

качестве модели прогнозирования доходов логистической транспортной системы на железнодорожном транспорте. Рассмотрена также задача оптимального управления, которая решалась, используя вышеуказанные три метода. В среднем, при относительно небольших размерностях сетей расчеты данными методами показали одинаковые результаты. Но процессорное время решения задачи методом динамического программирования было меньше, чем время решения задачи другими методами. При увеличении рассматриваемого промежутка времени либо количества стратегий управления применение метода полного перебора становится затруднительным.

Список литературы

1. *Matalytski M., Pankov A.* Analysis of the stochastic model of the changing of incomes in the open banking network // Computer Science, 2003. Vol. 3, № 5. P. 19–29.
2. *Matalytski M., Pankov A.* Incomes probabilistic models of the banking network // Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Science of Czestochowa University of Technology, 2003. Vol. 1, № 2. P. 99–104.
3. *Маталыцкий, М.А.* О некоторых результатах анализа и оптимизации марковских сетей с доходами и их применении // Автоматика и телемеханика, 2009. № 10. С. 97–113.
4. *Matalytski M., Kiturko O.* Solution of optimal control problem for the three-level HM-network – I // Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Sciences of Czestochowa University of Technology, 2011. Vol. 10, № 1. P. 163–174.
5. *Matalytski M., Kiturko O.* Solution of optimal control problem for the three-level HM-network – II // Scientific Research of the Institute of Mathematics and Computer Sciences of Czestochowa University of Technology, 2011. Vol. 10, № 2. P. 155–167.

ПРИМЕНЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ К РЕГУЛЯРНО И СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-РАЗНОСТНЫМ УРАВНЕНИЯМ

И.И. Клевчук

Черновицкий национальный университет
Коцюбинского 2, 58012 Черновцы, Украина
klevchuk@yandex.ru

1. Применение интегральных многообразий сингулярно возмущенных систем. Рассмотрим систему [1]

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t), y(t), y(t - \varepsilon\Delta)) + \varepsilon h(t, x(t), y(t), y(t - \varepsilon\Delta)),$$

$$\varepsilon \frac{dy}{dt} = G(t, x(t), y(t), y(t - \varepsilon \Delta)) + \varepsilon P(t, x(t), y(t), y(t - \varepsilon \Delta)), \quad (1)$$

где ε – малый положительный параметр, Δ – фиксированное положительное число, $x \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^n$. Предположим, что для всех $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^m$ уравнение $G(t, x, y, y) = 0$ имеет изолированное решение $y = \varphi(t, x)$, причем функция $\varphi(t, x)$ и ее производные по t и x до второго порядка включительно равномерно непрерывны и ограничены, функции $f(t, x, y, z)$, $h(t, x, y, z)$, $G(t, x, y, z)$, $P(t, x, y, z)$ и их частные производные по t, x, y, z до второго порядка включительно равномерно непрерывны и ограничены при $t \in \mathbb{R}$, $x \in \mathbb{R}^m$, $|y - \varphi(t, x)| \leq \rho$, $|z - \varphi(t, x)| \leq \rho$.

Линеаризуя функцию $G(t, x, y, z)$ в точке $y = \varphi(t, x)$, $z = \varphi(t, x)$ относительно y, z , получим

$$G(t, x, \varphi(t, x) + y, \varphi(t, x) + z) = B_1(t, x)y + B_2(t, x)z + G_1(t, x, y, z),$$

причем при достаточно малом ρ для $|y| \leq \rho$, $|z| \leq \rho$ выполняется неравенство $|G_1(t, x, y, z)| \leq K(|y|^2 + |z|^2)$, $K > 0$. Пусть все корни характеристического уравнения $\det(B_1(t, x) + B_2(t, x) \exp(-\lambda \Delta) - \lambda E) = 0$ лежат в полуплоскости $\operatorname{Re} \lambda \leq -2\alpha < 0$.

Тогда интегральное многообразие системы (1) можно представить в виде

$$y_t = \varphi(t, x) + g(t, x, \varepsilon) + O(\varepsilon^2),$$

где $g(t, x, \varepsilon) = \varepsilon[B_1(t, x) + B_2(t, x)]^{-1}[(E + \Delta B_2(t, x))(\partial \varphi / \partial t + \partial \varphi / \partial x f(t, x, \varphi(t, x), \varphi(t, x))) - P(t, x, \varphi(t, x), \varphi(t, x))] + \theta[\partial \varphi / \partial t + \partial \varphi / \partial x \times \times f(t, x, \varphi(t, x), \varphi(t, x))], -\varepsilon \Delta \leq \theta \leq 0$.

Это представление интегрального многообразия применяется к исследованию условий существования гомоклинических точек отображения Пуанкаре для системы (1) с периодическими коэффициентами [2, 3]. Метод усреднения применяется к исследованию периодических решений консервативной системы с малым запаздыванием [4].

2. Применение метода усреднения к исследованию устойчивости дифференциально-разностных уравнений. Второе приближение в методе усреднения применено к исследованию устойчивости системы слабосвязанных осцилляторов с запаздыванием. Получено достаточное условие устойчивости (неустойчивости) линейной системы дифференциально-разностных уравнений [4, 7]. Для исследования устойчивости нелинейных систем на многообразии применяется метод нормальных форм [5, 6].

