где $f(x,y) \in \mathbb{C}_{k+1}[x,y]$. Это также было учтено при построении системы канонических представителей пар $(p,q)$.

**Резюме.** Одними из основных результатов работы являются:

1. Описание структуры модуля $V$ в терминах двойственного идеала $I \subset \mathbb{C}[\partial_x, \partial_y]$.
2. Построение системы канонических представителей пар $(p,q)$ для всех ручных $V_k$.
3. Классификация нильпотентных аппроксимаций семейств векторных полей на многообразиях размерностей 1, 2 и 3.

## Список литературы


1. *Аграчев А.А., Сачков Ю.Л.* Геометрическая теория управления. // М., ФИЗМАТЛИТ, 2005.
2. *Винберг Э.Б., Попов В.Л.* Теория инвариантов // Алгебраическая геометрия – 4, Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления, 55, ВИНИТИ, М., 1989, С. 137–309.
3. *Agrachev A., Gamkrelidze R.* Local controllability and semigroups of diffeomorphisms // Acta Appl. Math., 1993. P. 1–57.
4. *Agrachev A., Sarychev A.* Filtrations of a Lie algebra of vector fields and nilponent approximation of controlled systems // Soviet. Math Dokl., 1988. Vol. 36, no. 1. P. 104–108.
5. *Doubrov B.* One-dimensional distributions on homogeneous spaces // Inst. of Math., Univ., 1994.
6. *Jakubczyk B.* Introduction to geometric nonlinear control // Summer School on Mathematical Control Theory, A.A. Agrachev ed. Trieste, International Centre for Theoretical Physics, 2002. P. 107–168.


# ОБ ОЦЕНКЕ РИСКА БАНКРОТСТВА ФИРМЫ


**Ю.А. Пичугин[1], О.А. Малафеев[2]**

[1] Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена
Казанская 6, 191186 Санкт-Петербург, Россия
yury-picugin@mail.ru

[2] Санкт-Петербургский государственный университет
Университетская наб. д. 7-9, 199034 Санкт-Петербург, Россия
malafeyevoa@mail.ru


Одним из хорошо известных подходов к проблеме оценки экономической надежности предприятия и риска банкротства является метод, предложенный Э.Альтманом [1-3], который основан на построении специальной функции-критерия $\varphi(X)$, где $X^t = (x_1, x_2, x_k)$ — вектор наиболее важных экономических показателей, полученных на основе отчетов бухгалтерии ($t$ — знак транспонирования). Согласно Э.Альтману $\varphi(X)$ представляет собой линейную форму $\varphi(X) = C^t X, C^t = (c_1, c_2, ..., c_k), k = 5$. При этом существуют такие два значения этой формы $\varphi_C$ и $\varphi_R (\varphi_C > \varphi_R)$ , что область G допустимых значений X разбивается на три непересекающиеся подобласти $G = G_C \cup G_N \cup G_R : G_C = \{X : X \in G, \varphi(X) > \varphi_C\}$ — область экономической устойчивости, $G_R = \{X : X \in G, \varphi(X) < \varphi_R\}$ — область экономической несостоятельности и $G_N$ – область неопределенности ($\cup$ — знак объединения). Без каких-либо ограничений общности будем считать G прямоугольной,$G = \{X : 0 \leq x_i \leq x_{max}, i = 1, 2, ..., k\}$ По исследованиям Э.Альтмана, значения $\varphi_C$ и $\varphi_R$ зависят от того, насколько акции предприятия котируются на бирже.

Оптимистично предположим, что вектор экономических показателей X подчиняется многомерному нормальному распределению с параметрами $\Theta = EX$ и $\Sigma = E(X - \Theta)(X - \Theta)^T$ (E - знак математического ожидания) , что, в свою очередь, обычно записывается как $X - N(\Theta, \Sigma)$. Такое предположение допустимо в случаях, когда вероятностное распределение X достаточно плотно локализовано в центральной части областидопустимых значений G.

