

Innovative Computing, Information and Control. V. 8, N 9, September 2012. Pp. 5999-6009.

11. *Keshmiri M., Jahromi A.F., Mohebbi A., Amoozgar M.H., Wen-Fang Xie.* Modeling and control of ball and beam system using model based and non-model based control approaches. // International Journal on smart sensing and intelligent systems, Vol. 5, no. 1, March 2012, Pp. 14-35.
12. *Yu W.* Nonlinear PD Regulation for Ball and Beam System. // International Journal of Electrical Engineering Education, Vol. 46, pp. 37-59, 2009.

ПОВЕРХНОСТИ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ПРЕСЛЕДОВАНИЯ С ДВУМЯ ДОГОНЯЮЩИМИ И ОДНИМ УБЕГАЮЩИМ

С.С. Кумков, В.С. Пацко

Институт математики и механики УРО РАН,
ул.С.Ковалевской 16, 620990 Екатеринбург, Россия
patsko@imm.uran.ru

Введение. С точки зрения общей идеологии построения оптимального управления в игровых задачах [1] минимизирующий игрок должен либо хранить в памяти всю функцию цены игры, либо уметь быстро вычислять ее в некоторой окрестности текущего положения системы. И то, и другое является весьма затруднительным. Управление при помощи линий и поверхностей переключения предполагает, что линии или поверхности переключения строятся заранее на основе обработки множеств уровня функции цены (максимальных стабильных мостов) и только они хранятся в памяти управляющего устройства. Какая-либо дополнительная информация, связанная с функцией цены, не требуется. Такой способ управления удобен для инженерной практики. Однако он обеспечивает минимизирующему игроку результат, близкий к оптимальному, лишь при выполнении некоторых достаточных условий.

Такие достаточные условия были получены ранее [2, 3] для линейных дифференциальных игр с фиксированным моментом окончания и выпуклой терминальной функцией платы. Для задач с малой размерностью фазового вектора созданы соответствующие вычислительные программы. Этот опыт можно использовать и при исследовании задач, в которых функция платы не является выпуклой.

В работе исследуется задача преследования с двумя догоняющими и одним убегающим. Выделены наборы параметров задачи, при которых способ управления при помощи линий переключения, зависящих

от времени, обеспечивает минимизирующему игроку (объединяющему преследователей) для любой начальной позиции результат, близкий к оптимальному.

1. Постановка задачи. Рассматривается модельная антагонистическая дифференциальная игра [4, 5], в которой три объекта P_1 , P_2 и E передвигаются на прямой. Динамика преследователей P_i , $i = 1, 2$, и убегающего E описывается соотношениями

$$\begin{aligned}\ddot{z}_{P_i} &= a_{P_i}, & \ddot{z}_E &= a_E, \\ \dot{a}_{P_i} &= (u_i - a_{P_i})/l_{P_i}, & \dot{a}_E &= (v - a_E)/l_E, \\ a_{P_i}(t_0) &= 0, \quad |u_i| \leq \mu_i, & a_E(t_0) &= 0, \quad |v| \leq \nu.\end{aligned}$$

Здесь z_{P_i} и z_E — координаты геометрического положения объектов; a_{P_i} и a_{P_2} — их ускорения; управления u_i и v ограничены по модулю; μ_i , ν , l_{P_i} и l_E — параметры задачи.

Зафиксируем два момента T_1 и T_2 . В момент T_i вычисляется промах между преследователем P_i и убегающим E :

$$r_{P_i,E}(T_i) = |z_E(T_i) - z_{P_i}(T_i)|, \quad i = 1, 2.$$

Предположим, что преследователи действуют координированно. Следовательно, их можно объединить в одного игрока, распоряжающимся векторным управлением $u = (u_1, u_2)^T$. Будем называть этого игрока *первым*, а убегающего E — *вторым*. Результирующий промах определим в виде

$$\varphi = \min\{r_{P_1,E}(T_1), r_{P_2,E}(T_2)\}.$$

В любой момент времени оба игрока знают точно фазовые координаты z_{P_1} , $\dot{z}_{P_1}$, a_{P_1} , z_{P_2} , $\dot{z}_{P_2}$, a_{P_2} , z_E , $\dot{z}_E$, a_E . Первый игрок вырабатывает свое управление обратной связи так, чтобы минимизировать промах φ , второй максимизирует его.

2. Линии переключения. Вводя разностные координаты $y_1 = z_E - z_{P_1}$, $y_2 = z_E - z_{P_2}$ и переходя после этого к координатам x_1 , x_2 прогнозируемых промахов

$$x_i = y_i + \dot{y}_i \tau_i - a_{P_i} l_{P_i}^2 h(\tau_i/l_{P_i}) + a_E l_E^2 h(\tau_i/l_E), \quad i = 1, 2,$$

получаем эквивалентную дифференциальную игру с динамикой

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -l_{P_1} h(\tau_1/l_{P_1}) u_1 + l_E h(\tau_1/l_E) v, & |u_1| &\leq \mu_1, \\ \dot{x}_2 &= -l_{P_2} h(\tau_2/l_{P_2}) u_2 + l_E h(\tau_2/l_E) v, & |u_2| &\leq \mu_2, \quad |v| \leq \nu.\end{aligned}$$

Здесь $\tau_i = T_i - t$ — обратное время от момента завершения преследования i -м догоняющим; функция h описывается соотношением $h(\alpha) = e^{-\alpha} + \alpha - 1$.

