

па, как притягивающие, так и отталкивающие. Такое множество своего рода стационарных решений позволяет построить достаточно богатую бифуркационную картину. Выводы параметрического анализа находят качественное подтверждение в экспериментальных данных.

Работа выполнялась при поддержке грантов РФФИ (11-08-00444, 12-01-00364).

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ В НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧАХ Н.Е. ЖУКОВСКОГО

Б.Я. Локшин, В.А. Самсонов, Ю.Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ, Мичуринский пр-т 1, 119192 Москва, Россия
samson@imec.msu.ru

В связи с построением теории полета Н.Е. Жуковский в своих трудах обсуждал несколько модельных задач: модель [3] материальной точки в сопротивляющейся среде, самовращение пластинки [4], продольный полет летательного аппарата (ЛА) [3]. Эти и подобные им задачи допускают такую теоретико-механическую постановку, которая приводит к динамическим системам малой размерности. Их исследование – не только поле для демонстрации возможностей методов качественного анализа, но и позволяет обнаружить некоторые любопытные свойства поступательно-вращательного движения тела.

В качестве модели материальной точки, движущейся в сопротивляющейся среде, в работе [3] предложено использовать тело (невесомую оболочку), имеющее конечные размеры, но вся масса которого сосредоточена в одной точке G . При этом ориентация оболочки относительно вектора скорости точки G должна быть такой, чтобы момент аэродинамических сил, действующих на оболочку, был равен нулю. Соответствующий угол атаки в дальнейшем получил название «балансирующего угла атаки».

В случае отсутствия тяги [1, 3] при некотором значении начальной скорости такая модель иллюстрирует движение ЛА по наклонной прямой, соответствующей балансирующему углу атаки, с постоянной скоростью (режим планирования). По мере увеличения начальной скорости ЛА будет выходить на режим планирования либо с предварительным подъемом (горкой), либо с точкой возврата, либо через петлю (типа петли Нестерова). Известно, что независимо от аэродинамического качества (K) режим планирования является притягивающим «в большом».

Показано, что при наличии тяги [5], направленной вдоль вектора скорости центра масс, может существовать устойчивый режим горизонтального полета. С увеличением тяги этот режим превращается в режим подъема и, в конце концов, теряет устойчивость при достаточно малых значениях K . При достаточно больших значениях T тяги возникает еще один, неустойчивый, режим подъема. Плоскость параметров (K, T) разделена на области значений, отвечающих различным типам движений. В частности, выделена область, в которой режимы прямолинейного движения не существуют, а существует притягивающий ротационный режим. Описан набор довольно замысловатых перестроек фазового портрета динамической системы.

Применение указанной выше модели к традиционной задаче внешней баллистики показало, что балансировочный угол атаки формируется не мгновенно, а в результате некоторого переходного процесса, описываемого дифференциальным уравнением первого порядка. Например, в задаче о спуске точечного груза на невесомом парашюте при достаточно большой длине строп вектор скорости центра масс не монотонно стремится к вертикали, в то время как при их небольшой длине выход на вертикальный спуск происходит монотонно, как и в традиционной задаче. Увеличение длины строп влияет на характер колебаний груза конечных размеров [2] вплоть до нарушения устойчивости вертикального спуска.

В задаче о колебаниях аэродинамического маятника (флюгера) сформулирована [5] динамическая система второго порядка, позволившая в зависимости от длины державки описать не только автоколебательные, но даже и авторотационные режимы движения. Для флюгера с нулевой длиной державки Н.Е. Жуковский отмечал: «Если такой флюгер поставить против ветра, то он становится перпендикулярно к направлению ветра и имеет в этом положении хорошую устойчивость. Но если мы сообщим флюгеру вращательное движение в том или другом направлении, то он будет продолжать вращаться в заданном направлении». На базе построенной динамической системы получен не только этот результат, но и указана возможность существования режимов авторотации с более высокой угловой скоростью.

Работа выполнялась при поддержке грантов РФФИ (11-08-00444, 12-01-00364).

Список литературы

1. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз. 1959. 915 с.

2. Досаев М.З., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Селюцкий Ю.Д. О колебаниях системы груз-парашют // Нелинейные колебания механических систем. Труды VIII Всерос. научной конференции. Т.2. Н.Новгород, 2008. С. 106–108.
3. Жуковский Н.Е. О парении птиц // Собрание сочинений. Т.IV. Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1949. С. 5–34.
4. Жуковский Н.Е. О парении в воздухе легких продолговатых тел, вращающихся около своей продольной оси // Собрание сочинений. Т.IV. Москва-Ленинград: ГИТТЛ, 1949. С. 41–91.
5. Локшин Б.Я., Самсонов В.А. Задача о движении тела в сопротивляющейся среде. Качественный анализ. М.: Изд-во Московского ун-та. 2012. 238 с.

АППРОКСИМАТИВНЫЕ СВОЙСТВА СИЛЬНО ВЫПУКЛЫХ И СЛАБО ВЫПУКЛЫХ МНОЖЕСТВ В ПРОСТРАНСТВАХ С НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПОЛУНОРМОЙ

М.С. Лопушански

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Институтский пер. 9, 141700 Долгопрудный, Московская обл., Россия

masha.alexandra@gmail.com

Исследованию различных классов сильно и слабо выпуклых множеств посвящены работы [1], [2], [3], [4], в которых сильная и слабая выпуклость множества определяется через норму банахова пространства. В работе [5] показано, что методы параметрически выпуклого анализа можно развить и для так называемой несимметричной нормы, при этом роль шара играет несимметричный квазишар. В настоящей работе мы отказываемся не только от симметричности, но и от ограниченности квазишара, что позволяет применять развиваемые здесь методы к надграфикам функций, которые являются неограниченными множествами. Здесь под квазишаром в нормированном пространстве E понимается выпуклое замкнутое множество $M \subset E$, для которого ноль является внутренней точкой и $M \neq E$. Функция Минковского $\mu_M(x) = \inf \{t > 0 \mid x \in tM\}$ такого квазишара представляет собой несимметричную полунорму и используется в определениях сильно выпуклых и слабо выпуклых множеств.

Напомним, что *суммой* и *разностью Минковского* множеств $A \subset E$ и $B \subset E$ называются соответственно множества

$$A + B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}, \quad A \stackrel{*}{-} B = \{x \in E \mid x + B \subset A\}.$$