При фиксированном значении $f_0$ функция $f(X)$ плотности распределения X задает в k-мерном пространстве гиперповерхность уровня, которая хорошо известна как эллипсоид рассеяния $f(X) = f_0$. Для начала выясним, при каком значении $f_R$ этот эллипсоид риска $W_R = \{X : f(X) = f_R\}$ соприкасается с критической границей, заданной равенством $\varphi(X) = \varphi_R$, а заодно и вычислим точку прикосновения $X_R$. Решение этой задачи хорошо известно. Оно строится из геометрического соотношения $gradf(X) = \gamma \cdot grad\varphi(X)(\gamma$ - скаляр), означающего, что в точке касания векторы нормалей к указанным гиперповерхностям коллинеарны.

Учитывая, что плотность распределения $f(X) = f(X, \Theta, \Sigma)$ выражается формулой

$$f(X) = (2\pi)^{-k/2} det^{-1/2} \Sigma exp(-0,5 \cdot (X - \Theta)^T \Sigma^{-1} (X - \Theta)),$$

возникающую задачу Лагранжа запишем в виде $\Sigma^{-1}(X_R - \Theta) = \lambda C, C^t X_R = \varphi_R$, следовательно,

$$\lambda = (\varphi_R - C^t \Theta)(C^t \Sigma C)^{-1}, X_R = \Theta + \lambda \Sigma C \tag{1}$$

Имея значение $X_R$, вероятностную оценку уровня R определяем как отношение правдоподобий точек касания и центра распределения

$$R = L(X_R) = f(X_R) \cdot f(\Theta)^{-1} = exp(-0,5 \cdot (X_R - \Theta)^T \Sigma (X_R - \Theta)). \tag{2}$$

Уровень надежности определяем аналогично, вычислив по формуле (2) величину $L(X_C)$, где $X_C$ — вычисляется по формулам (1) при замене $\varphi_R$ на $\varphi_C$. Также представляет интерес интегральная вероятностная оценка надежности $P(X : \varphi(X) > \varphi_C | X \in G) = P(X \in G_C \cap G)/P(X \in G)$($\cup$ — знак пересечения) или более «жестко» – $P(X \in G \cap Int_C)/P(X \in G)$, где $Int_C = \{X : f(X) < f_C\}$ внутренность эллипсоида надежности $W_C = \{X : f(X) = f_C\}, f_C = f(X_C)$. Аналогично, интегральный риск можно определить не как $R_{Int} = P( \in G_R \cup G)/P( \in G)$, а как $R_{Int} = 1 - P(X \in G \cap Int_R)/P(X \in G)$, где $Int_R = \{ : f(X) < f_R\}$ внутренность эллипсоида риска $W_R$.

В качестве значений параметров распределения $\Theta$ и $\Sigma$ используются их несмещенные оценки, которые вычисляются по имеющимся наблюдениям за работой предприятия $\{X_t, t = 1, 2, \ldots, T\}$, T – продолжительность наблюдаемого периода.

## Список литературы

1. *Altman E.* Managing Credit Risk, 2nd Edition. John Wiley and Sons, 2008.
2. *Altman E.* Corporate Financial Distress and Bankruptcy, 3rd edition. John Wiley and Sons, 2005.
3. *Altman E.* Recovery Risk. 2005.

# ОБ АППРОКСИМАЦИИ СИСТЕМ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ И ИХ УСТОЙЧИВОСТЬ

**Л.А. Поддубная, И.М. Черевко**

Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича, факультет прикладной математики, Коцюбинского 2, 57012 Черновцы, Украина
larpi@rambler.ru, i.cherevko@chnu.edu.ua

**Введение.** Для линейных систем с запаздыванием условием их асимптотической устойчивости является отрицательность действительных частей корней соответствующих квазиполиномов. Вычисление корней квазиполиномов либо анализ их локализации – это достаточно сложная задача, особенно для систем высокого порядка.

В данной работе схемы аппроксимации дифференциально-разностных уравнений (ДРУ) системами обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) применяются для исследования устойчивости линейных ДРУ.