Рассмотрим систему

$$\dot{x} = \varepsilon F(t)x(t-h). \quad (2)$$

где ε – малый положительный параметр, $x \in \mathbb{R}^p$, $F(t) = \sum_{m=1}^n (A_m e^{ib_m t} + \bar{A}_m e^{-ib_m t})$, b_m – положительные действительные различные числа, A_m – матрицы с комплексными элементами. В системе (2) сделаем замену $x(t) = \xi(t) + \varepsilon \tilde{F}(t)\xi(t)$, где

$$\tilde{F}(t) = \sum_{m=1}^n \left(\frac{1}{ib_m} A_m e^{ib_m t} - \frac{1}{ib_m} \bar{A}_m e^{-ib_m t} \right).$$

Тогда получим систему $\dot{\xi} = \varepsilon^2 F(t)\tilde{F}(t-h)\xi + O(\varepsilon^3)$. Усредненная система имеет вид $\dot{\xi} = \varepsilon^2 B\xi$, где

$$B = - \sum_{m=1}^n \frac{1}{b_m} \sin(b_m h) (A_m \bar{A}_m + \bar{A}_m A_m)$$

Если все собственные значения матрицы B имеют отрицательные действительные части, то система (2) асимптотически устойчива, а если существует собственное значение матрицы B с положительной вещественной частью, то система (2) неустойчива.

Рассмотрим систему слабосвязанных осцилляторов с запаздыванием

$$\ddot{y} + L^2 y + \varepsilon P(t)y(t-h) = 0, \quad (3)$$

где ε – малый положительный параметр, $y \in \mathbb{R}^q$, $L^2 = \text{diag}\{\lambda_1^2, \dots, \lambda_q^2\}$, $\lambda_j > 0$, $\lambda_k \neq \lambda_s$, $k \neq s$, $h > 0$; $P(t)$ – матрица с элементами $P_{js}(t) = \sum_{m=1}^n (b_{j sm} e^{ia_m t} + \bar{b}_{j sm} e^{-ia_m t})$, $b_{j sm} \in \mathbb{C}$, $a_m > 0$. Пусть матрица $P(t)$ симметрична. Обозначим

$$d_s = \sum_{k=1}^q \sum_{m=1}^n |b_{skm}|^2 \left(\frac{\sin(2\lambda_s + a_m)h}{(\lambda_k - \lambda_s - a_m)(\lambda_k + \lambda_s + a_m)} + \frac{\sin(2\lambda_s - a_m)h}{(\lambda_k - \lambda_s + a_m)(\lambda_k + \lambda_s - a_m)} \right).$$

Теорема 1. Пусть $a_m > 0$ для всех m и отсутствует резонанс, то есть $\lambda_j - \lambda_s + a_m - a_k \neq 0$ при $|j - s| + |m - k| > 0$, $\lambda_j + \lambda_s - a_m \neq 0$, $\lambda_j - \lambda_s + a_m \neq 0$, $\lambda_j + \lambda_s + a_m - a_k \neq 0$, $\lambda_j + \lambda_s - a_m - a_k \neq 0$, $\lambda_j - \lambda_s + a_m + a_k \neq 0$ для всех j, s, m, k . Тогда нулевое решение системы (3) асимптотически устойчиво, если $d_s > 0$ при $s \in \{1, \dots, q\}$ и неустойчиво, если существует k , для которого $d_k < 0$.

Список литературы

1. Митропольский Ю.А., Фодчук В.И., Клевчук И.И. Интегральные многообразия, устойчивость и бифуркация решений сингулярно возмущенных дифференциально-функциональных уравнений // Укр. мат. журн. 1986. Т. 38. № 3. С. 335–340.
2. Клевчук И.И. Бифуркация положения равновесия сингулярно возмущенной системы с запаздыванием // Укр. мат. журн. 1995. Т. 47. № 8. С. 1022–1028.
3. Клевчук И.И. Гомоклинические точки для сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений с запаздыванием // Укр. мат. журн. 2002. Т. 54. № 4. С. 563–567.
4. Перестюк Н.А., Клевчук И.И. Применение асимптотических методов к регулярно и сингулярно возмущенным дифференциально-разностным уравнениям // Нелинейные колебания. 2013. Т. 16. № 1. С. 94–104.
5. Фодчук В.И., Клевчук И.И. Интегральные множества и принцип сведения для дифференциально-функциональных уравнений // Укр. мат. журн. 1982. Т. 34. № 3. С. 334–340.
6. Клевчук И.И. О принципе сведения для дифференциально-функциональных уравнений нейтрального типа // Дифференц. уравнения. 1999. Т. 35. № 4. С. 464–472.
7. Клевчук И.И. Применение метода усреднения к исследованию устойчивости дифференциально-разностных уравнений // Нелинейные колебания. 2011. Т. 14. № 3. С. 318–324.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ЛОПАСТИ ВЕТРОТУРБИНЫ

Л.А. Климина¹, Е.А. Сафонова¹,
Lin Ching-Huei², Lin Kao-Hui², Hwang Shyh-Shin²

¹ НИИ механики МГУ, Мичуринский пр-т 1, 119192 Москва, Россия
klimina@imec.msu.ru

² Чиен Син университет науки и технологий, Джунг-Ли, Тайвань
hwang002@ms10.hinet.net

Рассматривается модель ветроэнергетической установки, состоящей из ветротурбины и электрогенератора. К цепи генератора подключены внешние потребители электроэнергии. Математическая модель системы описана в [1]. Экспериментальная идентификация параметров модели проведена по результатам экспериментов, проведенных в дозвуковой аэродинамической трубе НИИ механики МГУ с серийной горизонтально-осевой трехлопастной ВЭУ радиуса 0.6 м, предоставленной тайваньским университетом.