Линии переключения $\Pi(1, t)$, $\Pi(2, t)$ для управлений u_1 и u_2 первого (минимизирующего) игрока строятся в координатах x_1 , x_2 и, вообще говоря, зависят от момента времени t . По одну сторону от линии переключения $\Pi(i, t)$ управляющее воздействие u_i принимает значение $+\mu_i$, по другую — значение $-\mu_i$.

Введем нормированные параметры [6] $\eta_i = \mu_i/\nu$, $\varepsilon = l_E/l_{P_i}$, $i = 1, 2$. В работе показано, что если $\eta_i \geq 1$, $\eta_i \varepsilon \geq 1$ (случай «сильных» преследователей), то линии переключения можно выбирать не зависящими от времени: $\Pi(1, t)$ совпадает с осью ординат, а $\Pi(2, t)$ — с осью абсцисс в пространстве x_1 , x_2 . При этом способ управления, основанный на линиях переключения, гарантирует первому игроку результат, близкий к оптимальному. Аналогичный результат получен для случая $\eta_i \leq 1$, $\eta_i \varepsilon \leq 1$ (для каждого i хотя бы одно из неравенств строгое; случай «слабых» преследователей). Отличие этого случая состоит в том, что линии переключения уже зависят от времени.

Получаемые способы управления обладают свойством устойчивости по отношению к малым погрешностям численного построения линий переключения и к малым неточностям определения текущего фазового состояния.

Обсуждаются трудности, связанные с применением линий переключения для других параметров задачи.

Приводятся изображения множеств уровня функции цены, линий переключения, получаемых путем их обработки, и движений системы под действием управлений на основе линий переключения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 13-01-96055.

Список литературы

1. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. М.: Наука, 1985.
2. Боткин Н.Д., Пацко В.С. Позиционное управление в линейной дифференциальной игре // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1983. № 4. С. 78–85.
3. Пацко В.С. Поверхности переключения в линейных дифференциальных играх // Современная математика и ее приложения. Тбилиси. 2005. Т. 23. С. 79–122.
4. Ganebny S.A., Kumkov S.S., Le Menec S., Patsko V.S. Model problem in a line with two pursuers and one evader // Dynamic Games and Applications. 2012. No. 2, P. 228–257.

5. *Le Ménéec S.* Linear differential game with two pursuers and one evader // Annals of the International Society of Dynamic Games, Vol.11: Advances in Dynamic Games. Theory, Applications, and Numerical Methods for Differential and Stochastic Games, M.Breton and K.Szajowski eds. Birkhauser, Boston, 2011. P. 209–226.
6. *Shinar J., Shima T.* Non-orthodox guidance law development approach for intercepting maneuvering targets // J. Guid. Contr. Dyn. 2002. Vol. 25. No. 4. P. 658–666.

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В.М. Кунцевич

Институт космических исследований НАНУ-ГКАУ
пр. Глушкова, 40, к. 4/1, 03680 Киев, Украина
vm_kuntsev@mail.ru

1. Постановка задачи. Задано уравнение семейства систем

$$X_{n+1} = F(X_n, U_n, A) = AX_n + f(X_n)G + BU_n, \quad (1)$$

где $X_n \in \mathbb{R}^m$; $U_n \in \mathbb{R}^m$; A – матрица $(m \times m)$, для строк A_i^T которой заданы их оценки

$$A_i^T \in \mathbf{A}_i = \text{conv}_{j=1; 2^m} \left\{ A_i^j \right\}; i = \overline{1; m}; \quad (2)$$

B – матрица $(m \times m)$; $G^T = (0, 0, \dots, 0, g_m)$ – вектор. Скалярная однозначная функция $f(X)$ задана с точностью до параметра l , $f(X) = l\tilde{f}(X)$, где $\tilde{f}(X)$ – известная функция, такая что $\tilde{f}(0) = 0$. Для параметра l задана его оценка $l \in \mathbf{l} = \{l : \underline{l} \leq l \leq \bar{l}\}$, где $\underline{l}$, $\bar{l}$ – заданные числа.

Примем, что вектор X_n измеряется полностью, но с ограниченными помехами, и результат измерений имеет вид

$$Y_n = X_n + Z_n, \quad Z_n \in \mathbf{Z} = \{Z : \|Z\| \leq \Delta\}. \quad (3)$$

Целью управления является минимизация первой разности $\Delta v_n(X_n, U_n, A)$ функции Ляпунова $v_n = v(X_n)$. Для центрально симметрического множества $\mathbf{Z}$ из (3) оптимальная оценка $\mathbf{X}_n^*$ вектора X_n равна $\mathbf{X}_n^* = Y_n$. Тогда окончательно получим

$$\min_{U_n} \max_{\substack{A \in \mathbf{A} \\ l \in \mathbf{l}}} v \left[AX_n + l\tilde{f}(X_n)G + BU_n \right]. \quad (4)$$