Список литературы

1. *Демьянов В. Ф., Рубинов А. М.* Основы негладкого анализа и квазидифференциальное исчисление. М.: Наука, 1990.
2. *Выгодчикова И. Ю., Дудов С. И., Сорина Е. В.* Внешняя оценка сегментной функции полиномиальной полосой // ЖВМ и МФ. 2009. Т. 49. № 7. С. 1175–1183.
3. *Дудов С. И., Сорина Е. В.* Равномерная оценка сегментной функции полиномиальной полосой фиксированной ширины // ЖВМ и МФ. 2011. Т. 51. № 11. С. 1981–1994.
4. *Дудов С. И., Сорина Е. В.* Равномерная оценка сегментной функции полиномиальной полосой // Алгебра и анализ. 2012. Т. 24. № 5. С. 44–71.
5. *Дзядык В. К.* Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. М.: Наука, 1977.
6. *Сендов Бл.* Хаусдорфовые приближения. София, 1979.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ТИМОШЕНКО

М.П. Дымков[1], В.М. Дымков[2]

[1] Белорусский государственный экономический университет

Партизанский пр., 26, 220070 Минск

dymkov_ m@bseu.by

[2] Friedbergstr 4, Essen, Germany 45147

dymkov@mail.ru

Введение. В настоящее время значительный интерес получили задачи исследования свойств нанообъектов с помощью техники зондовой микроскопии с привлечением атомных силовых микроскопов. Одним из важных элементов этого микроскопа является сканирующий зонд (кантилевер), имеющий габаритные размеры порядка $200\times35\times2mkm$. Изучение механических свойств нанообъектов осуществляется посредством расшифровки колебаний сканирующей системы кантилевер — нанообъект. Изучение упругих колебаний на основе классической теории Бернулли-Эйлера дает достаточную точность при решении простых инженерных задач, имеющих дело с макрообъектами. Опыты [1] показали, что исследование колебаний нанообъектов на микроуровне имеет принципиальные отличие и требует более корректного учета упругих колебаний пластин. Такой учет колебаний пластин (стержней) может быть осуществлен, в частности, с помощью уравнений Тимошенко [2].

В данной работе на основе операторного подхода предлагается метод нахождения решений простейших уравнений Тимошенко. В инженерной практике широко используются преобразования Лапласа для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, что позволяет эти уравнения свести к алгебраическим уравнениям. Для реализации такой идеи при решении уравнений в частных производных требуется иные интегральные преобразования, учитывающие сложный характер поведения решений (пространственных переменных) на границе области. Для этих целей в работе предлагается использовать специальные интегральные преобразования для пространственных переменных [3, 4]. Применение этих преобразований совместно с преобразованием Лапласа по временной переменной сводит краевую задачу задачу к системе алгебраических уравнений, которая после применения обратных интегральных преобразований может быть представлено в виде системы взаимосвязанных отдельных блоков, непосредственно связанных с начальными данными. Этот факт может быть использован для привлечения эффективных методов параллельного программирования. Данный подход был успешно использован для решения некоторых актуальных задач магнитогидродинамики [5, 6]. Этот метод также используется для исследования распределенных газотранспортных систем [7].

1. Уравнение Тимошенко. Уравнения С.П. Тимошенко колебаний упругой пластинки учитывают не только поворот нормали относительно срединной поверхности, но и ее искривление, что имеет принципиальное значение для нанообъектов. В простейшем случае такое уравнение имеет следующий вид

$$\rho R\frac{\partial y^2}{\partial t^2} + FI\frac{\partial y^4}{\partial x^4} - T_s\frac{\partial y^2}{\partial x^2} + d_1\frac{\partial y}{\partial t} + d_3\frac{\partial y^3}{\partial t\partial x^2} = 0 \tag{1}$$

где $y(t,x)$ – неизвестная функция смещения, ρ, R, F, I, T_s, d_i – заданные физические константы. Данное уравнение представим в операторном виде

$$C\dot{y} + Ly = 0 \tag{2}$$

где

$$C = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\rho R & 0 & -d_3 & 0 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} D_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D_x & -1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{T_s}{FI} & D_x & -\dfrac{1}{FI} \\ -d_1 & 0 & 0 & D_x \end{bmatrix}, y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Здесь D_x означает оператор дифференцирования.

Данное уравнение в зависимости от конкретных требований должно быть дополнено соответствующими граничными и начальными условиями. В работе для нахождения решения уравнения строятся прямые и обратные интегральные преобразования, которые определяются с помощью канонической системы функций, образованной собственными и присоединенными функциями прямого L и сопряженного $L^{\dagger}$ операторов, заданных в должным образом выбранных функциональных пространствах.

Список литературы

1. *Тулкина А.Н.* Определение частот и форм колебаний стержневой системы, содержащей нанообъект, на основе теории С.П. Тимошенко // Вестник СПбГУ (серия 1), СПбГУ, 2011. Вып. 1. С. 144–154.
2. *Timoshenko S.* On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars // Philosiphical Mag. 1921. 41. P. 744–746.
3. *Dymkou V, R. Rabenstein, and P. Stefen.* Discrete simulation of a class of distributed systems using functional analytic methods // Multidimensional Systems and Signal Processing. 2006. Vol. 17. P. 177—209.
4. *Dymkou V,* Application of Operator Theory for the Representation of Continuous and Discrete Distributed Parameter Systems, PhD Thesis Erlangen-Nurenberg University, Germany, 2006.
5. *Dymkou V and A. Pothérat,* Spectral methods for wall bounded MHD // Journal of Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2009. V. 23. No. 6. P. 535–555.
6. *Pothérat A. and V. Dymkou.* Direct numerical simulations of low-Rm MHD turbulence based on the least dissipative modes // J. Fluid Mechanics. 2010. V. 655. P. 174–197.
7. *Dymkov M., Dymkou V, and Dymkou S.* MFT-method in gas pipeline modeling. Proceedings of VIII International Conference on Multidimensional (nD) systems (NDS-2013), Erlangen-Nuremberg, Germany, 2013. 6 pages.

ВАРИАЦИОННЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ С ПОЗИЦИОННЫМИ УПРАВЛЕНИЯМИ СПУСКА В КЛАССИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В.А. Дыхта

Институт динамики систем и теории управления СО РАН,

Лермонтова 134, 664033 Иркутск, Россия

dykhta@gmail.com

1. Введение. Доклад посвящен необходимым условиям оптимальности программных управлений, доказательства которых используют позиционные управления (вариации) спуска по функционалу.