2}, \qquad (1)\\ \mu\dot{y}(t)=A_3x(t)+A_4y(t)+C_3x(t-h)+C_4y(t-h),\\ t\in T=[0,t_1], \mu\in(0,\mu^0], \mu^0\ll 1,\\ w(t)=D_1x(t)+D_2y(t), t\in T, w\in R^m, m\leq n_1+n_2,\\ \{x_0(\cdot,\mu), y_0(\cdot,\mu)\}=\{\varphi(\theta),\psi(\theta),\theta\in[-h,0]\}.\end{gathered}$$

В (1) $A_i, C_j, i=\overline{1,4}, D_j, j=1,2,$ – постоянные матрицы соответствующих размерностей, μ – параметр, $0<h$ – число, $\varphi(\theta)$, $\psi(\theta)$, $\theta\in[-h,0]$ – неизвестные кусочно-непрерывные n_1- и n_2-вектор-функции, соответственно. Обозначим $n=n_1+n_2$. Пусть $2m\geq n$.

Определение 1. *При фиксированном $\mu\in(0,\mu^0]$ система (1) полностью $\{x,y\}$- идентифицируема по выходу $w(t)$ на интервале T если для любой выходной функции $w(t)$ текущее состояние $\{x(\theta,\mu), y(\theta,\mu); \theta\in[t_1,t_1-h]\}$ системы (1), совместимое в силу системы (1) с данным выходом $w(t)$, можно восстановить однозначно.*

2. Необходимые условия полной $\{x,y\}$-идентифицируемости ЛССВСЗ. Определим по параметрам системы (1) матрицы

$$A(\mu)=\begin{pmatrix} A_1 & A_2\\ \frac{A_3}{\mu} & \frac{A_4}{\mu}\end{pmatrix},\ C(\mu)=\begin{pmatrix} C_1 & C_2\\ \frac{C_3}{\mu} & \frac{C_4}{\mu}\end{pmatrix},\ D=\begin{pmatrix} D_1 & D_2\end{pmatrix},$$